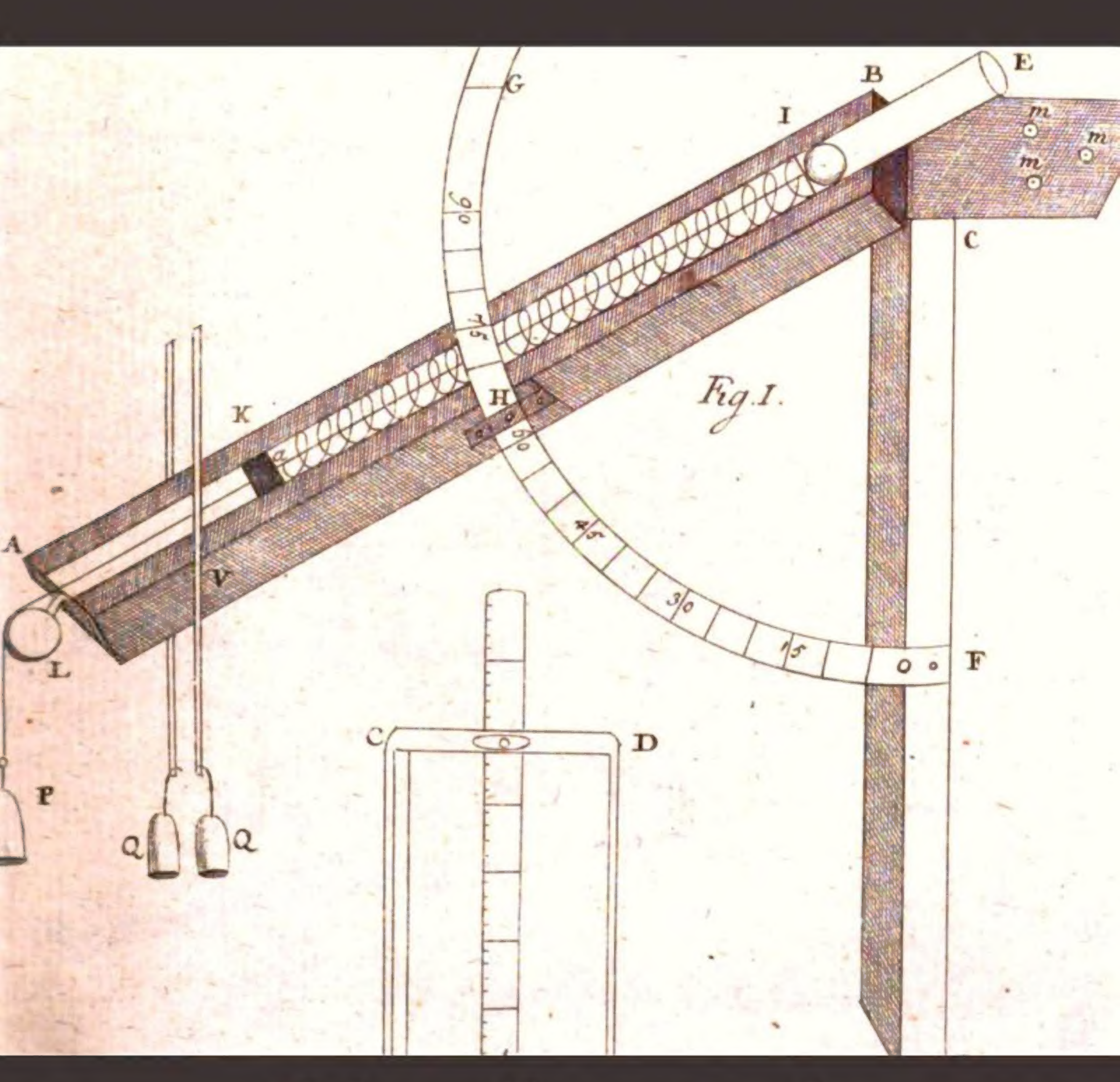


Abhandlungen der Königlichen Akademie der ...

Königliche Akademie der Wissenschaften zu Berlin

Digitized by Google

UNIVERSITEITSBIBLIOTHEEK GENT

Digitized by Google

Digitized by Google

HN 1333 a.

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

NOUVEAUX MÉMOIRES

DE

L'ACADÉMIE ROYALE

DES SCIENCES ET BELLES-LETTRES.

ANNÉE MDCCLXXXI.

AVEC L'HISTOIRE POUR LA MÊME ANNÉE.

A BERLIN.

Imprimé chez GEORGE JACQUES DECKER, Imprimeur du Roi.

MDCCLXXXIII.

Digitized by Google

Digitized by Google

HISTOIRE

DE

L'ACADÉMIE ROYALE

DES

SCIENCES

ET

BELLES-LETTRES.

Digitized by Google

Digitized by Google

TABLE.

HISTOIRE DE L'ACADÉMIE.

MDCCLXXXI.

ASSEMBLÉES PUBLIQUES. - - - Page 5

PRIX *proposés par l'Académie Royale des Sciences & Belles-Lettres pour l'année 1783.* 10

MÉTÉOROLOGIE. *Lettre Latine de l'Académie Électorale de Manheim à l'Académie Royale de Berlin.* - - - - - 13

CRISTALLOGRAPHIE. *Extrait d'une Lettre de M.* ROMÉ de l'Isle *à M.* FORMEY, de Paris, le 1 Mai, 1780. - - - - - 15

GÉOMÉTRIE. *Rapport d'une quadrature de cercle. Par M.* DE LA GRANGE. 17

PHYSIQUE. *Rapport de M.* ACHARD, *concernant les* Opuscoli Fisico-Chemici *du Chevalier* LANDRIANI. - - - - - - 21

RAPPORT *de M.* DE CASTILLON. - - - - - - 22

EXTRAITS *de la Correspondance de M.* JEAN BERNOULLI. *Extraits de quelques Lettres de M. l'Abbé* TOALDO. - - - - - - 23

Sur les Hygrometres. - - - - - 27

Sur les Conducteurs. - - - - - 29

Sur une nouvelle Machine électrique. - - - 30

EXTRAIT *de la Correspondance de M.* BERNOULLI *sur les Mathématiques.* - 31

— — — — *sur l'Astronomie.* - - 35

OUVRAGES IMPRIMÉS OU MANUSCRITS, MACHINES ET INVENTIONS, *présentés à l'Académie pendant le cours de l'année 1781.* - - 48

MÉMOIRES.

CLASSE DE PHILOSOPHIE EXPÉRIMENTALE.

EXPÉRIENCES *sur la Mine du Cobald calcinée. Par M.* MARGGRAF. Traduit de l'Allemand. - - - - - - - - 3

MÉMOIRE *renfermant le récit de plusieurs expériences électriques, faites dans différentes vues. Par M.* ACHARD. - - - - - - 9

SUR *l'emphyseme artificiel opéré avec différentes sortes d'air. Par M.* ACHARD. - 20

DE *l'effet des parfums sur l'air. Par M.* ACHARD. - - - - 33

EXPÉRIENCES *qui tendent à déterminer de quelle maniere le feu agit sur la terre calcaire, mêlée avec la terre de l'alun, la terre du sel amer, & des substances salines. Par M.* ACHARD. 41

NOUVEAUX ÉCLAIRCISSEMENS *concernant l'ancienne histoire fabuleuse qui se trouve dans* Simon Pauli *sur la Plante de Norwege qu'on nomme* Gramen ossifragum Norwegicum Simon Pauli. *Par M.* GLEDITSCH. Traduit de l'Allemand. - 68

MÉMOIRE *sur le rapport qu'il y a entre les Terres & les Pierres exposées au feu de fusion, dans des creusets de matieres différentes. Par M.* GERHARD. Traduit de l'Allemand. 80

SUR *l'Arsenic & sur sa combinaison avec différens corps.* *Par* M. ACHARD. Premier Mémoire. 103
— — — — — Second Mémoire 112
— — — — — Troisieme Mémoire. 119
EXTRAIT *des Observations météorologiques faites à Berlin en l'année 1781.* *Par* M. BEGUELIN. - - - - - - 127

CLASSE DE MATHÉMATIQUE.

MÉMOIRE *sur la théorie du mouvement des fluides.* *Par* M. DE LA GRANGE. - 151
THÉORIE *des variations séculaires des élémens des Planetes.* Premiere Partie *contenant les principes & les formules générales pour déterminer ces variations.* *Par* M. DE LA GRANGE. 199
MÉMOIRE *sur le* minimum *de cire des alvéoles des abeilles, & en particulier sur un* minimum minimorum *relatif à cette matiere.* *Par* M. LHUILIER, Citoyen de Geneve. [Adopté par M. de *Castillon*, qui l'a fait précéder d'une Introduction.] - 277
MÉTHODE DIRECTE *pour déterminer la longitude vraie de la Lune par les mouvemens moyens, en se servant de quelques nouvelles Tables qu'on pourroit aisément calculer pour cet usage.* *Par* M. SCHULZE. - - - - - 301
MÉMOIRE *sur l'usage & la théorie d'une Machine qu'on peut nommer* Instrument ballistique. *Par* MM. JEAN & JACQUES BERNOULLI. Avec un Avant-propos de M. *Jean Bernoulli.* - - - - - - - 347

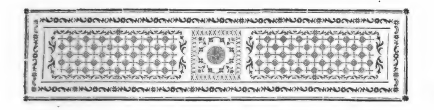
CLASSE DE PHILOSOPHIE SPÉCULATIVE.

ANALYSE *de la Dissertation sur l'origine du langage qui a remporté le Prix en 1771.* *Par* M. MERIAN. - - - - - - - 379
MÉMOIRE *sur le mouvement progressif du centre de gravité de tout le Système solaire.* *Par* M. PREVOST. - - - - - 418
MÉMOIRE *sur l'origine des vitesses projectiles, contenant quelques recherches sur le mouvement du Système solaire.* *Par* M. PREVOST. - - - - 422
SUR *les principes de la* Théorie des gains fortuits. *Par* M. PREVOST. Second Mémoire. 463
SUPPLÉMENT *au Mémoire sur l'origine des forces projectiles &c.* *Par* M. PREVOST. 472

CLASSE DE BELLES-LETTRES.

DISSERTATION *sur les révolutions des États & particulierement sur celles de l'Allemagne.* *Par* M. DE HERTZBERG. - - - - - 475
COMMENT *les Sciences influent dans la Poësie?* *Par* M. MERIAN. Supplémens au quatrième Mémoire. - - - - - - 499
DE L'USAGE *considéré comme maître absolu des Langues.* *Par* M. THIEBAULT. 534
SUR *la richesse de Sparte.* *Par* M. BITAUBÉ. - - - 559

HISTOIRE



HISTOIRE DE L'ACADÉMIE.

MDCCLXXXI.

ASSEMBLÉES PUBLIQUES.

L'Assemblée publique destinée à célébrer l'anniversaire de la naissance du Roi, s'est tenue le Jeudi 25 Janvier. Elle a été honorée de la présence de LL. AA. RR. MM. les deux Princes, fils de S. A. R. Mgr. le Prince FERDINAND, frere du Roi, & de celle de S. A. S. Mgr. le Prince FRÉDÉRIC de Brunswick. Plusieurs Seigneurs de la premiere distinction, & Messieurs les Ministres des Cours étrangeres y ont assisté.

Monsieur le Conseiller privé *Formey*, Secrétaire perpétuel, a fait l'ouverture de la séance par le Discours suivant.

MESSIEURS,

Les grands hommes dans tous les genres sont également au dessus de l'éloge & de la satire. L'un n'ajoute rien à leur mérite & à leur gloire; l'autre n'en diminue rien. Ce sont des fumées que le souffle le plus léger disperse, des brouillards qui se dissipent & rendent d'autant plus vif l'éclat qu'ils avoient intercepté.

Digitized by Google

Mais ce que j'avance est encore plus vrai des grands hommes qui joignent à la supériorité du génie & des talens celle des rangs & des dignités, de ceux surtout qui placés au rang supreme, sont sur le thrône à peu près dans le cas des voyageurs, qui, parvenus au sommet des plus hautes montagnes, voient les orages se former sous leurs pieds, l'éclair briller, la foudre éclater, sans en ressentir la moindre atteinte. Comment daigneroient-ils, ces Maîtres du Monde, faire attention aux impuissans efforts de la basse flatterie, ou de l'odieuse malignité! Quand la premiere multiplie ces productions insipides qu'on voit, dans certaines conjonctures, voltiger & tomber comme les floccons d'une neige épaisse, qui à peine a-t-elle atteint la terre qu'elle se fond; on se rit de la prose & des vers de tant de Panégyristes, auxquels est appliquable le trait du Prince de nos Poëtes lyriques;

O Catinat, quelle voix enrumée
De te chanter ose usurper l'emploi!

Les traits envenimés de la satire semblent d'abord porter des coups plus sûrs, parce que les petits aiment à voir les Grands rabaissés à leur niveau, & partageant en quelque sorte leurs humiliations. Cependant, MESSIEURS, *j'en atteste votre expérience, ou plutôt j'en appelle à votre raison, à votre sentiment, n'est-on pas bientôt dégoûté des excès d'une audace aussi insolente que grossiere, lorsque dégorgeant à grands flots une bile impure, elle voudroit en couvrir, en inonder les personnes les plus respectables, sujettes sans doute aux défauts inséparables de l'humanité, mais qui les rachetent par les vertus les plus éminentes & par les bienfaits les plus signalés dont des millions d'hommes sont les continuels objets?*

Est-ce par des éloges qu'il faut repousser ces satires? Non; nous l'avons dit, les uns & les autres partent de trop bas pour atteindre si haut. Gardons un silence respectueux, afin que la voix publique se fasse d'autant mieux entendre; & que cette voix s'élevant aujourd'hui jusqu'à la voûte céleste, demande & obtienne la conservation du Pere de la Patrie, de ce Monarque dont on peut dire que, quand l'homme sujet à la loi invariable de la Nature disparoîtra, le Héros subsistera dans les Fastes de l'Univers.

S. E. Monſieur le Baron *de Hertzberg*, Miniſtre d'État & du Cabinet de S. M. a lu des *Anecdotes & Obſervations ſur quelques traits du caractere & du regne de l'Électeur* FRÉDÉRIC GUILLAUME LE GRAND.

M. *Bitaubé*, Miniſtre-Réſident de S. A. S. Mgr. le Marggrave de Brandebourg-Bareith & Anſpach, a lu un morceau de ſa traduction du IV. Livre de l'Odyſſée.

M. le Conſeiller privé *Gerhard* a lu un Mémoire contenant *le réſultat de plus de trois cens Expériences lithogéognoſiques.*

M. *Achard* étant indiſpoſé, M. l'Aſtronome Royal *Schultze* a lu pour lui un Mémoire intitulé: *Expériences qui prouvent que des corps de même nature, mais de différens volumes & de différentes maſſes, ſe chargent de la matiere électrique en raiſon de leur ſurface, ſans que la maſſe y ait la moindre influence.*

M. le Profeſſeur *Prevoſt* a terminé la ſéance en liſant un Extrait des *Phéniciennes d'Euripide*, avec des fragmens de la traduction de cette Piece.

Le Roi ayant fait exécuter à Paris par le fameux Sculpteur *Houdon* un très beau Buſte de VOLTAIRE en marbre blanc, le Sr. *Taſſard*, Sculpteur du Roi, a préſenté le 8 Février une Lettre de S. M. qui lui ordonne de remettre à l'Académie ce buſte: ce qu'il a exécuté tout de ſuite. Ce Monument de la bienveillance d'un grand Monarque pour un Poëte célebre a été placé dans la Sale où ſe tiennent les Aſſemblées de l'Académie.

* * *

L'Aſſemblée publique pour l'anniverſaire de l'avénement de S. M. au Thrône, s'eſt tenue le Jeudi 31 Mai. Le Secrétaire perpétuel a fait l'ouverture de la ſéance en ces termes.

FAUT-IL louer les Princes de leur vivant? Cette queſtion vient d'être agitée par l'Auteur anonyme qui a publié l'Éloge d'un Monarque actuellement régnant (*). *M.* Thomas, *juge compétent en fait d'éloge, ſoutient la*

(*) Le Roi de Suede.

négative avec cette chaleur d'expreſſion qui lui eſt propre. Mais ſes attaques portent principalement contre les Éloges donnés en face, contre ces Harangues où l'Orateur croit avoir déployé toutes les voiles de l'Éloquence, en portant aux pieds du Thrône les hommages de quelques Compagnies dont il eſt l'organe. Il eſt certain que le pas eſt délicat, qu'il faut beaucoup d'habileté pour s'en tirer, & qu'il vaudroit mieux n'en pas courir les risques.

L'illuſtre Académicien ſouhaiteroit qu'au moment où le premier Orateur ſe préſenta pour prononcer le premier Panégyrique devant un Prince, même vertueux, un citoyen plein de courage ſe fût mis tout à coup entre le Prince & l'Orateur, & élevant ſa voix avec force, eût dit:

PRINCE! qu'oſes-tu permettre, & que vas-tu entendre? Ferme l'oreille à des diſcours dangereux. Tu mérites ſans doute l'hommage qu'on va te rendre: acheve de le mériter en le dédaignant. Aujourd'hui la vérité te loue: demain la flatterie t'attend. De tous côtés l'orgueil te tend des pieges & te pourſuit. L'eſclavage en ſilence te trompe & te flatte. Iras-tu encore permettre à un Orateur de te corrompre avec art? Si tu as les vertus dont il te loue, ton cœur te doit ſuffire. Si tu ne les as point, il t'outrage. As-tu beſoin de vains éloges & de panégyriques pour apprendre que tu nous rens heureux? Tes éloges, tes panégyriques ſont, nos champs cultivés, nos villes heureuſes, la priere ſecrete du pere de famille au pied des Autels, le vieillard qui leve ſes mains au Ciel pour remercier les Dieux d'avoir prolongé ſa vie. Quel diſcours prononcé devant toi ſeroit plus éloquent!

L'avocat des éloges ne plaide pas ſa cauſe avec autant d'éloquence; mais ſes raiſons ne laiſſent pas d'être dignes d'attention. La premiere qu'il allegue eſt la moins convainquante. Les plus ſages des Empereurs Romains, *dit-il*, écouterent les Éloges magnifiques que leur donnerent les Orateurs de leur ſiecle. *On répondra qu'ils auroient mieux fait de ne les pas écouter; mais ils ſe conformoient à un uſage reçu: & la même excuſe peut ſervir aujourd'hui pour les Cours où ce faſtidieux langage eſt encore une affaire d'étiquette.*

Ce qui ſuit eſt plus ſolide. La vertu, *ajoute le même Écrivain*, n'a point de tems déterminé. Le moment où elle paroît eſt toujours celui où nous

nous devons lui rendre nos hommages. Cette espece de culte qui est dû aux grands hommes, & surtout aux Souverains, excite l'émulation dans les différens ordres de la société civile. Le Prince est un miroir où toutes les classes de Citoyens se regardent. Il est vrai que le Héros qui existe encore n'a pas accompli ses destinées, & qu'il semble que le terme de sa mort puisse seul fixer sa gloire. Mais n'y a-t-il pas des traits sublimes dans le grand Prince qui valent toute une vie? Et faut-il toujours attendre que la mesure de ses belles actions soit remplie, pour en transmettre le récit à la postérité?

C'est ici une de ces controverses à l'égard desquelles nous ne croyons pas être dans le cas de dire,

Non nostrum inter vos tantas componere lites.

Le probleme peut être résolu, la question décidée. Toute louange en face doit être proscrite: nous avons la regle & le modele sous les yeux. Un Harangueur seroit mal accueilli de notre Monarque. Mais parler de FÉDÉRIC *lorsqu'on y est invité par les circonstances, obligé même par un devoir sacré; c'est ce qui ne sera jamais répréhensible, moyennant une condition, c'est d'en parler comme l'Histoire.*

Voilà, MESSIEURS, *ce que je me suis toujours proposé, & ce qui me met en état de renouveller si fréquemment, non le Panégyrique du Roi, mais l'expression de nos sentimens, de l'admiration, de l'amour, de la reconnoissance que nous devons à un Monarque, dont la vie est aussi remplie, le Regne aussi glorieux. Chaque année parle & nous dispense de parler. Chaque année offre de nouvelles preuves des grandes qualités & des éminentes vertus de ce Nestor des Rois, sur lequel tous les regards sont fixés depuis XLI. ans.*

Nous célébrons aujourd'hui l'anniversaire exact de cette mémorable époque. Le dernier jour du mois de Mai MDCCXL termina la carriere de FRÉDÉRIC GUILLAUME, *Prince sage, juste, qui avoit mis le meilleur ordre dans toutes les parties du Gouvernement, & posé les fondemens de la grandeur de son successeur. Considérez l'édifice que* FÉDÉRIC

a construit sur ces fondemens. Qu'il est vaste! Qu'il est solide! Cependant c'est le cas d'appliquer ce passage d'un des meilleurs Historiens Latins:

Cum sit imperio maximus, est major exemplo.

Après ce Discours, le Secrétaire fit les rapports concernant les Prix qui auroient dû être adjugés. On les trouvera dans le Programme.

M. le Professeur *Borrelly* lut un Mémoire sur la Question: *Le Génie a-t-il besoin de Regles?*

M. *Achard* termina la séance par un Mémoire *sur l'imperfection de la Météorologie, tant qu'on ne joindra pas aux Observations barométriques, thermométriques & hygrométriques, celles de l'électricité de l'atmosphere, de l'électricité de la pluie, de la neige, de celle des brouillards & des météores aqueux en général.* Il présenta deux Instrumens propres à cet usage.

* * *

L'Académie a perdu un de ses Associés externes, qui en avoit été Membre ordinaire & Astronome, M. *Jean Kies*, Professeur de Mathématiques à Tubingen, où il est décédé le 29 Juillet, dans sa 69 année.

En conformité des Ordres du Roi, l'Académie a reçu, dans son Assemblée du 29 Novembre, au nombre de ses Associés externes, M. *Selis*, Professeur de Belles-Lettres à Paris.

PRIX

proposés par l'Académie Royale des Sciences & Belles-Lettres pour l'Année 1783.

La Classe de Philosophie expérimentale avoit proposé pour l'année 1776, renvoyé ensuite à l'année 1778, & enfin à l'année 1781, la Question suivante:

Il est connu que les angles sous lesquels les rameaux des arteres sortent de leurs troncs sont différens, & que cette différence est relative à celle qui se trouve entre les visceres.

Google

Cela posé, on demande :

Quelle est la grandeur déterminée de ces angles, préférablement requise pour chaque espece de sécrétion? Comment on peut le mieux parvenir, au moyen des expériences, à fixer cette détermination? Et quelles sont les modifications dans la vitesse & dans la circulation du sang qui en résultent?

Ces délais n'ayant produit aucune piece à laquelle le prix pût être adjugé, la Classe susdite abandonne cette Question:

La Classe de Philosophie spéculative propose pour le sujet du Prix de l'année 1783 la Question suivante.

On demande :

Quelle est la meilleure maniere de rappeller à la raison les nations tant sauvages que policées, qui sont livrées à l'erreur & aux superstitions de tout genre?

On invite les Savans de tout pays, excepté les Membres ordinaires de l'Académie, à travailler sur cette Question. Le Prix, qui consiste en une Médaille d'or du poids de cinquante Ducats, sera donné à celui qui, au jugement de l'Académie, aura le mieux réussi. Les Pieces, écrites d'un caractere lisible, seront adressées à Mr. le Conseiller Privé *Formey*, Secrétaire perpétuel de l'Académie.

Le terme pour les recevoir est fixé jusqu'au 1. de Janvier 1783; après quoi on n'en recevra absolument aucune, quelque raison de retardement qui puisse être alléguée en sa faveur.

On prie les Auteurs de ne point se nommer, mais de mettre simplement une Devise, à laquelle ils joindront un Billet cacheté, qui contiendra, avec la Devise, leur nom & leur demeure.

Le Jugement de l'Académie sera déclaré dans l'Assemblée publique du 31 de Mai 1783.

La Classe de Mathématique a proposé pour le sujet du Prix de l'année 1782 la Question suivante:

Déterminer la courbe décrite par les boulets & les bombes, en ayant égard à la résistance de l'air;

&

Donner des regles pour connoître les portées qui répondent à différentes vitesses initiales & à différens angles de projection.

L'Académie exige de plus

Que ces regles soient confirmées par des expériences, & faciles à réduire en Tables.

Elle demande en même tems un *essai de ces Tables.*

Le Prix fondé par feu Mr. *Eller* sera donné de nouveau en 1783; & voici son objet.

C'est au grand avantage de l'agriculture & de l'État qu'on s'occupe aujourd'hui beaucoup des moyens de séparer les communaux, ou de lever toute espece de communauté de terre partout où la nature du terrain le permet: & comme, dans ces séparations, il se trouve souvent quelque partie du terrain à partager à laquelle il s'agit de faire subir différens changemens, si l'on veut parvenir à en retirer l'utilité projettée, il est clair que ces changemens doivent varier suivant le sol & l'exposition, & qu'ils sont subordonnés à ce que la plus grande utilité ou la nécessité des circonstances exigent. C'est d'après ces motifs qu'on se détermine à destiner le terrain, ou partie de ce terrain, au labour, ou bien à en faire un pré, ou une prairie artificielle, soit pour faire manger le verd au bétail, soit pour faire du foin.

Le pâturage & l'engrais étant les principaux appuis de l'agriculture, il importe de savoir, toutes les fois qu'on défriche des terres incultes, ou qu'on veut employer des terres à d'autres usages que ceux auxquels elles servoient, quelles especes de plantes ou d'herbes il est expédient de cultiver, suivant que le terrain est haut ou bas, sec ou humide, froid ou chaud, ou bien suivant qu'il a un fond sablonneux, ou tout à fait aride, ou marécageux, &c.

On demande donc

1°. *Quelles especes d'herbes ou de plantes en général à destiner au bétail, fraîches ou séchées, sont les plus profitables dans chaque espece de fonds?*

2°. *Quelles d'entre ces especes peuvent être le plus facilement cultivées, & le plus abondamment recueillies, sans que ces herbes ou plantes perdent rien de leur qualité nutritive, & en s'assurant d'un profit réel?*

Et

3°. *Quelles sont les regles à observer dans la culture de ces herbes ou plantes, relativement à la différence de leur nature & à la différence du sol?*

Vu l'importance de la matiere, l'Académie souhaite qu'on réponde aux Questions proposées d'une maniere intelligible pour les cultivateurs, également propre à les convaincre & à les instruire, sans s'arrêter à des classifications & à des dénominations botaniques qui n'ayent aucun rapport au but qu'on se propose. Elle invite en particulier les Connoisseurs que l'expérience a éclairés, à s'occuper d'un sujet aussi intéressant.

Les Pieces seront reçues jusqu'au 1 Janvier 1783, & le prix de cinquante Ducats sera adjugé dans l'Assemblée publique du 31 Mai suivant.

Digitized by Google

MÉTÉOROLOGIE.

L'Académie Électorale de Manheim a écrit à l'Académie Royale la Lettre ſuivante.

Academiæ Regiæ Scientiarum Berolinenſi, Academia Elect. Theodoro-Palatina felicitatem.

A Sereniſſimo principe Electore palatino inſtitutam nuper eſſe Societatem meteorologicam, cum Academia noſtra conjunctam, quæ inſtrumenta harmonica ad obtinendas obſervationes inter ſe rite comparabiles per omnes terræ partes mittit, ex adjuncto hiſce literis Monito, Viri optimi, perſpicietis.

Facit & magnitudo coepti operis & ejus cum publica utilitate arctiſſima conjunctio, ut opem in eo nobis & ſuppetias vehementer optemus. Unde has fidentius petere, unde ſecurius exſpectare nobis fas eſt, quam a clariſſimis Academiis, quæ ſcientias huc usque ſingulari ſtudio & laude feliciſſime excoluerunt? Eas inter cum veſtra, Viri præſtantiſſimi, locum e principibus unum facile obtineat, ad laboris noſtri Societatem humaniſſime vos invitare audemus, ſpe certa ducti, fore ut eam admittere, & inſtitutum hoc per regias ditiones propagare non recuſetis, quo facto & univerſi orbis literati votis vos reſponſuros, & ingentem cumulum gloriæ veſtræ acceſſurum eſſe arbitramur.

De benigna hac voluntate veſtra cum primum certiores nos feceritis, ea, quæ Sereniſſimi Electoris juſſu diſtribuuntur, inſtrumenta una cum brevi

ejus modi, quo confecta ſunt, deſcriptione vobis mittemus, ut, ſi ita vobis viſum fuerit, alia ad hoc exemplum paranda, ac delectis locis collocandæ curare poſſitis; de inſtrumentorum enim harmonia pro inſtituti noſtri ratione potiſſimum agitur. An collectas inde obſervationes ſingulari opere ipſi quotannis edere, aut communicare nobiſcum velitis, ut una cum noſtris in lucem prodeant, hoc ſapientiæ & arbitrio veſtro relinquimus. Ut vero, quæ inſtrumentis noſtris Berolini inſtitutæ fuerint, obſervationes annuatim nobis mittantur, id enixe rogamus. His ſi quæ aliæ, de quibus in Monito (§. 5. 9. 10. 13) ſermo eſt, adjungerentur, res fieret nobis multo gratiſſima.

Valete, & quod magnopere rogamus, nobis ſumma vos obſervantia colentibus brevi reſcribite. Dedimus Manhemii XIX Calendas Februarii 1781.

L. B. DE HOHENHAUSEN. *STENGEL.*

HEMMER.

* * *

Après le rapport des Commiſſaires nommés pour examiner la Lettre précédente, l'Académie a jugé qu'elle pouvoit & devoit accepter avec reconnoiſſance l'offre qu'elle contient. Le Secrétaire a répondu en conſéquence; & les Inſtrumens météorologiques ayant été envoyés, M. *Beguelin*, qui s'eſt chargé des *Obſervations météorologiques*, inſérées dans chaque Volume des Mémoires, emploie depuis ce tems-là ces Inſtrumens aux uſages auxquels ils ſont deſtinés.

Digitized by Google

CRISTALLOGRAPHIE.

EXTRAIT
d'une Lettre de M. ROMÉ DE L'ISLE
à M. FORMEY,
de Paris, le 1 Mai, 1780.

Oui, Monsieur, la *Cristallographie* ayant pour but de déterminer les „formes distinctives de toutes les substances du Régne minéral, & „ces formes étant le résultat immédiat de l'intime combinaison des Princi„pes élémentaires que leur simplicité & leur solidité rend indestructibles, & „conséquemment invariables, nous pouvons être certains que l'étude de „ces formes nous conduira aux découvertes les plus réelles, surtout si l'on „ne néglige point de s'aider du flambeau de l'*analyse chymique*.

„Si la grossiereté de nos organes ne nous permet pas de saisir les *vrais* „*principes élémentaires* des corps, au moins avons-nous la faculté de par„venir à la connoissance des *principes secondaires*, ou *chymiques*. Or nous „voyons constamment résulter de la combinaison de ces derniers des corps „polyedres & déterminés que nous appellons *sel neutre*, *pierre*, *minéral* ou „*métal*, suivant les diverses propriétés qui les caractérisent. Il n'est donc „aucune substance du Régne minéral qui puisse se soustraire aux *loix de la* „*Cristallisation*, qui sont les mêmes que *celles de la combinaison*, ou de ce „grand phénomene de la Nature que l'on nomme *attraction*, *pesanteur*, „*gravitation*. Ainsi, toutes les fois que les deux mêmes principes vien„dront à s'attirer, à se combiner, dans des circonstances & des propor-

Digitized by Google

„tions ſemblables, il en réſultera des corps de même forme, de même du-„reté, de même denſité, de même couleur. Mais comme *le tems*, *l'eſpa-„ce* & la *fluidité* ſont abſolument néceſſaires à l'arrangement régulier des „molécules intégrantes des corps, il arrivera fréquemment que, faute de „la réunion de toutes ces circonſtances, la *Criſtalliſation* ſera confuſe, c'eſt „à dire qu'au lieu de préſenter des polyedres d'une figure diſtincte & déter-„minée, elle n'offrira que des maſſes informes, *granuleuſes*, *lamelleuſes* „ou *ſtriées*.

„Telle eſt, Monſieur, la différence la plus frappante qui ſe rencontre „entre un *ſpath calcaire rhomboïdal*, & un bloc de ſtalactite, de marbre „ou d'albâtre, entre un *criſtal de ſélénite décaedre* & une pierre à plâtre groſ-„ſiere, entre un *criſtal de roche hexagone à plans triangulaires iſoſceles*, & „un quartz informe, un grès, une agate, un caillou. Jettez les yeux ſur „ces maſſes énormes de *granit* & de *ſchiſte granitoïde* qui compoſent les „montagnes les plus vaſtes & les plus élevées de notre Globe; vous n'y „diſtinguerez au premier abord rien de régulier ni de déterminé: mais pre-„nez un bloc de ce granit, ou de ce ſchiſte granitoïde, & conſidérez ſon „tiſſu; vous trouverez qu'il n'eſt autre choſe qu'un amas plus ou moins „confus de *Criſtaux* très reconnoiſſables, ſurtout lorsqu'à la faveur de quel-„que vuide les molécules criſtallines auront eu la liberté de prendre la forme „qui doit réſulter de la combinaiſon de leurs principes conſtituans. Vous „y reconnoîtrez alors les formes diſtinctives du *quartz*, du *feld-ſpath*, du „*mica*, du *ſchort*, du *grenat*, du *fer* même &c. Or ſi les *Montagnes pri-„mitives*, auſſi différentes par leur ſtructure de celles qui doivent leur origi-„ne aux *dépôts ſous-marins* que celles-ci, different elles-mêmes des „*Montagnes volcaniques*, & des *Collines* de troiſieme & quatrieme forma-„tion; ſi, dis-je, les montagnes primitives ſont inconteſtablement un „produit de la *Criſtalliſation*, peut-on ſe flatter de donner une bonne „théorie du Globe, lorsqu'on n'y fera point intervenir cette grande opéra-„tion de la Nature ſur la *matiere brute*, je veux dire, ſur toute matiere „dépourvue de germes ou d'organes propres à ſe développer par intus-„ſuſception?

„Tels

„Tels ſont, Monſieur, les grands objets vers lesquels peut nous guider l'étude des *formes cryſtallines*. Nous lui devrons ſans doute un jour „une connoiſſance plus approfondie des matieres qui compoſent la partie „ſolide de notre Globe. Si mes recherches en ce genre peuvent me conduire à quelque découverte digne du CORPS ILLUSTRE qui veut bien „m'aſſocier à ſes doctes travaux, je me ferai un devoir de Vous l'adreſſer, „pour le mettre ſous les yeux de l'Académie.

GÉOMÉTRIE.

RAPPORT d'une quadrature du cercle.

PAR M. DE LA GRANGE.

L'Académie m'ayant chargé de lui rendre compte de cet Ouvrage ſur la quadrature du cercle, je l'ai examiné avec toute l'attention dont je ſuis capable; mais je ſuis obligé d'avouer qu'il ne m'a pas été poſſible de découvrir les principes de l'Auteur, ni la marche de ſes opérations. Je n'y ai trouvé nulle trace de démonſtrations géométriques, & moins encore de calculs algébriques; & je n'ai pas pu comprendre ce que ſignifient les Tables des progreſſions arithmétiques de la quadrature du cercle, lesquelles paroiſſent ſervir de fondement à tout l'Ouvrage.

Je n'entends pas non plus ce que l'Auteur nomme points carrés mathématiques, ni ce qu'il appelle liaiſon du diametre & de la périférie, & qu'il fait conſiſter dans la ſomme de leurs valeurs.

Ne pouvant donc rien dire de la méthode & des raiſonnemens de l'Auteur, je me contenterai d'en examiner le réſultat, c'eſt à dire la valeur qu'il

donne pour le rapport de la circonférence au diametre. Cette valeur eſt exprimée par la fraction $\frac{207\frac{1}{3}}{66}$, laquelle ſe réduit à celle-ci plus ſimple $\frac{311}{99}$; & l'Auteur la donne pour exacte & rigoureuſe; de ſorte que par cette ſeule raiſon on eſt déjà en droit de la regarder comme fauſſe.

Mais pour pouvoir mieux juger de combien elle s'éloigne de la *vérité*, je la réduis en décimales, ce qui me donne 3,1414.... où les deux chiffres 14 reviennent à l'infini. Cette valeur étant comparée avec la valeur connue 3,14159.... on voit qu'elle eſt fauſſe dès la quatrieme décimale, & qu'elle eſt néceſſairement moindre que la véritable valeur du rapport de la circonférence au diametre. Ainſi il exiſte néceſſairement une infinité de polygones inſcrits au cercle dont les périmetres ſont plus grands que la prétendue valeur que l'Auteur aſſigne à la circonférence, ce qui doit ſuffire pour en prouver la fauſſeté.

Snellius, à l'exemple d'Archimede & pour renchérir ſur le travail de ce grand homme, a pris la peine de calculer en nombres la valeur des périmetres de quelques polygones inſcrits & circonſcrits au cercle, en partant des polygones de 5 côtés & doublant continuellement le nombre des côtés. Et l'on voit par les Tables qu'il en donne dans ſon *Cyclometricus* p. 17, que le polygone inſcrit de 640 côtés a ſon périmetre plus grand que 3,14157, ce qui eſt, comme l'on voit, plus grand que la valeur prétendue de la circonférence.

Mais on peut trouver des polygones inſcrits d'un moindre nombre de côtés dont les périmetres ſoient auſſi plus grands que cette valeur. Il n'y a pour cela qu'à conſulter les Tables que M. Nicole a données dans les Mémoires de Paris pour l'année 1747, à l'occaſion d'une nouvelle prétendue quadrature du cercle.

Dans ces Tables on trouve les valeurs numériques des aires & des périmetres des polygones inſcrits & circonſcrits au cercle, dans leſquels le nombre des côtés augmente dans la progreſſion double depuis le triangle équilatéral juſqu'au polygone régulier de 3.2^{17} ou 393216 côtés, valeurs qui ſont pouſſées par l'extraction des racines carrées juſqu'à 15 décimales.

On voit donc par ces Tables que le polygone inſcrit de 96 côtés a pour périmetre (en ſuppoſant le diametre 1) 3,14103195.... ce qui eſt moindre que la valeur propoſée; mais que le polygone ſuivant de 192 côtés a pour périmetre 3,14145247.... quantité plus grande que cette valeur.

Ainſi la prétendue valeur de la circonférence du cercle ſe trouve moindre que le périmetre du polygone régulier de 192 côtés; ce qui eſt une preuve palpable de ſa fauſſeté, puisqu'il ſaute aux yeux que la périférie du cercle eſt néceſſairement plus grande que le périmetre de tout polygone inſcrit.

Si l'Auteur ſavoit aſſez de Géométrie & d'Arithmétique pour faire lui-même le calcul de ce polygone, il pourroit ſe convaincre de la vérité de ce que je viens d'avancer. Et s'il vouloit ſe fier pour cet effet aux Tables trigonométriques déjà calculées, il n'auroit qu'à remarquer que le côté du polygone inſcrit de 192 côtés étant la corde de l'angle $\frac{360^\circ}{192}$, & par conſéquent le double du ſinus de la moitié de cet angle, c'eſt à dire de l'angle $\frac{360^\circ}{384} = 56'\ 15''$, il ſuffit de multiplier le ſinus de $56'\ 15''$ par 384 pour avoir le périmetre cherché du polygone de 192 côtés.

Faiſant donc le calcul par les logarithmes, on a

$$\begin{array}{ll} \text{l. ſin } 56'\ 15'' & = 8,2138293 \\ \text{l. } 384 & = 2,5843312 \\ \hline & \ 0,7981605 \quad \text{N}^\circ.\ 6,28290. \end{array}$$

Ainſi 6,28290 eſt la valeur approchée de ce périmetre en prenant le rayon pour l'unité; donc, ſi on prend le diametre pour l'unité, on a 3,14145 pour la valeur dont il s'agit, laquelle s'accorde, comme l'on voit, avec celle de M. Nicole, & qui eſt évidemment plus grande que celle de la prétendue quadrature.

Je dois remarquer au reſte que la fraction $\frac{311}{99}$, adoptée par l'Auteur, eſt une de celles de la ſuite des fractions convergentes vers le rapport de la périférie au diametre, mais plus petites que ce rapport, comme on le voit

par la Table que j'en ai donnée dans les Additions à l'Algebre de M. Euler p. 440.

Ainſi cette fraction a l'avantage qu'elle approche plus de la vérité que ne pourroit faire aucune autre fraction plus petite que la vraie valeur & dont le dénominateur ſeroit moindre que 99; mais elle approche moins que la fraction qui la ſuit immédiatement & qui eſt $\frac{333}{106}$; & moins encore que la fraction $\frac{355}{113}$ qui eſt celle de Metius, mais qui eſt plus grande que la vraie valeur. Je conclus donc

1°. Que la quadrature propoſée eſt fauſſe, parce qu'elle differe des réſultats connus, & qu'elle donne pour la circonférence du cercle une valeur moindre que le périmetre du polygone inſcrit de 192 côtés.

2°. Que l'on ne peut porter aucun jugement ſur la méthode & les raiſonnemens de l'Auteur, parce qu'ils ſont inintelligibles.

3°. Qu'il conviendroit d'exhorter cet Auteur, qui paroît d'ailleurs aſſés laborieux, à employer ſon tems & ſon travail à des objets qui ſoient plus à ſa portée & ſurtout qui puiſſent être d'une plus grande utilité; car outre qu'il n'y a aucune récompenſe promiſe ou à eſpérer pour celui qui quarrera le cercle, il ne réſulteroit même de cette quadrature aucun avantage réel pour la Géométrie. En effet, s'il étoit poſſible de trouver une expreſſion finie du rapport de la circonférence au diametre, cette expreſſion ſeroit néceſſairement ſi compliquée de radicaux que pour en faire uſage il faudroit toujours la réduire en décimales, & par conſéquent à une valeur ſeulement approchée; or on a déjà des valeurs qui approchent ſi près de la vraie meſure de la circonférence du cercle, que l'erreur eſt moindre qu'une fraction qui auroit l'unité pour numérateur, & pour dénominateur l'unité ſuivie de 126 zéro; car telle eſt la valeur trouvée par M. Lagni dans les Mémoires de Paris de 1719.

PHYSIQUE.

RAPPORT
DE M. ACHARD,
concernant les Opuscoli Fisico-Chemici *du Chevalier* LANDRIANI (*).

Les opuscules physiques & chimiques de M. *Landriani* que l'Académie m'a remis pour en faire un rapport, contiennent 5 Mémoires qui tous sont intéressants, tant par les sujets que par la maniere dont l'Auteur les a traités. Dans le premier l'on trouve la description d'un instrument météorologique de l'invention de M. *Landriani* qui sert à connoître la durée de la *pluie, sa* quantité & le temps où elle est tombée; cet instrument est ingénieusement imaginé & paroît être d'un bon usage dans la pratique. Le second Mémoire contient la description d'une nouvelle méthode pour conserver les insectes.

Le 3^{me} a pour objet le fameux probleme de la transmutation des acides; l'Auteur y prouve très bien que tous les acides peuvent être changés en acide méphitique ou aërien.

Dans le quatrieme Mémoire l'Auteur a recueilli toutes les connoissances qu'on a sur le principe de la chaleur fixé dans les corps, & qui sans être sensible aux sens, ou produire tant qu'il est fixe les effets que produit la chaleur, se développe dans certaines circonstances & se fixe dans d'autres. Il est connu de tous les physiciens que ce phénomene a souvent lieu dans la dissolution des corps, & dans leur passage de la fluidité à la solidité ou de la solidité à la fluidité; les expériences que l'Auteur a rassemblées & faites lui-même à ce sujet, font entrevoir beaucoup d'analogie entre la propriété

(*) Lu le 22 Novembre 1781.

de la matiere ignée de se fixer & celle de l'air d'entrer dans la composition des corps.

Les expériences qui font le sujet du 5e & dernier Mémoire sont nouvelles; elles prouvent d'une maniere indubitable que tous les acides minéraux peuvent servir à la production de l'air déphlogistiqué, & que ce n'est par conséquent pas une propriété particuliere de l'acide nitreux, comme on avoit lieu de le croire d'après les expériences faites par d'autres Physiciens.

M. *Landriani* promet une continuation de ses Opuscules; en réalisant bientôt sa promesse il fera surement plaisir aux Physiciens & aux Chimistes.

RAPPORT

DE M. DE CASTILLON (*).

Mr. le Chevalier *Landriani* communique à l'Académie une lettre Italienne de M. le Professeur *Moscati*, concernant une végétation électrique nouvellement découverte. Pour l'obtenir on place sur le conducteur d'une machine électrique un morceau de camphre bien large; on en allume la surface supérieure; on la laisse brûler quelque temps; on l'éteint; & on charge le conducteur. La surface supérieure du camphre ne tarde pas à se couvrir d'une espece de mousse qui augmente pendant quelques secondes, & qui bientôt se détache & se disperse dans l'air, si l'on continue de faire agir la machine électrique. Mais on peut garder cette végétation durant quelque temps, si l'on cesse d'électriser, & si l'ayant laissé refroidir pendant 5 ou 6 minutes, on la met sous une cloche de verre.

Le même jour que la lettre de M. *Landriani* fut présentée à la Compagnie, après l'assemblée, M. *Moulines* me dit qu'il avoit vérifié cette expérience, dont il avoit entendu parler à M. *Hoffman*, Directeur de la cham-

(*) Lu le 21 Février 1782.

bre de S. A. R. Monseigneur le Prince *HENRI;* & que M. *Landriani* l'avoit annoncée à M. *Hoffman.*

Notre digne Confrere voulut bien, Samedi passé, refaire à ma réquisition & en ma présence, l'expérience de M. *Moscati.* Le temps étoit froid & sec. On laissa brûler le camphre une fois une minute, & une fois deux minutes. La végétation parvint jusqu'à la hauteur de deux lignes & demie. Elle s'est si bien conservée, que M. *Moulines* va vous la montrer.

M. *Moscati* parle aussi d'une expérience qui tend à montrer que l'électricité contribue à la formation de la grêle. M. *Moulines* se propose de la répéter quand il aura l'instrument nécessaire. Il en fera sans doute part à l'Académie, aussi bien que de quelques autres expériences intéressantes qui regardent l'électricité.

EXTRAITS
de la Correspondance
DE M. JEAN BERNOULLI (*).

I. *Extraits de quelques lettres de M. l'Abbé TOALDO.*
(*Écrites en Italien.*)

1. *De Padoue le 26. Nov. 1781.* - - - Je poursuis l'idée d'écrire l'histoire météorologique de l'Italie; je tâche de recueillir des observations & je me propose même de faire un voyage pour cet effet; j'ai dessein d'écrire cet ouvrage en latin, & je voudrois avoir fait de même à l'égard de mon Essai météorologique. En attendant nous continuons ici

(*) Des articles de ce genre perdant ordinairement tout leur mérite s'ils sont d'ancienne date, il ne semble pas à propos de s'assujettir à l'année à laquelle le Volume appartient; je donnerai ce que la correspondance me fournit jusqu'au moment de l'impression de cette Histoire, & malgré cette anticipation, il faudra supprimer beaucoup de remarques qui ont déja cessé d'être intéressantes.

Digitized by Google

de faire avec beaucoup de ſoin les obſervations de ce genre; mais ſi elles doivent s'imprimer, il faut que ce ſoit tout au long; autrement elles ſont de peu d'uſage &c.

2. *De Padoue le 6. Avril 1782.* - - - Vous m'écrivez du 19 Février & vous ne me dites rien du froid extraordinaire qui s'eſt fait ſentir dans tant d'autres endroits de l'Europe, ſans en excepter le Nord, le 17 Février & ſurtout le 18. Il a été de $10\frac{3}{4}$ degrés à Padoue, mais pas loin d'ici, par ex. à Udine, Capitale du Frioul, il eſt allé jusqu'à 15. Ce froid tardif ſuit l'ordre du *Saros*, lequel m'a fait preſſentir auſſi l'ouragan accompagné de neige que nous avons eu ici le 24 Mars, ainſi que les pluies de ces jours derniers. Je perſiſte à croire que ce cycle, avec les reſtrictions cependant que j'y mets, peut être de quelque uſage, même dans la ſociété & dans la vie commune; en ſorte qu'on s'appercevra de plus en plus de l'utilité des obſervations météorologiques & des régiſtres qu'on en tiendra dans chaque endroit. Mais d'un autre côté je ne voudrois pas qu'on en multipliât ſi fort la maſſe, à quoi on ſemble tendre aujourd'hui avec tant d'inſtrumens différens, de façon qu'il devient impoſſible de mettre ces obſervations en œuvre, ou que du moins on perd le courage de l'entreprendre. J'ai vu depuis peu un Proſpectus d'un certain Saxon (*), qui annonce une quantité de Tables à faire peur. Je voudrois qu'on diſtinguât l'objet phyſique de l'uſage civil; celui-là exige ſans contredit toute la délicateſſe poſſible, mais celui-ci ſe contente de peu; par ex. de la qualité des jours des Lunes, des ſaiſons, avec leurs principaux accidens & caracteres. Quant à l'uſage phyſique, je penſe que les extraits n'y ſuffiſent pas; c'eſt la ſuite détaillée des obſervations qu'on veut & dont on a beſoin. Je ne puis m'empêcher de me fâcher, quand je vois dans vos Mémoires, 16 pages & plus, d'*extrait*, ſans y trouver les obſervations que je voudrois conſulter pour mes vues. La Société royale de Londres s'eſt déjà rendue à mes inſtances en remédiant à un défaut ſemblable dans ſon recueil. Que l'on donne les obſervations, & cela ſuffit. Joignez-y enſuite autant d'extraits que

(*) Apparemment de M. *Wunſch* D. en Méd. à Leipſic. (B.)

Digitized by Google

que vous voudrez, à votre maniere; mais laissez-moi les moyens d'en faire aussi à la mienne, & d'en tirer les résultats dont j'ai besoin: Vous m'obligerez véritablement, Mr. en faisant agréer à l'Académie cette méthode, qui est sans contredit la plus utile, ou plutôt la seule utile. Voilà la Société de Manheim qui va recueillir toutes les observations de ses correspondans, qui s'attache même à en augmenter le nombre, qui veut les faire imprimer toutes, même avec des discussions, des comparaisons &c. mais combien de volumes par an! je crains bien qu'on n'en vienne pas à bout, d'autant que la dépense sera énorme & le nombre des acheteurs peu considérable: on sera donc obligé de se restreindre pareillement à des extraits & à de simples Tables de comparaison - - - .

J'ai vu dernierement à Venise une machine électrique étonnante, inventée par un peintre qui se nomme M. *Maggiotto.* Il a imaginé d'aggrandir le plateau, en construisant une surface circulaire composée de segmens de verre encadrés dans une roue de bois; moyennant cela il forme des disques de 3, 4, 5 pieds de diametre; un demi-tour de roue suffit pour produire des effets prodigieux dont j'ai été témoin; l'idée de cette machine me paroit la meilleure de toutes celles que j'ai vues: un plateau d'une seule piece, un cylindre, un globe - - tout cela doit avoir ses limites; au lieu qu'ici, en étendant la surface, on peut recueillir autant de feu électrique que l'on veut. M. *Maggiotto* a publié une brochure sur son invention, que je tâcherai de Vous envoyer. - - A propos d'Électricité, le P. *Barletti*, Professeur à Pavie, donne au public quelques Mémoires dans lesquels il prouve, ou du moins prétend prouver, que l'électricité résineuse, toutes choses égales d'ailleurs, est 2, 3 & quelquefois jusqu'à 20 fois plus grande que l'électricité vitrée - - - .

3. *De Padoue le 29. Juin 1782.* - - - On a fait à Rome une belle expérience. M. *Atanasio Cavalli*, Professeur de Physique expérimentale dans l'Université Grégorienne, exposa deux vases remplis d'eau, pendant plusieurs nuits, à la Lune, sous des circonstances parfaitement égales, si ce n'est qu'il mit l'un de ces vases à l'abri des rayons directs de la Lune au moyen d'un grand écran placé à 3 pieds de distance. Le résultat fut que

le vaſe expoſé perdit en 9 nuits, par l'évaporation, deux lignes & un ſixieme de plus que ne fit le vaſe abrité; ce qui prouve que les rayons de la Lune ne laiſſent pas de produire quelque effet (*).

II. *Extraits de quelques lettres de M. JACQUES BERNOULLI.*

1. *De Bâle le 26. Juin 1782.* - - - Je dois Vous communiquer une nouvelle eſpece de Barometre, ou comme Vous voudrez l'appeler. Il y a quelques années que M. le Prévôt de Bürglen, (endroit appartenant à l'Abbaye de S. Blaiſe) découvrit par hazard qu'un long fil de fer qu'il avoit tendu pour quelque uſage dans ſon jardin, ſonnoit quelquefois pendant aſſés longtems, & que d'autres fois on n'entendoit rien du tout. Ayant continué ſes obſervations il trouva que ce frémiſſement avoit lieu quand le tems étoit ſur le point de changer, & qu'au contraire les vibrations ceſſoient quand le tems devoit être conſtant, ſoit qu'il fît de la pluie, ou du beau tems. Il communiqua ce phénomene à M. *Haas* de notre ville (le même qui s'eſt rendu célebre par ſa Typométrie,) qui ne tarda pas à tendre un fil ſemblable au travers de ſon vaſte jardin, & qui le trouva ſi bien d'accord avec celui de M. le Prévôt, que quelque mauvais tems qu'il faſſe au mois de Juin, il n'héſite pas de faire couper ſon foin, s'il entend chanter le fil. Il eſt vrai que quelques connoiſſances de M. *Haas* prétendent que le fil a auſſi déjà menti; quoi qu'il en ſoit, ce chant reſſemble au ſon de pluſieurs cloches ſi éloignées qu'on ne peut pas les diſtinguer les unes des autres. La cauſe de ce phénomene eſt encore à chercher.

2. *De Bâle le 22. Octobre 1782.* - - - Communiquez à vos Phyſiciens électriſeurs une petite découverte que M. *Ryhiner* (**) a faite par ha-

(*) Cette expérience digne de l'attention des Phyſiciens a été répétée avec ſuccès par M. l'Abbé *Bertholon de St. Lazare*, Profeſſeur de Phyſ. expér. des États généraux du Languedoc. V. Journ. Encyclop. 1782. 1. Oct. p. 342. (B.)

(**) M. *Ryhiner*, fils d'un des 4 chefs de la République de Bâle, donne (ſuivant ce que m'écrit mon frere dans une lettre antérieure) presque tout le tems qui lui reſte des affaires du commerce, à la Phyſique expérimentale & à l'Artillerie. Son cabinet eſt richement fourni, pour la machine pneumatique, pour l'optique, & des principaux inſtrumens pour faire les expériences des gas; mais ſurtout des inſtrumens néceſſaires pour l'électricité. Il a lui-même inventé pluſieurs jolis inſtrumens principalement pour démontrer les avantages des con-

zard: en faisant passer le torrent électrique à travers un morceau de sucre de Canarie, retenu entre deux pointes de métal, ce sucre devient phosphorique pour une minute ou $1\frac{1}{2}$; & même il arrive quelquefois que le sucre est jeté en éclats luisans par la chambre. J'ai été témoin de l'expérience: il s'entend qu'elle doit se faire dans l'obscurité (*).

SUR LES HYGROMETRES.

Mr. van Swinden, Professeur à Franeker, m'écrit en date du 7 Février 1782:

„Je continue toujours mes observations météorologiques.... J'observe les deux hygrometres de Mrs. *Buissart* & *de Luc*, qui sont comparables & marchent en général assez uniformément, excepté pourtant que le dernier est beaucoup plus sensible; ce qui fait que dans les passages subits de l'humidité à la sécheresse, il se tient proportionellement plus haut que l'autre, & au contraire dans les passages de la sécheresse à l'humidité.....

L'hygrometre de M. *Buissart* n'est dans le fond qu'une imitation du premier hygrometre de M. *de Luc*.... La seule différence est que M. *Buissart* se sert d'un tuyau de plume au lieu d'un cylindre creux d'ivoire qu'employoit M. *de Luc*. Ce tuyau est rempli de mercure qui monte dans un tube de verre cimenté à la plume. La capacité du tuyau augmente par l'humidité, & diminue par la sécheresse: ce qui fait descendre ou monter

ducteurs des bâtimens, & comme il fait tourner, il fabrique lui-même une grande partie de ses instrumens. Il possede d'ailleurs une collection des meilleurs livres qui traitent des sciences qu'il cultive; pour ne rien dire d'un beau cabinet d'oiseaux de la Suisse, & d'autres collections remarquables qu'il a formées &c. (B.)

(*) M. *Moulines*, Membre de l'Académie, eut sur le champ l'idée, lorsque je lui eus parlé de cette expérience, de renfermer promtement le sucre électrisé dans un vase de verre vuide d'air pour le conserver dans l'état phosphorique.

le mercure. Le *zéro* de l'échelle est le point auquel le mercure descend quand le tuyau a été plongé pendant quelque temps dans un bain d'eau rempli de glace. Les degrés sont des parties aliquotes du rapport qu'il y a entre la capacité du tuyau & celle du tube; comme pour les thermometres. Cet instrument est accompagné d'un thermometre pour faire les corrections nécessaires pour réduire le mercure de l'hygrometre à la température o qu'il avoit dans l'expérience fondamentale. Ces instruments sont très-difficiles à construire; surtout à cause que toutes les plumes n'ont pas la même dilatabilité par l'humide, ni la même sensibilité: il paroît cependant qu'on en a construit plusieurs comparables à très-peu près. Ce défaut-là, & quelques autres inconvénients qui se trouvent également dans l'ivoire, ont engagé M. *de Luc* à rejeter son premier hygrometre, & à en construire un second fondé sur des principes totalement différents & sur une multitude d'expériences exactes. La principale piece est une bandelette de baleine très-mince & longue de 8 à 9 pouces, coupée suivant la longueur du fanon. Cette bandelette est fixée par en bas, & fait mouvoir en haut une aiguille qui marque les degrés sur un cadran. La puissance opposée est un ressort de montre, qui se bande quand la bandelette, se raccourcissant par la sécheresse, fait tourner le tambour qui contient le ressort; & au contraire le ressort se relâche quand la bandelette, s'étendant par l'humidité, oppose moins de résistance à son action. Ces instruments sont d'une sensibilité étonnante; ils sont très comparables....

Quoique M. *de Luc* ne donne encore cet instrument que comme un essai qu'il travaille à perfectionner, je crois cependant, comme lui, qu'on peut s'en servir en attendant pour faire des observations comparables. Mais je regrette que les occupations qui accablent M. *de Luc* actuellement..... l'empêchent de songer à son nouvel hygrometre &c.

DE CASTILLON.

SUR
LES CONDUCTEURS.

De Glogau en Siléfie du 7. Mai 1782.

Vers les huit heures du foir, un orage venant du couchant s'approcha du magazin à poudre N°. 5. établi fur ce qu'on nomme le *Galgenberg*. Il parut enfuite un grand éclair fuivi d'un coup de tonnere fi violent que la fentinelle de ce magazin en fut étourdie & perdit connoiffance pendant quelque tems.

Le Factionaire du magazin N°. 4. courut à fon camarade pour l'exhorter à fe retirer au plus vite, puisque tout l'échaffaudage étoit en feu; mais lorsqu'il fut plus près du magazin frappé, il vit qu'il s'étoit trompé & que l'échaffaudage étoit intact, ce qui fait préfumer que la foudre eft descendue le long de la barre du Conducteur & s'eft enfuite plongée dans le puits qui eft deffous. Ce puits du N°. 5. a vint cinq pieds de profondeur fous l'horizon, & quatre de diametre; il y avoit dans ce moment cinq pieds d'eau. Après d'exactes recherches que des Officiers de l'artillerie ont été chargés de faire, il s'eft trouvé, que ni la barre, ni l'échaffaudage n'ont rien fouffert.

Ce qui prouve cependant que le rapport de la fentinelle N°. 4. a été jufte, c'eft que des ouvriers employés aux travaux de la forterefe & éloignés d'environ 250 pas du magazin N°. 5. s'accordent tous à dire qu'ils ont vu la foudre fortir du nuage & frapper la pointe du Conducteur, & qu'il leur a fi bien paru que tout l'échaffaudage étoit allumé, que dans leur premiere frayeur ils ont crié *au feu*.

La place qu'occupoient ces gens qui s'étoient réfugiés fur la porte d'une auberge qui donne précifément du côté de la barre du Conducteur, prouve encore qu'ils ont très bien pu voir ce qu'ils difent avoir vu.

MOULINES.

SUR
UNE NOUVELLE MACHINE ÉLECTRIQUE.

Il y a déjà longtems que frappé des avantages qu'on pourroit retirer tant pour la ſanté que relativement à la végétation & à quantité d'autres objets, d'une machine électrique dont la marche continueroit d'un pas égal pendant quelques heures; je me ſuis occupé de l'idée de l'exécuter.

Cette machine que j'ai l'honneur de vous préſenter, Meſſieurs, eſt extrêmement commode, puiſqu'on peut la tranſporter avec facilité vu le peu de place qu'elle occupe. C'eſt une cage de laiton qui a à peu près dix pouces en quarré ſur quatre de hauteur. A l'aide des roues & des reſſorts dont elle eſt compoſée, elle fait mouvoir horizontalement pendant quatre heures un plateau ou disque de verre de huit pouces de diametre; par un léger changement que j'ai fait faire à une des roues, on peut faire marcher le plateau verticalement, & même à ſa place employer un cylindre de trois pouces de diametre & de cinq de longueur. Cette machine, qui n'eſt qu'un eſſai, a cependant aſſez de force pour donner des étincelles & charger une petite bouteille de Leide de maniere à faire éprouver une commotion très ſenſible. On ſent bien qu'en donnant plus de volume à la piece & en augmentant les reſſorts, les roues & les nombres, on parviendroit à faire des expériences en grand.

Du 1. Avril 1782.

MOULINES.

MATHÉMATIQUE.

EXTRAIT de la correspondance DE M. BERNOULLI.

Mr. *Fuſs*, Membre adjoint de l'Acad. Imp. des Sciences de St. Pétersbourg, m'écrivit en date du 28 Déc. 1781. ce qui ſuit:

„ - - - M. *Lexell* revenu depuis peu de ſon voyage en France & en „Angleterre, a apporté de Lund, en manuſcript, une Table des nombres „premiers, exécutée jusqu'à un million d'après le plan que M. *Euler* a don„*né dans* le Vol. XIX. des Commentaires, par M. *Schenmark* & quelques „autres Calculateurs ſous ſa direction. On avoit parlé d'abord de la faire „imprimer aux dépens de l'Académie; mais on héſite depuis que j'ai com„muniqué à M. *Euler* ce que Vous m'avez marqué touchant M. *Hinden*„*bourg*, qui doit avoir promis 2 millions pour Pâques (*). Il vaudroit „pourtant la peine de reprendre ce projet louable, en cas que M. *Hinden*„*bourg* ne tînt pas parole; ce qui ne feroit pas impoſſible, vu les difficultés „qu'on rencontre en Allemagne dans la publication de pareils ouvrages. „Si Vous avez occaſion de prendre des informations ultérieures à cet égard, „Vous m'obligeriez ſi Vous vouliez m'en faire part."

Il ſera bon de faire quelques obſervations préliminaires avant de rapporter le réſultat des informations que M. *Fuſs* me chargeoit de prendre. Feu M. *Lambert* en publiant en 1770. des Tables de facteurs & de nombres premiers, dans ſes *Zuſætze* &c. ou Additions aux Tables logarithmi-

(*) C'eſt à dire une Table des diviſeurs de tous les nombres jusqu'à 2 millions, où l'on trouveroit auſſi les nombres premiers: ce qui rendroit la Table de M. *Schenmark* ſuperflue.

ques & trigonométriques, & dans le ſecond Volume de ſes *Beytrâge* &c. ou Mémoires de Mathématiques, avoit invité les amateurs du calcul à les continuer; car elles n'alloient que peu au delà de 10000, & en général il avoit tâché de leur faire ſentir le mérite d'employer utilement leur loiſir à dreſſer des Tables commodes, ſoit de cette eſpece, ſoit quelques autres qu'il leur indiquoit. Il n'avoit pas diſcontinué depuis lors d'encourager les calculateurs, ſoit directement ou par le moyen d'autres correſpondans, à concourir avec lui pour former un bon recueil de Tables mathématiques de toute eſpece; la conſidération dont il jouiſſoit jointe à l'importance réelle de ſon projet, fit entrer effectivement dans ſes vues un grand nombre de mathématiciens & d'amateurs du calcul. Il reçut pluſieurs Tables, & encore un plus grand nombre d'offres d'en calculer d'autres. La mort l'empêcha de pourſuivre cette entrepriſe; mais quelques-unes des Tables qui avoient été envoyées à feu M. *Lambert* ont été publiées par M. *Schulze*, Membre de l'Académie, dans ſon Recueil de Tables mathématiques. Ce n'eſt pas ici le lieu d'entrer dans un plus grand détail ſur ces Tables en général; je reviens à celles des facteurs de nombres, & des nombres premiers. M. *Lambert* en reçut de plus d'un endroit, avec des promeſſes de les étendre plus loin; mais aucune de ces Tables, parmi leſquelles il faut diſtinguer particulierement celles de M. *Oberreit* (*), n'a paru encore, tant à cauſe de la difficulté dont parle M. *Fuſs* de trouver un Libraire ou un nombre ſuffiſant d'acheteurs pour des ouvrages diſpendieux de ce genre; que par la crainte qu'elles ne fuſſent totalement éclipſées & rendu ſuperflues par les Tables que M. *Hindenbourg* fit eſpérer, & qui ſont celles dont M. *Fuſs* me chargeoit de m'informer. En effet M. *Hindenbourg*, aujourd'hui Profeſſeur de Philoſophie dans l'Univerſité de Leipſic, n'avoit pas tardé

(*) Dès l'année 1771. M. *Oberreit*, premier Commis au département des finances de S. A. S. E. de Saxe, envoya à M. *Lambert* des Tables de tous les diviſeurs des nombres non-diviſibles par 2, 3 & 5, pouſſées juſqu'à 260000: en 1772 il en envoya la ſuite juſqu'à 390000 & au décès de M. *Lambert* elles ſe trouverent continuées juſqu'à plus de 500000; elles ſont actuellement entre les mains de M. *Schulze*. Pour abréger je paſſe ſous ſilence les travaux du même genre, de M. *Wolfram*, Capitaine au ſervice de Hollande à Nimegue; de M. *Felkel*, Profeſſeur à Vienne, & de pluſieurs autres zélés calculateurs.

tardé de ſentir l'utilité du projet de M. *Lambert*, d'entrer dans ſes vues, & de s'attacher particulierement à l'idée des Tables de diviſeurs; mais doué lui-même de l'eſprit d'invention, & de talens ſupérieurs, il imagina une méthode très ingénieuſe pour étendre de pareilles Tables avec beaucoup de facilité auſſi loin que l'on voudroit, & dès 1776 il fit annoncer par le Libraire *Cruſius* à Leipſic, qui ſe chargea de l'ouvrage, un corps de Tables de diviſeurs, jusqu'à *cinq-millions:* où il ne comptoit cependant faire entrer que le plus petit & le plus grand diviſeur, afin de ne pas rendre l'ouvrage trop volumineux; & le premier million devoit paroître en 1777. Mais d'autres travaux & des obſtacles imprévus empêcherent l'Auteur & le Libraire de remplir cet engagement. En attendant M. *Hindenbourg* publia, peu de mois après le Proſpectus de ſon Libraire, une brochure accompagnée de Tables & de Figures (*), dans laquelle il décrit non ſeulement ſa maniere de procéder, mais encore beaucoup d'applications de cette méthode à d'autres uſages & une méthode de trouver machinalement les facteurs des nombres compoſés, ſans aucune opération de calcul; pour ne rien dire de grand nombre d'autres remarques utiles qui concernent les calculs numériques, ni des Tables qui accompagnent cet écrit, & qui pourront ſervir par la ſuite à pluſieurs uſages moyennant les compartimens vuides qu'on y a laiſſés, mais qui ſont arrangés une fois pour toutes, d'une façon commode & ſuſceptible d'une infinité d'applications.

M. *Hindenbourg* a profité du même délai que ſouffroit l'impreſſion de ſes Tables pour perfectionner de plus en plus ſa méthode, pour l'étendre à d'autres objets, & pour faire part au public du fruit de ſes recherches & de ſes découvertes (**).

(*) CARL FRIEDRICH HINDENBURGS *Beſchreibung einer ganz neuen Art, nach einem bekannten Geſetze fortgehende Zahlen durch Abzählen oder Abmeſſen bequem und ſicher zu finden. Nebſt Anwendung der Methode auf verſchiedene Zahlen, beſonders auf eine darnach zu fertigende Factorentafel, mit eingeſtreueten, die Zahlenberechnung überhaupt betreffenden Anmerkungen. Nebſt 5 Beylagen und 1 Kupfertafel. Leipzig 1776.*

(**) Les principaux de ces écrits ſont ceux-ci:

Infinitinomii Dignitatum Exponentis indeterminati Hiſtoria, Leges & formulæ. Acceſſit Methodus potentiarum problematis ſolvendis quamplurimis accommodata & ſerierum ab evolutione factorum quotcunque oriundarum Geneſis. Gotting. 1779. 200 pages in 4to.

Enfin M. *Hindenbourg* étant venu à bout de lever les différens empêchemens qui s'opposoient à la continuation & à l'impression de ses Tables de diviseurs, avoit repris ce projet plus sérieusement que jamais, & voici ce qu'il me répondit lorsque je lui eus fait part de la question de M. *Fuss*:

„Il est vrai, me dit-il (*), que les fraix que l'impression de mes Tables exige ont augmenté les difficultés: mais actuellement tout est en „bon train. L'ouvrage s'imprime dans le plus grand format in folio, & „on n'y trouve pas uniquement, comme je me l'étois d'abord proposé, le „plus grand & le plus petit diviseur des nombres composés: il contiendra „*tous* les diviseurs. En combinant étroitement le systeme décimal avec le „centésimal, & en arrangeant le plus convenablement des périodes trimy-„riadiques, je suis parvenu à l'avantage de pouvoir faire suivre les pages de „10,000 en 10,000, ce qui en abrégeant donne lieu encore à plusieurs „comparaisons intéressantes. Chaque page, au reste, a trois sousdivisions „principales dans sa largeur, & 10 autres suivant la longueur; cela fait „qu'on peut d'autant plus aisément comparer entr'elles des parties différen-„tes & vérifier les facteurs qu'elles indiquent, sans recourir à la multiplica-„tion effective. On peut entrer dans la Table avec tout nombre donné, „sans faire préalablement aucune division, & les facteurs s'expliquent sur le „champ. Les nombres premiers se présentent aux yeux le plus distincte-„ment du monde; on voit d'un coup d'œil combien il y en a dans chaque

Novi Systematis permutationum, combinationum ac variationum primas Lineas & Logisticæ serierum formulis analytico-combinatoriis per tabulas exhibendæ conspectum proponit &c. C. F. HINDENBURG. (*Lipsiæ* 1781.) 36 pages gr. 4to.

Cette derniere piece contient une théorie tout à fait nouvelle, à laquelle l'Auteur a été conduit par ses recherches sur les moyens mécaniques de trouver les diviseurs des nombres; & les avantages de cette théorie sont bien plus grands que ceux qu'offre la méthode qui l'a occasionnée: on trouve dans le petit ouvrage où l'Auteur la décrit, l'application la plus étendue à l'analyse, particulierement aux séries, & même aux cas les plus compliqués que celles-ci peuvent présenter. Quant à l'ouvrage précédent, il est composé, comme le titre l'indique, de deux parties: la premiere est une nouvelle édition augmentée de deux écrits publiés par l'Auteur en 1778; la seconde partie contient quelques uns des principes qu'il a développés dans le nouveau systeme des permutations &c. de plus on y trouve des Tables fondées sur ces principes.

(*) La lettre de M. *Hindenbourg* est en allemand, datée de Leipsic le 9 Févr. 1782.

„centaine de nombres, ou dans un nombre déterminé de centaines. L'im„pression avance un peu lentement; cependant il est probable que le *pre„mier million* pourra paroître avant la fin de l'année."

Ce que je viens de rapporter suffira pour donner une légere idée des travaux intéressans de M. *Hindenbourg* & d'un ouvrage important pour les mathématiciens de tous les pays. Si l'Académie l'approuve, je reprendrai cette matiere dans la partie historique du prochain Volume de nos Mémoires; & je rendrai compte des progrès d'une entreprise qui fait honneur à l'Allemagne & qui est trop peu connue dans l'étranger.

ASTRONOMIE.

EXTRAIT de la Correspondance DE M. BERNOULLI.

---

1. *Lettre de M.* MECHAIN, *Astronome Hydrographe de la Marine &c. à Paris, dat. du 11. Octobre 1781.*

J'ai l'honneur, M. de Vous annoncer la nouvelle Comete que j'ai découverte avant-hier, 9 de ce mois, vers 4 heures du matin; elle étoit entre les étoiles δ & θ du Cancer. Sa lumiere étoit extremement foible & la Lune la diminuoit sans doute encore beaucoup. Je n'ai point pu y voir de queue ni de noyau bien distinct; le centre étoit un peu lumineux; elle étoit un peu plus petite & moins apparente que la plus ronde des deux nébuleuses découvertes par M. *Bode* à l'oreille de la g^de^ ourse; mais la nébulosité n'étoit pas aussi étendue. J'ai comparé cette Comete le 1^er^ jour à δ du

Digitized by Google

Cancer. J'emploie toujours à ces obſervations une très bonne lunette acromatique de 3 pieds & demi de foyer, dont l'objectif a trois verres & l'ouverture 3 pouces & demi de France; cette lunette porte un micrometre de Canivet qui eſt un des meilleurs qu'il ait faits, & où l'on diſtingue une ſeconde qui eſt à peu près égale à une diviſion; car 100 parties valent 96", 8. Je ne dis ceci que pour que vous ſachiez, Monſieur, que je prens les moyens de diminuer le plus qu'il eſt poſſible l'incertitude des obſervations.

1781		Tems moyen à Paris.	Aſcenſ. droite apparente de la Comete	Déclinaiſon apparente
Octobre.	8	$16^h\ 43'\ 9''$	$126^\circ\ 39'\ 48''$	$18^\circ\ 58'\ 49''$ *B*
	9	16 50 0	126 51 12	19 21 23 *B*
	10	16 28 0	127 2 18	19 44 47 *B*

Aujourd'hui il m'a paru que la Comete avoit acquis un peu plus de lumiere, quoique la Lune n'en fût éloignée que d'environ 7 degrés. Son mouvement eſt aſſez lent pour qu'à l'arrivée de ma lettre vous puiſſiez aiſément la trouver, ſur tout ſi elle va en augmentant; quand j'aurai un plus long intervalle d'obſervations, je rechercherai les élémens de ſon orbite, & ſi vous l'obſervez, Monſieur, je recevrai avec bien de la reconnoiſſance vos obſervations.

Voulez-vous bien que je joigne ici les élémens de la 1ère Comete que j'ai découverte le 28 Juin dernier dans la grande ourſe? Je les ai établis ſur l'enſemble de mes obſervations du 28 Juin au 15 Juillet compris; l'erreur n'a été qu'une ſeule fois de 1', 30" en longitude, mais il y a 8 obſervations dans les 12 où l'erreur n'a pas été à 1', & quelquefois elle n'étoit que de très peu de ſecondes. Les bâtimens voiſins & le rapide mouvement de cette premiere Comete vers le Sud m'ont empêché de la ſuivre plus longtems; mais comme elle a parcouru 40°, 4' en longitude & 35°, 3' en latitude, ſon orbite doit être fort bien déterminée; voici ſes élémens:

Nœud aſcendant - -	$2^s\ 23^\circ\ 0'\ 38''$
Inclinaiſon - - -	81 43 26
Lieu du périhélie ſur l'orbite	7 29 11 25

Diſtance périhélie 0,775861, la moy. diſt. du ⊙ ſuppoſée = 1,0
Paſſage au périhélie 7 Juillet à 4^h 41′ 20″ tems moyen à Paris.
Mouvement réel direct.

2. *Extrait d'une autre lettre de M. Mechain, dat. du 1. Mars 1782.*

- - - „J'ai ſuivi jusqu'au 25. Déc. la Comete que j'ai eu l'honneur de Vous annoncer. On l'appercevoit ſans lunette dans les premieres ſemaines de Novembre; ſon mouvement eſt devenu alors extremement rapide; ſa moindre diſtance à la Terre a été de 0,25; elle a parcouru un arc de plus de 160 degrés. Mes occupations ne m'ont point encore permis d'établir des élémens fort exacts & d'y comparer toutes mes obſervations, qui ſont cependant rédigées."

„J'avois un peu abandonné la nouvelle planete; mais je me ſuis remis à l'obſerver aſſidument depuis le commencement de Décembre: j'y emploie une lunette acromatique de 3 pouces & demi d'ouverture, de 42 pouces de foyer & garnie d'un excellent micrometre de Canivet que j'y ai fait adapter; je joins ici ces obſervations, dont Vous ferez tel uſage qu'il Vous plaira."

Observations de la Planete de M. HERSCHEL *faites à Paris.*

		Tems moyen.	Ascens. appar.	Décl. appar.	
1781. Décembre	8	10h 5′ 0″	91°34′ 30″	23°42′ 37″	Déclin. un peu dout.
	9	8 54 52	91 32 14	23 42 42	
	10	10 13 14	91 29 10	23 42 40	
	12	10 10 9	91 23 31	23 42 47	
	14	9 38 38	91 18 19	23 43 0	à travers un brouillard fort épais.
	20	8 58 30	91 1 11	23 43 5	
	22	9 14 40	90 55 47	23 43 5	
	23	9 13 12	90 52 36	23 43 6	un peu douteuse.
	29	8 12 30	90 36 0	23 43 12	
1782. Janvier	3	7 40 0	90 22 2	23 43 17	
	6	8 6 10	90 14 8	23 43 21	
	18	8 16 30	89 43 25	23 43 25	
	26	6 10 0	89 26 14	23 43 27	
Février	1	7 20 46	89 14 20	23 43 25	
	15	6 47 30	88 54 1	23 43 12	
	16	6 29 0	88 53 0	23 43 12	
	17	6 29 45	88 52 6	23 43 12	
	18	6 27 0	88 51 3	23 43 16	
	20	6 32 0	88 49 13	23 43 13	
	21	6 29 0	88 48 28	23 43 12	
	24	6 26 20	88 46 35	23 43 12	
	27	7 0 40	88 44 41	23 43 12	

„La planete a toujours été comparée à *H* ou Propus des Gémeaux dont la position a été tirée du Catal. de *Bradley*, & à laquelle on a appliqué l'aberration & la nutation. Ainsi les positions ci-dessus de la planete sont apparentes."

„Je compte faire dans peu quelques tentatives, conjointement avec M. l'Abbé *Rochon*, pour tâcher de mesurer le diametre apparent de la nouvelle planete avec sa lunette acromatique de 7 à 8 pieds de foyer, qui produit un excellent effet; nous employerons son micrometre prismatique: je ne sais si nous réussirons, mais M. l'Abbé n'est pas sans espérances.

„Les travaux de M. *Bode* lui font beaucoup d'honneur. Vous trouverez, Monsieur, dans la Connoiss. des Tems de 1783 & surtout dans celle

de 1784 un grand catalogue de toutes les nébuleuſes obſervées à Paris par M. *Meſſier:* il en contient beaucoup de nouvelles, dont M. *Bode* n'a point parlé; j'en ai trouvé moi-même 25 à 30 qu'on n'avoit point encore obſervées & je les ai communiquées à M. *Meſſier.* Ses réſultats ſont ſouvent un peu différens des miens, 1°. parce qu'il les donne pour les mêmes dates que les ſiens, quoiqu'ils ſoient ſouvent antérieurs de pluſieurs mois & quelquefois d'une année; 2°. parce que j'ai toujours comparé mes nébuleuſes à des étoiles dont la poſition eſt donnée dans les nouveaux catalogues, ou que, quand je n'ai pas pu le faire, j'ai réduit les poſitions de *Flamſtead* en ayant égard à la véritable préceſſion & aux corrections dépendantes de la diminution de l'Obliq. de l'Écliptique, & que je n'ai pas même négligé l'aberration & la nutation; & enfin parce que je ſuis convaincu que les petites nébuleuſes ne peuvent ſe déterminer mieux qu'à 30″ près, à cauſe de la difficulté de les voir & en même tems les fils du micrometre. J'ai trouvé auſſi des réſultats un peu différens pour les deux nébuleuſes découvertes par M. *Bode* à l'oreille de la gr. ourſe: il y a peut-être erreur *dans les* Tables de Berlin. J'ai donné tout cela très détaillé dans deux Mémoires préſentés à l'Académie; il y en a même quelques nouvelles, que j'ai découvertes depuis l'impreſſion de cet article, dans la Connoiſſ. des Tems de 1784."

„Depuis 4 ans que la guerre s'oppoſe à la continuation des opérations hydrographiques dont j'étois occupé pour une nouvelle édition du *Neptune françois*, j'ai obſervé avec aſſez d'aſſiduité toutes les éclipſes de Satellites & les occultations d'Étoiles qui ont eu lieu à Paris; ſi ces obſervations peuvent Vous être agréables je me ferai un vrai plaiſir de Vous les communiquer. Oſerois-je à mon tour Vous prier de me communiquer les obſervations de l'éclipſe de Soleil du 17. Oct. 1781. que Vous pourrez avoir recueillies. J'en fais un uſage continuel pour la recherche des longitudes géographiques, ainſi que des occultations. Voici ce que j'ai obſervé de cette éclipſe à Paris ſous une latitude de 48°. 51′. 46″ & 6″$\frac{1}{2}$ de tems à l'orient du méridien de Paris.

Fin, à $8^h. 33'. 1''$. Tems vrai, avec une lunette acromatique de $3\frac{1}{2}$ pouc. d'ouverture & $3\frac{1}{2}$ pieds de foyer, & un très fort grossissement

à 8. 33. 0. par une autre personne qui observoit à côté de moi, avec une pareille lunette.

Au tems de la plus grande phase j'ai mesuré plusieurs fois la partie lumineuse du Soleil, & j'ai conclu & observé qu'à $7^h. 45'. 33''$ de Tems vrai elle étoit de $19'. 38'',6$ non corrigée de la réfraction. J'ai aussi mesuré un très grand nombre de distances des cornes avant & après le milieu de l'éclipse; je les supprime ici pour abréger. La pendule a été réglée par des hauteurs corresp. du Soleil, la veille & le jour de l'éclipse."

„On a vendu les instrumens de feu M. le Marquis de *Courtanvaux* dans le courant de Janvier dernier. J'ai eu son beau quart de cercle tout en cuivre, par *Canivet*, pour le prix de 1200 liv., l'instrument des passages portatif pour 400 liv. & j'ai acquis pour M. le Duc d'*Ayen* le Télescope de *Short* qui a 2 pieds environ avec son micrometre acromatique objectif, un micrometre oculaire de *Passemant* & le pied parallactique en cuivre par *Passemant*, le tout très bien conservé, pour 481 liv. M. le Président de *Saron* a acheté le bel Équatorial de *Ramsden;* il lui a coûté un peu plus de 100 Louis: c'est l'instrument qui a été vendu le plus cher; je l'ai examiné à loisir chez M. le Président, il est très bien conservé. Je dois le quart de cercle à la générosité de M. le Duc d'*Ayen* & à son amour pour l'Astronomie. Ce Seigneur vient de faire construire une Carte d'Allemagne, en 9 feuilles, grand aigle; je me suis chargé de la projection & de la détermination de tous les points où j'ai pu trouver des observations astronomiques ou géométriques: elle a été exécutée par l'Ingénieur de M. le Duc d'*Ayen*, qui lui en abandonne le profit de la vente. On est en train de la faire graver par un des meilleurs artistes de Paris; on a fait usage des plus excellens matériaux qu'il a été possible de rassembler. M. le Duc est assez riche en Géographie. Sans doute cette Carte sera encore susceptible de bien des corrections, mais au moins on peut espérer qu'elle sera la meilleure Carte générale qu'on ait actuellement."

3. *Extrait*

Digitized by Google

3. *Extrait d'une lettre de M. DARQUIER le Fils, de l'Acad. R. des Sciences &c. à Toulouse. Dat. de Toulouse le 30. Octob. 1781.*

Je Vous envoye mes observations de l'astre anglois, jusqu'au 26 de ce mois. Vous pouvez, M. si Vous le jugez à propos, les communiquer à votre illustre Académie. Cet astre sera longtemps, je crois, un mystere. Son diametre, quoique toujours parfaitement tranché, me paroît dans ce moment plus grand qu'il ne l'avoit encore été. Il a été en quadrature le 15 de ce mois. Je suis bien résolu de le suivre tant qu'il paroîtra.

Observations de l'astre découvert à Bath en Angleterre par M. HERSCHEL, dans le mois d'Avril de cette année par M. DARQUIER.

J'étois à Paris dans le mois de Mai lorsque M. *Lexell* y donna la premiere nouvelle de la découverte de cet astre. Je le vis sans l'observer, dans les lunettes de Mrs. le Président de *Saron*, *Messier* & *Mechain*, qui eurent la complaisance de me le laisser examiner.

Je partis de Paris pour revenir en Province dans le commencement de Juin, temps auquel il alloit se plonger dans les rayons du Soleil, d'où suivant mon calcul il devoit sortir vers le 15 de Juillet.

Occupé à cette époque à suivre la comete découverte par M. *Mechain* dans la grande ourse, que je cessai d'observer le 16 Juillet, n'ayant pu la retrouver le 18. & le Ciel ayant été découvert le 17, je tournai le 19 ma lunette acromatique dont je m'étois servi, à l'orient, pour y chercher l'astre de M. *Herschel.* Je le vis à 15^h. 21. de temps moyen, mais je n'en fis point d'observation ce jour-là, & ce n'est que le 20 que je commençai à l'observer, ce que j'ai continué jusques à ce jour 26 Octob. aussi régulierement que le temps me l'a permis.

Je m'apperçus dès le 19 que l'astre étoit plus boréal de 15'. que *H* des gémeaux, étoile à laquelle tous les astronomes l'avoient comparé jusques alors, & je préférai de la comparer à *Maya* des Pleyades, dans le parallele de laquelle il étoit à moins d'une minute près, quoiqu'elle le précédât d'environ deux heures & demie. Je connoissois trop bien le mouve-

ment de ma pendule pour craindre quelque erreur de ce côté, & l'obſervation ſe faiſant aſſez près de l'horiſon, je regardai comme un grand avantage de la comparer à une étoile qui étoit exactement dans le même parallele, ce qui me donnoit la facilité d'avoir leur différence en déclinaiſon par leur paſſage aux fils obliques du réticule, indépendamment de la valeur de ſon champ.

Ceci n'eſt que le réſultat des obſervations; on trouvera dans leur détail que j'ai pris également quaſi toujours le paſſage de *H* & d'une étoile de la 7^me^ grandeur qui précédoit l'aſtre un peu plus boréalement d'environ 9'.

Il paroît par les obſervations qu'au 20 Juillet l'aſtre ſe mouvoit uniformément dans l'ordre des ſignes, que ſon mouvement s'eſt enſuite retardé, qu'il a été à peu près ſtationnaire au 15 de Sept. & qu'il a enſuite été rétrograde. La déclinaiſon n'a point varié ſenſiblement; elle eſt le 26 Octob. exactement la même qu'au 20 Juillet; les différences que l'on y trouve dans l'intervalle, viennent de l'impoſſibilité de juger exactement la fraction de ſeconde de l'entrée & ſortie des côtés obliques du rhomboïde.

Son apparence n'a point varié, mais dans ce moment-ci il me paroît plus beau & plus lumineux que dans tout le cours des obſervations.

Il a été en conjonction dans le même champ de la lunette le 23 Octob. avec les deux étoiles qui ſuivent μ des Gémeaux dans le catalogue de M. *de la Caille* réduit par M. *Bailly* & inſéré dans les Éphémérides de 1765. J'oubliois de dire que dans ce même catalogue je trouve l'aſcenſion droite de *H* des Gémeaux inexacte d'environ 21", en la comparant à Alcyone; mais c'eſt un réſultat qui eſt approché, & que je me propoſe de vérifier.

Époques.	Temps moyens.	Ascens. droite de l'astre.	Et déclinaison Boréale.
20 Juillet	15 22 19	90 29 41	23 40 38
21	15 20 37	90 33 12	23 40 33
27	15 2 15	90 54 10	23 40 38
28	14 55 29	90 57 35	23 40 19
29	14 51 26	91 00 44	23 40 19
3 Août	14 32 53	91 16 58	23 40 10
4	14 29 10	91 20 16	23 40 16
7	14 18 16	91 29 29	23 40 19
8	14 14 35	91 32 35	23 40 20
9	14 10 49	91 35 42	23 40 18
11	14 3 20	91 41 22	23 40 27
19	13 33 19	92 3 38	23 40 13
21	13 25 50	92 8 34	23 40 14
22	13 22 5	92 10 58	23 40 10
23	13 18 20	92 13 34	23 40 13
24	13 14 24	92 15 45	23 40 14
25	13 10 42	92 18 15	23 40 11
26	13 7 00	92 20 15	23 40 17
27	14 11 17	92 22 59	23 40 18
29	14 3 52	92 27 28	23 40 13
30	13 59 56	92 29 16	23 40 3
31	13 56 7	92 31 24	23 40 11
3 Sept.	13 44 48	92 37 3	23 40 11
11	13 14 38	92 51 7	23 39 46
13	13 6 36	92 53 47	23 39 58
14	13 6 32	92 55 32	23 40 5
28	12 37 55	93 8 42	23 40 27
29	12 33 58	93 8 57	23 40 19
7 Octob.	11 48 50	93 11 12	23 40 15
8	11 44 40	93 10 54	23 40 22
13	11 24 58	93 10 4	23 40 30
14	11 20 59	93 9 28	23 40 30
15	11 17 3	93 8 58	23 40 30
16	10 32 47	93 8 42	23 40 11
17	11 38 3	93 8 27	23 40 15
21	11 22 6	93 5 35	23 40 15
22	11 18 13	93 4 43	23 40 38
23	10 41 34	93 4 12	23 40 41
24	10 37 41	93 3 41	23 40 38
26	10 39 53	93 1 10	23 40 41

Ascension droite de Maya.		Et déclinaison.
20 Juillet	53 12 35	23 40 18
1 Août	53 12 40	23 40 20
10	53 12 44	23 40 22
20	53 12 49	23 40 24
1 Sept.	53 12 55	23 40 25
10	53 13 00	23 40 25
20	53 13 3	23 40 26
1 Octob.	53 13 9	23 40 27
10	53 13 13	23 40 29
20	53 13 17	23 40 30
1 Nov.	53 13 18	23 40 31
10	53 13 21	23 40 31
20	53 13 23	23 40 32
1 Déc	53 13 24	23 40 33
10	53 13 25	23 40 33
20	53 13 23	23 40 34
1 J. 1782.	53 13 21	23 40 35

Ces ascensions droites & déclinaisons sont corrigées par l'aberration & la nutation.

4. *Extrait d'une lettre de M.* DARQUIER *du 15. Janv. 1782.*

„J'ai été enchanté du Mémoire de M. *Bode* sur le nouvel astre & inséré page 210 & suiv. des Éphémérides de 1784. Ses recherches page 218 & suiv. sont très importantes; elles m'ont fait d'autant plus de plaisir que Vous savez que dans une premiere lettre je Vous avois marqué que ce seroit un travail très utile à entreprendre (*) & ce qu'il a fait à ce sujet lui fera honneur auprès des Astronomes. A l'égard de la seconde note de la p. 221, c'est d'une lettre de M. *Lexell* que j'avois vu à Paris dans le mois de Mai de l'année derniere, que j'ai tiré ce que je Vous en avois écrit; ce n'étoit sans doute qu'un premier apperçu de sa part, & il est sans contredit le premier que je sache qui ait donné au but: je crois que M. *Maskelyne* n'a pas la priorité de date."

„Il ne m'a pas été trop possible de suivre régulierement les observations du nouvel astre; je n'en ai fait depuis la date de ma derniere lettre, que cinq que Vous trouverez ci-joint; nous avons été extremement contrariés par le temps, vers la fin de l'année.

			Asc. dr.	Décl. B.
24 Déc.	1781. à	$7^h. 40'. 6''$. T. M.	$90°. 49. 57.$ -	$23°. 43'. 0''$
25 -	-	7. 36. 22. -	90. 47. 00. -	23. 43. 12
27 -	-	7. 27. 45. -	90. 41. 25. -	24. 43. 8
3 Janv.	1782. à	6. 58. 15. -	90. 22. 15. -	23. 43. 46
6 -	-	6. 46. 38. -	90. 13. 47. -	23. 43. 25

(*) M. *Darquier* m'avoit déjà beaucoup parlé de la nouvelle planete dans une lettre du 31 Juillet; mais la partie la plus essentielle de ses remarques & de ses observations se trouve fondue dans le petit Mémoire qu'on vient de lire, à l'exception du passage suivant auquel il se réfere ici.

„Je crois la nouvelle planete de perpétuelle apparition & M. *Lexell* qui la suppose parcourant un cercle peu excentrique autour du Soleil, & qui lui donne 75 ans de révolution, „me paroît en avoir l'idée la plus saine. Il y auroit un travail pénible mais utile à faire sur „cela: ce seroit, en supposant à peu près cette révolution à la planete, de la placer en rétrogradant sur les points du ciel qu'elle auroit dû occuper d'après cette supposition depuis la découverte des lunettes & de voir si par hazard elle ne se trouveroit pas dans des points où on „a vu des étoiles qui ont disparu depuis." — Cette conjecture s'est vérifiée par les recherches de M. *Bode*. (B.)

„La Comete que M. *Mechain* découvrit dans le Cancer a été très belle dans le commencement de Novembre, lorsqu'elle étoit au pole de l'Écliptique, & on la voyoit très brillante à la vue ſimple. J'en ai fait quelques obſervations en la comparant à des étoiles qu'il faudra que je recherche; car les catalogues ſont bien incomplets dans cette partie. Il paroît par les calculs de M. *Mechain* que c'eſt celle de 1337, ou du moins qu'elle lui reſſemble. J'ai ceſſé de la voir dans la main d'Antinoüs. Son mouvement, qui avoit été très rapide vers le milieu de ſon cours, étoit devenu très lent vers la fin; comme elle a paru pendant trois grands mois, on aura de quoi calculer exactement ſon orbite."

5. *Extrait d'une lettre de M.* DARQUIER; *dat. de Toulouſe le 30. Sept. 1782.*

„Vous ſavez ſans doute que M. *Herſchel* a découvert récemment avec ſon beau téleſcope que l'étoile *E* du Bouvier accouchoit d'une petite étoile, qui en eſt maintenant ſéparée d'une maniere aſſés diſtincte. Je n'en ai *été inſtruit* que depuis peu de jours. Je l'ai obſervée avec ma lunette acromatique de Dollond de 42 pouces. J'ai vu la ſéparation & même aſſés bien avec un téleſcope à réflexion de 18 pouces de *Short*. Ces téleſcopes communément dépouillent mieux les étoiles de leurs fauſſes lueurs que ceux à réfraction. J'ai lieu de croire que cette ſéparation eſt de fraîche date; car dans mon catalogue fait en 1779 & dont M. *Bode* a bien voulu faire uſage, j'y trouve une étoile de la 7[me] grandeur que j'ai notée comme double, & je n'ai pas fait la même remarque pour *E* du Bouvier, que je trouve cependant dans mes journaux avoir obſervée deux fois en Avril & une fois en Juin 1779. J'ai lieu de croire que ſi elle m'avoit paru alors telle que je l'ai vue dans cette occaſion-ci, je l'aurois notée comme double: il ſera très curieux de ſuivre graduellement l'éloignement des deux parties de cette étoile (*)."

(*) Il ne ſera pas hors de propos de placer ici un extrait d'une lettre que j'ai reçue de M. de *Magellan*, de la Société R. de Londres, datée du 16 Novemb. 1782.

„ - - - Depuis M. *Herſchel* tout le monde veut forcer de beaucoup ſes lunettes. M. *Aubert*, à ce qu'on m'a dit, fait forcer la ſienne jusqu'à 1000 fois de groſſiſſement; mais

J'avois abandonné depuis quelque temps la planete de 1781; mais je m'y suis remis depuis peu de jours. Hier au soir elle passoit 40'. 54". après ζ des gémeaux, ayant une déclinaison plus forte d'environ 17'. elle précédoit une petite étoile de la 7^me^ grandeur de 1'. 7". dans le même parallele; elle se rapproche de ζ de trois secondes de temps par jour. M. *Mechain* me marque que le cercle qui représenteroit bien les opérations de 1781. commence à ne plus représenter celles de cette année aussi bien. Son mouvement est si lent qu'il y a grande apparence qu'on en a pour bien du temps avant de savoir quelque chose de certain sur ses vrais élémens. Elle m'a paru aussi grosse & aussi lumineuse que depuis la premiere fois que je l'ai vue."

6. Extrait d'une lettre de M. DARQUIER; dat. de Toulouse, le 2. Novemb. 1782.

„J'ai observé ces jours-ci la nouvelle planete qui après avoir été stationnaire a augmenté son mouvement. Elle me paroît toujours de la même grandeur & de la même clarté. J'ai bien de la peine à croire qu'elle ne

c'est pour les étoiles fixes seulement qu'on force si fort. M. *Herschel* avec son beau télescope de 7 pieds, emploie des grossissemens de 1000 pour la Lune, & pour les étoiles il va jusqu'à 10000 plus loin encore; mais pour Jupiter & Saturne il ne va pas au delà de 500. A propos de lui il a bâtisé son nouvel astre *the georgian sidus*, en obseque du Roi d'Angleterre qui lui a fait une bonne pension pour s'adonner entierement à sa passion pour l'Astronomie, sans exercer sa profession précédente de Musicien. Son astre (car je ne crois pas que personne l'appellera par un autre nom que celui de la *planete de Herschel*, malgré son hommage au Roi) n'a que 4 secondes de diametre. M. *Herschel* m'a donné son Mémoire pour Vous: c'est sur les *étoiles doubles* qu'il a découvertes, qui sont en grand nombre, & sur un nouveau *micrometre à lanterne*, avec lequel il mesure de très petits angles avec exactitude. C'est un homme étonnant que ce nouvel Astronome, formé par son application toute seule, avec une passion acharnée pour les astres. Il gagnoit son pain à Bath avec la musique pendant le jour, & passoit des nuits entieres au serein. Il a découvert 227 doubles étoiles, dont aucun autre ne s'étoit apperçu: vous serez ravi de ce Mémoire."

En attendant ce Mémoire avec impatience, j'ajouterai encore que M. *Herschel* en a publié trois autres dans les Transactions philos. Vol. LXXI. sur la rotation des planetes autour de leur axe, sur les montagnes de la Lune, & sur l'étoile changeante du col de la Baleine; & que le mérite de ce digne Allemand (M. *Herschel* est Hanovrien) a été récompensé à côté des graces du Roi, par la Société R. de Londres qui le 30. Nov. 1781. lui décerna le prix annuel d'une médaille d'or fondé par Sir *Godefroi Copley*. (B.)

ſoit pas ainſi depuis le commencement du monde. Je n'ai garde de déſapprouver que M. *Bode* l'ait appelée *Uranus;* mais l'analogie de ce bâtême ne tiendra pas contre l'apparence très vraiſemblable d'en découvrir d'autres pareilles dans la ſuite: pour moi je lui ai donné le nom de celui qui l'a découverte (*)."

(*) Pour ne pas occuper trop de place dans la partie hiſtorique de ce Volume, je terminerai ici l'extrait de ma correſpondance aſtronomique de 1781 & 1782 & je réſerverai le reſte pour le Volume ſuivant. Voici cependant encore la traduction d'une note que j'ai préſentée à l'Académie de la part de M. *Bode* dans la ſéance du 29. Novemb. 1781.

„La nouvelle Planete continue de ſe mouvoir conformément à la théorie. M. *Klügel*, Profeſſeur à Helmſtedt, m'ayant envoyé pour mes Éphémérides de 1785 une méthode pour calculer l'orbite d'une Planete ſupérieure par deux obſervations, en la ſuppoſant concentrique à celle de la Terre, je me ſuis ſervi de ſa formule pour calculer l'orbite de cette nouvelle planete moyennant 3 paires d'obſervations. Les obſervations

du 17 Mars & 28 Mai donnent la diſtance	19,009	le temps périod.		82,88	ann.
du 28 Mars & 3 Août - -	18,844	-	-	81,99	
du 3 Août & 28 Sept. - -	18,905	-	-	82,19	
Le milieu donne	18,919	-	-	82,35	

Les petites différences qu'on remarque dans ces réſultats proviennent évidemment de quelque inexactitude des obſervations, & ils ne laiſſent pas de confirmer de nouveau que l'aſtre dont il s'agit eſt une planete."

Au reſte M. *Bode* a pouſſé ſes recherches plus loin dans ſes Éphémérides de 1785, qui ont paru au mois d'Octobre 1782, où l'on trouvera auſſi nombre d'autres obſervations &c. de la nouvelle planete, tirées ſoit de ſa propre correſpondance, ſoit de la mienne.

Berlin, ce 8. Décemb. 1782. (*Bernoulli.*)

OUVRAGES IMPRIMÉS
OU MANUSCRITS, MACHINES ET INVENTIONS, PRÉSENTÉS A L'ACADÉMIE PENDANT LE COURS DE L'ANNÉE 1781.

Le 4 Janvier, le Secrétaire a communiqué une Lettre de M. le Marquis de *St. Auban*,
— — — de M. le Profeſſeur *Spielmann*,
— — — de M. *Turini*, qui envoie à l'Académie un Ouvrage en Italien ſur les Conducteurs électriques.

On a reçu avis que le Graphometre pour lequel l'Académie avoit ſouſcrit, ne ſeroit pas exécuté, l'entrepreneur ayant fait banqueroute.

Le 11 Janvier, le Secrétaire a préſenté le Programme de l'Académie Impériale de St. Pétersbourg.

M. *Schultze* a fait voir l'ouvrage d'Optique qu'on nomme *Chambre claire*, exécuté par le Méchanicien *Ring*.

M. *de Caſtillon* a fait rapport de l'Ouvrage de M. *Turini*, *Conſiderazioni intorno alla Electricità delle nubi*, dans lequel il n'a trouvé rien de neuf & de bien intéreſſant.

Le 25 Janvier. Voyez ci-deſſus le récit de l'Aſſemblée publique.

Le 8 Février, M. *Gerhard* a préſenté le premier Volume de ſon Ouvrage intitulé, *Verſuch einer Geſchichte des Mineral-Reichs.*

M. le Sculpteur *Taſſard* a livré à l'Académie le buſte de *Voltaire*. Voyez ci-deſſus.

Le 15 Février, le Secrétaire a préſenté une Lettre de l'Académie Électorale Palatine, avec un projet d'obſervations météorologiques à faire au moyen de nouveaux Inſtrumens.

Mrs. *Beguelin*, *Bernoulli* & *Schultze* ſe ſont chargés d'en faire rapport.

Le

Le 22 Février, Mrs. les Commiſſaires ſusdits ont fait leur rapport, tendant à accepter la propoſition de l'Académie Électorale Palatine, à laquelle le Secrétaire répondra en conſéquence.

Le 1 Mars, le Secrétaire a préſenté des *Conſidérations ſur la Météorologie*, pour l'année 1778, envoyées de Geneve par M. *Pictet*.

Le 15 Mars, le Secrétaire a préſenté une Lettre de M. *Moerſchell*, Aumônier du Régiment de *Pfuhl*, qui demande la communication des Mſſ. de feu M. *Gundling* qui ſont dans notre Bibliotheque. L'Académie y a conſenti ſous des conditions qui ſeront preſcrites par M. le Bibliothécaire.

— — — un échantillon de cire à cacheter d'un beau bleu, envoyé de Turin.

M. le Capitaine *Tempelhof* a envoyé à l'Académie un Mémoire Ms. intitulé *Solution du Probleme baliſtique* &c. que le Roi lui a permis de faire imprimer, demandant que préalablement l'Académie veuille bien l'examiner & en porter ſon jugement: ce qui a été accordé.

Le 22 Mars, le Secrétaire a lu une Lettre françoiſe d'Amſterdam, ſignée *Leon Suls*, où l'on propoſe une *Société de correſpondance*, que l'Académie ne juge pas à propos d'accepter.

— — — une Lettre Allemande écrite de Bordeaux, dont M. *de Beauſobre* s'eſt chargé de faire rapport.

Le 29 Mars, le Secrétaire a préſenté les Obſervations météorologiques faites en Décembre 1780, à St. Pétersbourg, à Moſcou, à Aſtracan & Irkutzk.

— — a lu une Lettre de M. *Wilſe*, Curé de Spydeberg en Norwege, contenant diverſes particularités météorologiques & économiques.

M. *de la Grange* a fait rapport du Mémoire de M. *Tempelhof*.

Le 5 Avril, le Secrétaire a rapporté que M. *Tempelhof* avoit demandé que ſon Mémoire fût dépoſé aux Archives de l'Académie: ce qui a été accordé, & certificat lui en a été expédié.

M. *de Beauſobre* a fait rapport de la Lettre allemande venue de Bordeaux: ce ſont des idées chimériques ſur une prétendue démonſtration de la Trinité par la raiſon.

Le 27 Avril, le Secrétaire a lu une Lettre de M. *Hemmer*, Membre de la Société Électorale Palatine, qui annonce l'envoi d'une Caisse d'Instrumens météorologiques.

— — — une Lettre de M. le Marquis *de Saint-Auban*.

— — — le fragment d'une Lettre de M. *J. A. Euler*, contenant des détails sur la mort de M. *Guldenstaedt*.

M. *Bernoulli* a présenté de la part du Docteur *Bloch* les premiers Cahiers d'un Ouvrage ichthyologique, avec de très belles figures.

Le 3 Mai, le Secrétaire a lu une Lettre de M. *de Villoison*.

— — — de M. *Lhuillier*, Citoyen de Geneve, présentée par M. *Prevost*, & dont M. *de Castillon* s'est chargé de faire rapport.

M. *Bernoulli* a lu les Élémens de l'orbite de la Comete de 1780, découverte par M. *Messier*, & suivie par M. *Mechain*.

— — a fait le rapport d'une nouvelle Comete découverte par M. *de la Lande*.

Le 10 Mai, M. *de Castillon* a fait rapport de la Lettre de M. *Lhuillier;* & il est d'avis qu'on accepte une dissertation qu'il offre, & qui pourra être insérée dans l'histoire de 1781. Le Secrétaire répondra en conséquence.

M. *Beguelin* a fait rapport de la réception de la Caisse d'Instrumens météorologiques envoyée de Manheim. Comme quelques Instrumens ont été brisés en route, on écrira à Manheim pour savoir si la Société Électorale veut réparer cette perte.

Le 17 Mai, M. *de Beausobre* a rapporté que M. *Pallas*, de l'Académie Impériale de St. Pétersbourg, ayant fait présent à notre Académie de plusieurs Plantes rares & Curiosités naturelles, se proposoit de continuer; en conséquence de quoi il a été résolu de lui envoyer les *Nouveaux Mémoires* de l'Académie depuis leur commencement & les Volumes suivans à mesure qu'ils paroîtront.

Le 31 Mai. Voyez ci-dessus le récit de l'Assemblée publique.

Le 14 Juin, le Secrétaire a dit qu'il avoit reçu les *Anecdota Græca* de M. *de Villoison* pour l'Académie.

Le 14 Juin, le Secrétaire a fait part d'une expérience qui a été faite à Pétersbourg, & envoyée par l'Académie Impériale pour être communiquée à M. Marggraf, dont on demande l'avis.

— — a présenté le Prospectus de la contrefaction des *Oeuvres de Voltaire* à Gotha.

— — — celui de la réimpression du *Nouveau Dictionnaire Historique*, chez le Libraire *Pauli*.

M. *Bernoulli* a annoncé une Dissertation que M. *Silberschlag* présente à l'Académie pour être insérée dans les Mémoires. Elle sera lue dans une Assemblée, après quoi on délibérera sur son admission.

Le 21 Juin, le Secrétaire a remis le Mémoire offert par M. *Lhuillier*. M. *de Castillon* s'est chargé d'en rendre compte.

— — a lu une Lettre de M. *Hemmer*, de l'Académie de Manheim, qui annonce l'envoi de nouveaux Instrumens météorologiques, à la place de ceux qui ont été brisés.

M. *Bernoulli* a lu un Rapport relatif à une Question proposée par M. *de Villoison*.

— — — le Mémoire de M. *Silberschlag*, *sur la veritable cause de l'aberration des Étoiles fixes*.

Le 28 Juin, le Secrétaire a lu une Lettre du Roi qui ordonne à l'Académie d'envoyer ses *Mémoires* au Libraire de Sienne *Pazzini Carli*, de la part duquel S. M. a reçu les *Mémoires de l'Académie de Sienne*.

M. *Gerhard* a présenté le Tome I. du *Dictionnaire technologique de Jacobson*, en Allemand.

— — — *die neuesten Entdeckungen*, &c. Tom. I.

— — — *Crell*, *Chemisches Journal*. Part. VI.

M. *Beguelin* a lu un Rapport sur les Instrumens envoyés de Manheim, pour réparer la perte des précédens.

Le 5 Juillet, M. *Bernoulli* a lu une Lettre de M. *Darquier*, Astronome de Toulouse.

Le 19 Juillet, le Secrétaire a présenté un Écrit Allemand *Sur les vertus du sureau*, qui n'a paru digne d'aucune attention.

Digitized by Google

Le 30 Août, le Secrétaire a notifié la mort de M. *Kies*. Voyez ci-dessus.

— — a lu une Lettre du Lord *Mahon*, qui annonce l'envoi d'une traduction Latine manuscrite de la *Logique* de feu M. *Lambert*.

M. *de Castillon* a fait rapport d'une Lettre écrite du Holstein par le Conseiller *Schrader*, pour proposer des inventions utiles à la briqueterie. Le Secrétaire lui répondra qu'il ait à s'adresser au Directoire général.

Le 13 Septembre, M. *de la Grange* a fait rapport de deux Mémoires Latins sur des matieres de Géométrie, qui lui ont été envoyés de Suede par M. *Wallenborg*, Adjoint extraordinaire de l'Université d'Upsal. Il n'y a rien trouvé qu'on puisse regarder comme neuf; mais il y a divers développemens exacts, & poussés plus loin qu'ils ne l'avoient été jusqu'à présent.

Le 20 Septembre, M. *de Castillon* a lu diverses Observations météorologiques, contenues dans une Lettre de M. *van Swinden*.

Le 27 Septembre, le Secrétaire a présenté l'Ouvrage de M. *Ingenhousz*, intitulé *Expériences sur les végétaux*, &c.

Le 11 Octobre, le Secrétaire a lu la Réponse gracieuse que S. M. a faite à l'envoi des *Mémoires de l'Académie*.

— — a présenté des brochures Latines & Italiennes de M. *Barbieri* de Vicence, avec une Lettre Latine de l'Auteur.

M. *de la Grange* a lu une Lettre sur la quadrature du cercle, adressée à S. E. M. *de Hertzberg*, par M. *Perroche*, de la Rochelle.

M. *Prevost* a présenté le Tome I. Part. 2. des Mémoires de la Société établie à Geneve pour l'encouragement des Arts & de l'Agriculture.

Le 1 Novembre, le Secrétaire a lu les Lettres de remercîment de LL. AA. RR. MM. le *PRINCE DE PRUSSE* & HENRI, & de LL. AA. SS. MM. les Princes *Ferdinand* & *Frédéric* de Brunswick, pour l'envoi des Mémoires de l'Académie.

Le 1 Novembre, le Secrétaire a lu une Lettre de M. le Marquis *Lucchesini*, qui le charge de présenter à l'Académie le premier Volume des *Opuscoli Fisico-Chemici* de M. le Chevalier *Landriani*, de Milan.

— — a remis une Lettre & un Écrit Italien sur des matieres philosophiques, par M. *Nicolo Cavallo*, de Naples.

Le 8 Novembre, le Secrétaire a remis un Catalogue de Livres & de Curiosités, envoyés de Hollande à l'Académie.

Le 15 Novembre, le Secrétaire a présenté quelques Numeros des feuilles de M. *de la Blancherie*.

M. *Bernoulli* a communiqué une Lettre de M. *Darquier*, Astronome de Toulouse.

M. *de Beausobre* a lu la Lettre de remercîment de M. *Pallas*, à qui l'on a envoyé les Mémoires de l'Académie. Voyez le 17 Mai.

Le 22 Novembre, le Secrétaire a lu la Lettre de S. A. R. Mgr. le Prince FERDINAND, pour l'envoi des Mémoires de l'Académie.

— — — les Lettres de MM. d'*Alembert* & *Selis*, accompagnées des Oeuvres du dernier, qui souhaite d'être de l'Académie.

M. *Achard* a fait rapport de l'Ouvrage de M. *Landriani*. Voyez le 1 Novembre.

M. *Beguelin* a proposé de faire exécuter les Instrumens météorologiques décrits dans l'Ouvrage susdit; à quoi l'Académie a consenti.

M. *de Castillon* a proposé une idée d'un Membre de l'Académie présent, savoir que, vu les preuves qu'on a des mauvais effets de la sonnerie des cloches pendant les orages, on en instruise le grand Directoire, afin qu'il donne des ordres en conséquence.

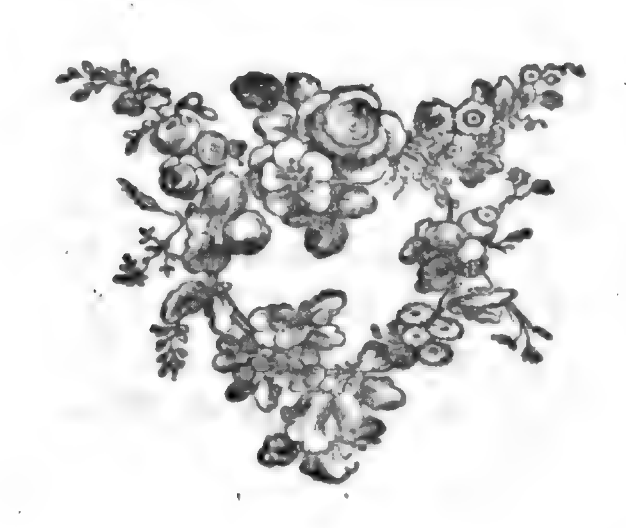
Le 29 Novembre, le Secrétaire a lu une Lettre du Roi, qui ordonne à l'Académie de recevoir M. *Selis*, Professeur de Belles-Lettres à Paris, au nombre de ses Associés externes: à quoi il a été procédé tout de suite. Voyez ci-dessus.

M. *Bernoulli* a lu un Rapport de M. Bode concernant le cours de la Comete qui paroît actuellement.

Le 6 Décembre, le Secrétaire a communiqué quelques nouvelles littéraires, contenues dans une Lettre de M. *de Chambrier*, Envoyé du Roi à Turin.

Le 13 Décembre, M. *Bernoulli* a présenté le premier Volume de la *Correspondance* de feu M. *Lambert*, en Allemand, dont il est l'Éditeur.

Le Secrétaire a lu un Mémoire de M. *Wilse*, intitulé *Musæum universale parabile.*



NOU-

NOUVEAUX MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE DES SCIENCES ET BELLES-LETTRES.

CLASSE DE PHILOSOPHIE EXPÉRIMENTALE.

EXPERIENCES
sur la Mine du Cobald calcinée.

PAR M. MARGGRAF (*).

Traduit de l'Allemand.

Deux onces d'une mine de cobald, tirée de Rapold près de Schneeberg, & calcinée pendant 48 heures au feu de porcelaine, pour la dégager autant que possible de toutes ses parties arsenicales, furent grossierement pilées: je versai là-dessus quatre onces d'eau forte, & ne m'apperçus d'aucune effervescence. Ce mélange fut mis dans une cucurbite, & digéré au bain de sable, parce qu'il parut que la solution au froid se feroit difficilement. L'eau forte se colora peu à peu, & au bout de quelques heures elle prit la couleur d'un rouge brun.

(*) Lu le 28 Novembre, 1781.

Digitized by Google

Je coulai cette ſolution dans un verre, édulcorai le cobald avec de l'eau diſtillée, & y verſai pour la ſeconde fois deux onces d'eau forte: ſuivant la même méthode que dans l'expérience précédente. L'eau forte ſe colora, mais moins fortement, & prit enfin une couleur de roſe pâle.

La mine édulcorée & ſéchée avoit encore une odeur de ſouffre, & peſoit une once & 70 grains: le déchet étoit donc de ſix drachmes & 50 grains, qui avoient été diſſoutes dans l'eau forte.

Au fond du verre où j'avois verſé ces deux ſolutions, ſe trouva un précipité, qui édulcoré, ſéché, & répandu ſur des charbons ardents donna une odeur de ſouffre & d'ail; preuve qu'il s'y trouvoit encore du ſouffre & de l'arſenic.

Ayant pris une demi-drachme de cette mine, & y ayant verſé deux drachmes de nouvelle eau forte, je m'apperçus que toutes les parties colorantes n'en avoient pas été extraites: je pris alors tout ce qui me reſtoit de cette mine & y coulai deux onces d'eau forte; elle prit comme la précédente une couleur de roſe pâle.

Je réitérai encore quatre fois la même opération avec un ſuccès ſemblable. Après la ſeptieme ſolution, la mine édulcorée & ſéchée peſa cinq drachmes & 53 grains: d'où il parut qu'à compter de la ſeconde ſolution cette mine du cobald avoit perdu trois drachmes & dix ſept grains de ſon poids, que onze onces d'eau forte avoient diſſous.

J'en verſai pour la huitieme fois quatre onces ſur les cinq drachmes & 53 grains de mine qui me reſtoient: l'eau forte ſe colora quelque peu, & je retirai quatre drachmes deux ſcrupules: d'où il paroît que ces quatre onces d'eau forte avoient encore diſſous une drachme & 13 grains.

La mine du cobald qui me reſta alors avoit la couleur d'un rouge gris, & comme je jugeai que maintenant l'eau forte en avoit extrait tout ce qu'elle avoit pu diſſoudre, je verſai ſur les quatre drachmes & deux ſcrupules deux onces d'un acide de ſel bien pur; ayant fait digérer le tout, je retirai une teinture d'un jaune rougeâtre. A la ſeconde & à la troiſieme opération, que je réitérai de la même maniere, la liqueur ſe colora comme la premiere, quoique plus foiblement.

La mine avoit pris la couleur d'un blanc jaunâtre: à la quatrieme infusion la liqueur prit celle de citron, & à la cinquieme elle ne se teignit presque point. La mine, exposée ainsi consécutivement à cinq dissolvants, faisant dix onces d'acide de sel, avoit pris une couleur toute blanche, comme celle d'un sable de cailloux, & pesoit trois drachmes & 50 grains. Il y avoit donc un déchet de 50 grains, que l'acide de sel avoit dissous.

La couleur jaune de ces solutions faisoit présumer qu'elles contenoient des parties ferrugineuses; cependant la lessive de sang ne donna point de précipité bleu, mais un précipité blanc.

Ce qui étoit resté de cette mine de cobald après les opérations indiquées ressembloit assez au sable: je l'édulcorai, & le fis sécher: puis j'y versai de l'acide de vitriol, & après une longue digestion je ne m'apperçus pas que cet acide en eût dissous quoi que ce soit: la solution du sel de tartre que j'y mêlai, ne donna aucun précipité; l'infusion ne parut pas même devenir trouble, & le poids de la matiere que j'avois soumise à ces recherches, ne se trouva ni augmenté ni diminué.

Je remarque à cette occasion que, pour composer l'encre sympathique, on prend communément autant de sel commun que de mine de cobald dissoute: me rappellant ce fait, je pris envie de faire un essai, & versai les deux premieres solutions, faites avec l'eau forte, sur sept drachmes de sel commun bien purifié: je mis le tout dans une retorte, où je le distillai au bain de sable jusqu'à entiere exsiccation. Ce qui se trouva au fond étoit d'un jaune verdâtre, folié, & couvert d'une pellicule rougeâtre.

Je versai de l'eau chaude sur ce *caput mortuum:* elle se teignit sur le champ, & après y avoir ajouté une nouvelle portion d'eau chaude, il se précipita une poudre blanche, que je séparai de l'infusion colorée en la filtrant. L'infusion colorée fut distillée, pour la dégager des parties aqueuses superflues: je l'exposai ensuite à l'évaporation, & ce qui resta sec étoit parfaitement semblable, quant à la couleur, au résidu précédent, un mélange de bleu, de rouge & de verd.

Je verſai de l'eau ſur ce réſidu: elle ſe teignit, & donna un précipité; je filtrai le tout: l'infuſion avoit une couleur rouge; je la fis évaporer, & lorsque le tout fut ſec, je retirai un ſel rougeâtre ſympathique, qui ſe liquéfioit à l'air.

Le premier précipité que j'avois retiré étoit en deſſous d'une couleur tout à fait blanche: le ſecond étoit rouge, & ſe réſolut en partie dans l'acide de nitre, avec lequel il donna une teinture rougeâtre, au fond de laquelle ſe précipita une poudre jaunâtre.

J'eſſayai enſuite, en mêlant cette ſolution du ſel ſympathique du cobald avec de la terre d'alun délayée dans de l'eau, de colorer les parties terreſtres de l'alun; mais mes peines furent ſuperflues. La terre d'alun ſe précipita ſans être colorée, & les parties colorantes ſurnageoient ſans s'y unir. Ayant verſé quelque peu de tartre diſſous ſur cette ſolution, ſes parties colorantes ſe précipiterent, & la terre d'alun prit une couleur violette. Je filtrai cette ſolution, édulcorai & fis ſécher la terre d'alun: elle avoit une couleur rougeâtre, qui ſe changea en bleu au moyen du feu; lorsque le feu fut augmenté, le bleu prit une couleur d'un noir verdâtre; mais avec quelques précautions dans la calcination, cette couleur devient d'un aſſez beau noir.

J'ai fait auſſi quelques expériences avec la même mine de cobald calcinée & mêlée avec le ſalmiac: elles m'ont paru mériter attention.

Je pris une drachme & demie de cette mine & une once de ſalmiac; je mêlai le tout le mieux que je pus dans un mortier de verre; j'expoſai enſuite ce mélange pendant une nuit dans une cave bien fraîche; le lendemain je le mis dans une cucurbite de verre couverte de ſon chapiteau, que je plaçai dans un bain de ſable pour ſublimer le ſalmiac, qui prit une belle couleur de citron & peſa ſept drachmes.

Une demi-once de ce ſublimé diſſous dans deux onces d'eau diſtillée me donna une ſolution fort claire; mais j'y eus à peine ajouté encore deux onces d'eau qu'elle devint blanche & un peu trouble: quatre nouvelles onces d'eau la rendirent tout à fait trouble & opaque; il ſe précipita au fond

une poudre blanche. Ayant filtré une partie de cette ſolution, j'y verſai une nouvelle quantité d'eau, & elle devint entierement claire comme de l'eau pure: je filtrai alors toute la ſolution, & retirai une poudre blanche, que j'édulcorai & fis ſécher: elle peſa cinq grains. Je fis couler enſuite quelques goutes de leſſive de ſang dans cette ſolution filtrée; il ſe précipita une poudre d'un beau bleu, qui édulcorée & ſéchée peſa trois grains.

La ſolution avoit pris une couleur verdâtre: j'y verſai de nouveau peu à peu quelques goutes de leſſive de ſang: il ſe précipita une poudre brunâtre tirant ſur le noir; édulcorée & ſéchée elle peſa deux grains.

Je verſai enſuite ſur cette ſolution une ſolution de ſel de tartre & de ſel volatil: ni l'une ni l'autre ne produiſirent le moindre changement: preuve qu'il n'y avoit plus rien à retirer.

Je pris enſuite le cobald reſté au fond de la cucurbite: ſon poids étoit d'une drachme: dès qu'il fut à l'air, il en attira l'humidité: je verſai là-deſſus une demi-once d'eau diſtillée, & elle prit un beau couleur de roſe: cette eau colorée coulée dans un autre verre, j'en verſai de nouvelle ſur le cobald, & répétai deux fois la même opération, jusqu'à ce que l'eau ne ſe teignît plus. Ce qui reſta au fond, édulcoré & ſéché, peſa deux ſcrupules.

Je verſai une demi-once d'eau forte ſur ces deux ſcrupules; elle prit la couleur d'un rouge fort pâle: je répétai la même opération jusqu'à ce que je me fuſſe aſſuré d'avoir enlevé toutes les parties colorantes. Ce qui reſta au fond peſa ſec un ſcrupule.

Je voulus voir ſi la ſolution du cobald dans l'acide de ſel dillué dans de l'eau diſtillée ne donneroit pas une encre ſympathique: je m'apperçus bientôt que je ne m'étois pas trompé dans mes ſoupçons. Effectivement ce qui avoit été écrit avec cette ſolution prit une belle couleur verte dès que je l'eus expoſée à la chaleur, & cette couleur diſparut dès que le papier fut refroidi.

Je voulus auſſi voir ſi les parties colorantes de cette même ſolution ne ſe réuniroient pas à la terre d'alun au moyen de la précipitation. Ayant

mis dans cette idée de cette terre dans la ſolution en queſtion, il ne ſe précipita pas la moindre choſe & il n'y eut aucun changement de couleur; mais à peine y eus-je verſé quelques goutes de ſel de tartre diſſous, que j'apperçus quelques parties répandues çà & là qui avoient pris une belle couleur bleue: cela ne fut pas de longue durée; dès que j'eus remué la ſolution, elle prit une couleur brunâtre, qu'elle conſerva.

MÉ-

MÉMOIRE
renfermant le récit de plusieurs expériences électriques faites dans différentes vues.

PAR M. ACHARD.

Le but que je me propose dans ce Mémoire est de résoudre quelques questions sur l'électricité, ce qui m'engage à le diviser en quatre parties: la premiere renferme le récit de plusieurs expériences que j'ai faites dans la vue de reconnoître si la matiere électrique contient un acide qui, comme le pensent plusieurs physiciens, s'en sépare lorsqu'elle s'enflamme & paroît sous la forme d'étincelle; dans la seconde je rapporterai quelques expériences qui prouvent que l'électricité positive produit dans bien des cas les effets de l'électricité négative, ce qui me conduira à une nouvelle hypothese sur la maniere d'agir de l'électricité, & à une expérience qui tend à la prouver; dans la troisieme partie je parlerai de quelques expériences qui prouvent que l'électricité accélere la fermentation des végétaux & la pourriture des substances animales; & je terminerai ce Mémoire par le récit de deux expériences, dont la premiere a pour but de faire connoître si l'électricité sans étincelle altere l'air commun, en l'imprégnant de phlogistique, & la seconde de faire voir si en électrisant positivement ou négativement une masse d'air donnée, on change son élasticité.

I. L'électricité est de toutes les parties de la Physique expérimentale celle où l'on s'est le plus appliqué à multiplier les expériences; malgré cela c'est une de celles où il y reste le plus à faire. La nature du fluide dont la condensation ou la raréfaction produit l'électricité nous est encore entierement inconnue; la propriété qu'il a d'allumer des corps inflammables prouve

qu'étant condensé & mis en mouvement très prompt, il est susceptible d'inflammation. Cette propriété du fluide électrique, jointe à celle qu'il a de réduire les chaux métalliques, fait conclure au Comte de Milli que la matiere électrique est identique au phlogistique. Il me semble que tout au plus l'on a le droit d'en conclure que le phlogistique entre dans la composition du fluide électrique, mais non que la matiere électrique est uniquement composée de phlogistique.

L'odeur particuliere qu'on observe lorsqu'on électrise & plus particulierement encore lorsqu'on décharge des bouteilles de Leyde, ou des batteries, semble prouver qu'il se fait une décomposition du fluide électrique: cette odeur très semblable à celle du phosphore, jointe à la sensation que produit sur la langue un pinceau électrique, a fait juger à plusieurs physiciens que la matiere électrique étoit acide, ou du moins qu'elle renfermoit un acide, & qu'elle avoit beaucoup d'analogie avec la substance à laquelle les chimistes donnent le nom de soufre; par ce mot ils entendent un composé inflammable résultant de la combinaison d'un acide avec le phlogistique. Si cette opinion est fondée, il s'ensuit que lorsque la matiere électrique s'enflamme, l'acide qui entre dans sa composition doit se séparer du phlogistique & agir comme acide; c'est dans la vue de m'en assurer que j'ai fait les deux expériences suivantes.

Expérience I.

Je mis de l'infusion de tournesol dans un tube de verre de 3 à 4 pouces de longueur, & d'un demi-pouce de diametre; après avoir bouché le tube aux deux bouts, je fis passer par chaque extrémité un fil de laiton, de maniere que ces fils ne se touchassent pas, mais que leurs extrémités fussent éloignées d'environ une ligne; ensuite je fis passer par ces fils, successivement, 2000 décharges d'une bouteille de Leyde dont l'enduit métallique avoit deux pieds quarrés; à chaque décharge il parut une étince e dans l'intérieur du tube; s'il s'étoit séparé un acide du fluide électrique, l'infusion de tournesol qui, comme l'on sait, est très sensible, auroit dû changer de couleur; mais malgré le nombre des étincelles je n'observai pas le

moindre changement; ce qu'il auroit été aiſé de remarquer en comparant cette infuſion à une autre qui étoit colorée au même degré & que j'avois miſe dans un tube du même diametre, afin de pouvoir juger du changement de couleur avec plus d'exactitude.

Expérience II.

En ſuivant la méthode que j'ai indiquée dans l'expérience précédente je fis paroître 4000 étincelles électriques dans de l'alcali volatil; s'il s'étoit ſéparé un acide, il auroit dû s'unir, ſuivant les loix de la Chimie, avec l'alcali volatil, & le neutraliſer; mais cela n'eut pas lieu, & l'examen le plus exact de cet alcali, ne me fit pas reconnoître la plus petite partie de ſel neutre.

Je conclus de ces deux expériences, que dans l'inflammation du fluide électrique il ne ſe ſépare aucun acide, & qu'il ne peut par conſéquent pas être mis dans la claſſe des ſubſtances ſulphureuſes; ce qui eſt très favorable à l'opinion du Comte de Milli, ſuivant lequel la matiere électrique ne differe *en rien du* phlogiſtique. La réduction des métaux opérée par l'étincelle électrique n'eſt pas la ſeule expérience qui prouve que le fluide électrique produit les effets du phlogiſtique; la décompoſition & la phlogiſtication de l'air commun & de l'air déphlogiſtiqué, qui a lieu lorſqu'on y fait paroître un nombre ſuffiſant d'étincelles électriques, en fournit encore une preuve; de plus l'étincelle électrique reçue ſur du nitre en fuſion l'alcaliſe, effet que peut uniquement produire le phlogiſtique. Cette expérience eſt une des trois que le Baron de Servieres propoſe aux phyſiciens dans le Tome 13^me^ du journal de l'Abbé Rozier, dans un petit Mémoire qui a pour titre, *Projet de quelques expériences chimico-électriques.* La ſeconde que cet habile phyſicien indique, conſiſte à combiner le feu électrique avec l'acide vitriolique, afin de voir s'il ſeroit poſſible de produire du ſoufre commun, qui, comme l'on ſait, réſulte de la combinaiſon du phlogiſtique avec l'acide du vitriol. J'ai fait l'expérience en faiſant paſſer un nombre conſidérable de décharges électriques par du ſel de Glauber bien ſec; le phlogiſtique, à cauſe de ſa grande affinité avec l'acide vitriolique, décompoſe les ſels neu-

tres qui contiennent cet acide; j'ſpérois donc que le phlogiſtique de la matiere électrique ſe combineroit avec l'acide & formeroit un ſoufre artificiel; mais il ne m'a pas été poſſible d'opérer la moindre décompoſition du ſel, que les plus fortes étincelles même de batteries n'altérerent d'aucune maniere ſenſible. La troiſieme expérience que le Baron de Servieres propoſe pour analyſer le fluide électrique & s'aſſurer de ſon identité avec le phlogiſtique, conſiſte à le combiner avec l'acide marin, d'où ſuivant ce phyſicien il devroit réſulter du phoſphore dans le cas que le fluide électrique agiſſe comme le phlogiſtique; mais comme l'identité de l'acide phoſphorique & de l'acide marin n'eſt pas encore prouvée, & que les chimiſtes n'ont jusqu'à préſent trouvé aucun moyen d' unir le phlogiſtique pur avec l'acide marin, il me ſemble que cette expérience ne peut pas ſervir de preuve; car dans le cas même où la matiere électrique ne différeroit en rien du phlogiſtique, il eſt très certain qu'elle ne feroit éprouver aucun changement à l'acide marin.

II. Je paſſe à la ſeconde partie de ce Mémoire, dont le but eſt de comparer quelques effets de l'électricité poſitive & de l'électricité négative.

Un corps eſt négativement électriſé, lorſque le fluide électrique qu'il contient eſt raréfié en comparaiſon de celui que renferment les corps environnants; il l'eſt au contraire poſitivement, lorſque le fluide électrique qu'il renferme eſt condenſé en comparaiſon de celui qui ſe trouve dans les corps non électriſés qui l'entourent. L'accumulation du fluide électrique produit donc l'électricité poſitive & ſa diminution l'électricité négative. Il ſemble qu'on peut en conclure avec beaucoup de vraiſemblance que les effets de l'électricité poſitive & négative doivent non ſeulement différer mais même être oppoſés; c'eſt dans la vue de m'aſſurer ſi cette conjecture ſur l'oppoſition des effets de l'électricité en plus & de l'électricité en moins eſt fondée, que j'ai fait les expériences ſuivantes.

Expérience III.

Je ſuſpendis au conducteur d'une machine électrique un tube de verre rempli d'eau, ouvert à la partie ſupérieure, & dont l'extrémité inférieure

étoit terminée en une pointe dont l'ouverture étoit si étroite que l'eau ne pouvoit en sortir que goutte à goutte; j'électrisai le conducteur positivement: l'eau qui sortoit du tube forma d'abord un jet continu; cette expérience est très connue sous le nom de celle du Syphon électrique. Je m'attendois à obtenir un résultat très différent en donnant au conducteur une électricité négative; mais il fut le même, & l'eau qui ne s'écouloit du tube non électrisé qu'en gouttes, s'écoula, lorsqu'il fut négativement électrisé, en formant un jet non-interrompu.

Expérience IV.

Je remplis trois bouteilles de Leyde jusqu'à la moitié avec de la terre de jardin humectée, & après l'avoir égalisée je la couvris avec de la flanelle mouillée, sur laquelle je mis de la semence de cresson; l'une de ces bouteilles ne fut pas électrisée, l'autre fut positivement électrisée, & la troisieme négativement; à toutes les heures je rendis aux bouteilles leur charge d'électricité, & observai

1) que la semence de cresson dans les deux bouteilles de Leyde électrisées germa plutôt que celle qui étoit dans la bouteille non-électrisée;
2) que l'accroissement du germe se fit dans les deux bouteilles électrisées avec la même vitesse;
3) que les plantes augmenterent plus en hauteur dans ces deux bouteilles que dans la bouteille non-électrisée.

Expérience V.

Je divisai $\frac{1}{2}$ loth de graine de vers à soie en trois parties; l'une ne fut pas électrisée, l'autre fut positivement & la troisieme négativement électrisée pendant 3 jours presque continuellement; je vis les vers à soie éclore dès le second jour, du moins en partie, des œufs électrisés positivement, de même que de ceux qui avoient été négativement électrisés, tandis que ceux qui n'avoient pas été électrisés & qui se trouvoient dans la même température, ne commencerent à éclore qu'entre le troisieme & le quatrieme jour, à compter de celui où j'avois commencé à les mettre en expérience.

Expérience VI.

Je remplis d'eau à la même hauteur trois vases cylindriques de métal qui avoient les mêmes dimensions; l'un ne fut pas électrisé, l'autre fut électrisé positivement pendant 15 heures de suite, & le troisieme reçut l'électricité négative pendant le même temps; le résultat de cette expérience fut que les deux portions d'eau électrisées perdirent chacune par l'évaporation 10 grains de leur poids de plus que l'eau non-électrisée.

Il suit des expériences que je viens de rapporter, que l'électricité positive produit des effets semblables à ceux de l'électricité négative, ce qui fournit une nouvelle preuve de la nécessité de n'admettre en Physique comme vrai que ce qui est prouvé par expérience; car il sembloit si naturel de penser que les effets de l'accumulation du fluide électrique devoient être opposés à ceux de sa diminution, qu'il paroissoit presque superflu d'établir cette vérité par expérience.

Les effets de l'électricité positive & négative sur les corps organisés étant les mêmes, je crois qu'on peut en conclure qu'ils ne dépendent pas de la condensation ou raréfaction du fluide électrique, mais uniquement de quelque effet indépendant de la quantité de matiere électrique, & occasionné par le manque d'équilibre du fluide électrique. Ne trouveroit-on pas cet effet dans la répulsion des parties d'un corps ou d'un systeme de plusieurs corps, qui contiennent une quantité différente de fluide électrique, ou, pour m'exprimer avec plus d'exactitude, entre des corps qui contiennent le fluide électrique dans un différent état de densité. Je suis très porté à le croire & à attribuer uniquement les effets de l'électricité sur les corps organisés à la répulsion des parties qui a lieu dans l'électricité positive comme dans l'électricité négative. L'établissement de ce principe étant fort important, & propre à donner sur la maniere d'agir de l'électricité des idées très différentes de celles qu'on a eues jusqu'à présent, j'ai cru devoir faire quelques expériences qui puissent servir à en prouver la vérité; le temps destiné à cette lecture ne me permet pas d'en rapporter plus de deux.

Expérience VII.

J'attachai à l'enduit intérieur d'une bouteille de Leyde un fil de lin auquel j'affermis une boule de moëlle de sureau; le fil d'archal qui communiquoit avec l'intérieur de la bouteille passoit par un tube de verre, & pouvoit être mis dans la bouteille & retiré à volonté; après l'avoir chargée je l'isolai & tirai le fil d'archal qui communiquoit avec son enduit intérieur; d'abord le fil de lin, & la boule qui y étoit attachée, ne fut plus repoussé, quoique la bouteille contînt encore une forte charge.

Cette expérience prouve incontestablement qu'un corps peut avoir plus ou moins de fluide électrique sans que les phénomenes de répulsion se manifestent, pourvu seulement que tous les corps avec lesquels il communique & qui se trouvent dans sa sphere d'activité, en ayent la même quantité.

Afin de s'assurer que les effets de l'électricité sont indépendants de la condensation ou raréfaction du fluide électrique, & qu'ils ne proviennent que de la répulsion des parties qui est une suite du manque d'équilibre de la matiere électrique renfermée dans différents corps, il faut en augmenter ou *en diminuer la* quantité dans des corps qui ne soient environnés, du moins à la distance à laquelle s'étend leur sphere d'activité, que de corps qui contiennent la même quantité de matiere électrique; si dans ce cas l'électricité ne produit pas les effets qu'elle produit communément, il s'ensuit que c'est uniquement à la répulsion des parties des corps électrisés qu'on peut attribuer les effets de l'électricité, & alors l'on explique sans difficulté d'où vient que l'électricité positive produit les effets de l'électricité négative; ce qui sans cela seroit inexpliquable. L'expérience suivante est très favorable à cette hypothese.

Expérience VIII.

Je mis deux vases cylindriques de métal de la même grandeur, remplis d'eau à une égale hauteur, dans deux bouteilles de Leyde semblables à tous égards; l'une fut électrisée positivement, de la maniere indiquée dans l'expérience précédente, c'est à dire de façon que l'électricité ne pût produire de répulsion; l'autre bouteille ne fut pas électrisée. En comparant après un temps suffisant l'évaporation de l'eau dans les deux bouteilles, je ne pus trou-

ver aucune différence; le résultat fut le même lorsque j'électrisai négativement la bouteille que j'avois d'abord électrisée positivement; tandis que lorsqu'une des bouteilles n'étoit pas électrisée & que l'autre l'étoit de maniere qu'il pouvoit en résulter une répulsion des parties, l'eau contenue dans celle qui étoit électrisée perdoit dans deux heures de temps 3 grains de plus par évaporation que l'autre, & cela indistinctement, soit que son électricité fût positive ou négative.

III. Je passe à la troisieme partie de ce Mémoire, dont le but est de prouver par quelques expériences que l'électricité accélere la fermentation des végétaux & la pourriture des substances animales privées de vie.

C'est une observation assez générale qu'après un orage les viandes crues & cuites prennent communément une odeur putride qui dans les viandes cuites est particulierement acide, tandis que s'il n'y avoit pas eu d'orage elles se seroient conservées pendant bien plus de temps. L'on sait aussi que le grain mis en fermentation pour en faire de l'eau de vie ou de la bierre, subit des changements très prompts & très sensibles par des temps orageux; souvent la fermentation d'abord après un orage se fait si vîte qu'on a de la peine à saisir le point où se termine le premier période, parce qu'il est très promptement suivi du second, c'est à dire de la fermentation acéteuse. Afin de découvrir si cet effet provient de l'électricité dont l'atmosphere est toujours fort chargée par des temps d'orage, je fis les expériences suivantes.

Expérience IX.

Je coupai un morceau de chair de bœuf crue en quatre parties; l'une fut électrisée positivement sans commotion pendant 10 heures, l'autre fut électrisée négativement pendant le même temps, la troisieme ne fut pas électrisée, & toutes trois étoient dans un même appartement & par conséquent au même degré de chaleur; le lendemain j'examinai ces trois morceaux de viande. Les deux morceaux électrisés paroissoient amollis, mais ils n'avoient aucune mauvaise odeur; le surlendemain les deux morceaux de viande électrisés avoient une odeur de pourriture très marquée; le morceau non-électrisé étoit un peu amolli, mais il n'avoit pas de mauvaise odeur;

odeur; le 4^e^ jour, à compter de celui où l'expérience commença, la viande électrisée avoit une odeur insupportable de pourriture, & la viande non-électrisée commençoit aussi à sentir sensiblement.

Expérience X.

Je répétai l'expérience précédente avec de la chair de veau cuite; celle qui avoit été électrisée prit dès le lendemain une odeur acide & un goût désagréable, tandis que celle qui n'avoit pas été électrisée se conserva pendant trois jours, & seulement le 4^e^ jour elle contracta une odeur acide.

Expérience XI.

Je tuai plusieurs oiseaux par des commotions électriques, & fis perdre la vie en même temps à d'autres oiseaux de la même espece en leur enfonçant des épingles dans la tête; les ayant ensuite tous exposés à une même température & les ayant couverts d'un récipient pour écarter les insectes, je comparai les progrès de la pourriture & trouvai assez constamment, que *les animaux* tués par l'étincelle électrique entroient plutôt en pourriture que les animaux qui avoient péri d'une autre maniere. Cette différence étoit le plus sensible lorsque les oiseaux avoient été tués par de très violentes commotions, qui toujours occasionnent des destructions, & l'épanchement des fluides, qui, comme l'on sait, entrent bien plus vîte en pourriture lorsqu'ils ne sont plus dans les voies de la circulation que lorsqu'ils y sont encore renfermés, quoique l'animal soit mort & que la circulation ne puisse plus avoir lieu.

Il suit de toutes ces expériences, que l'électricité accélere la pourriture des substances animales, & que c'est à cette cause qu'on doit attribuer l'accélération de la pourriture des viandes par des temps d'orage. J'eus occasion de remarquer l'année passée combien les progrès de la pourriture sont prompts dans les personnes qui ont été tuées par la foudre; le fermier du village de Lichtenberg fut tué le 2 Juillet, le soir entre 5 & 6 heures, par un éclair; le lendemain matin il avoit déjà une odeur marquée de pourriture & le soir elle étoit insupportable.

Expérience XII.

Je partageai en deux portions du ſeigle qui avoit été mis en fermentation pour en faire de l'eau de vie; une partie fut électriſée & l'autre ne le fut pas; dans cinq heures de temps la fermentation ſpiritueuſe étoit achevée dans le ſeigle électriſé, tandis qu'elle ne le fut qu'après 8 heures dans celui qui ne fut pas électriſé; je répétai cette expérience en donnant au mélange fermentant pluſieurs commotions à la place du bain électrique, & trouvai conſtamment, ſi j'en excepte un ſeul cas, que l'électricité accélere la fermentation. J'attribue le réſultat d'une ſeule expérience qui fut entierement oppoſé, à quelque circonſtance particuliere qui m'a peut-être échappé.

Je finis ce Mémoire par le récit de deux expériences que j'ai faites dans le deſſein de découvrir de quelle maniere l'électricité agit ſur l'air lorsqu'en l'électriſant on évite toute étincelle; la premiere a pour but de faire connoître ſi l'air en ſe chargeant d'électricité ſe phlogiſtique, ou s'il conſerve ſa ſalubrité; & la ſeconde a pour objet de déterminer ſi le volume d'une maſſe d'air renfermé augmente lorsqu'on le charge d'électricité, ou s'il diminue lorsqu'on lui ôte une partie du fluide électrique qu'il contenoit, en l'électriſant négativement.

Expérience XIII.

Je fis entrer dans une bouteille de Leyde de l'air commun dont j'avois auparavant reconnu le degré de déphlogiſtication au moyen de l'eudiometre; après avoir électriſé cette bouteille & l'avoir laiſſée dans cet état pendant quelques heures, j'examinai l'air qu'elle renfermoit & trouvai qu'il diminuoit de volume avec l'air nitreux, tout autant qu'avant d'avoir été électriſé; d'où il ſuit que l'air en ſe chargeant de fluide électrique ne perd pas de ſa ſalubrité & ne reçoit pas de phlogiſtique, comme cela a lieu lorsqu'on fait paroître des étincelles électriques dans une quantité déterminée d'air.

Expérience XIV.

J'électriſai une bouteille de Leyde exactement bouchée; par le couvert il paſſoit un tube de verre recourbé vers le bas parallelement à la ſur-

face verticale de la bouteille; l'extrémité de ce tube plongeoit dans un petit vase de verre rempli d'eau. Je chargeai cette bouteille successivement d'électricité positive & d'électricité négative: si elle avoit augmenté le volume de l'air, l'eau auroit dû baisser dans le tube; si au contraire elle avoit fait perdre à l'air une partie de son élasticité, l'air seroit monté dans le tube; mais elle resta à la même hauteur; ce qui fait voir que l'électricité, soit positive soit négative, n'augmente ni ne diminue l'élasticité de l'air, & que la matiere électrique dont on charge l'air en l'électrisant positivement se loge dans ses pores, & que celle qu'on en tire en l'électrisant négativement n'occupoit que les interstices de l'air, sans tendre à éloigner ses parties.

Digitized by Google

SUR l'emphyseme artificiel opéré avec différentes sortes d'air.

PAR M. ACHARD.

L'emphyseme artificiel est une opération chirurgicale que les habitans de la Guinée mettent en pratique dans les marasmes, hypocondries, rhumatismes; voici en quoi elle consiste. L'on fait une incision dans la peau jusqu'au tissu cellulaire; au moyen de cette ouverture l'on fait pénétrer dans le tissu cellulaire un tuyau par lequel on souffle de l'air en telle quantité qu'on le juge à propos; cet air s'engage dans le tissu cellulaire & l'on empêche sa sortie par l'ouverture faite dans la peau, en la fermant, après en avoir retiré le tuyau avec un emplâtre agglutinant. Après cette opération qui enfle tout le corps & lui cause un véritable emphyseme artificiel & presque universel, on donne au malade une potion composée de sucs de plantes de jus de limon, de poivre de Guinée & d'eau de vie; après quoi on le fait courir autant qu'il peut, & quand il est extremement fatigué, on le fait mettre au lit, où il essuie une sueur copieuse. On continue à lui donner trois ou quatre fois par jour une forte dose de la potion susdite, jusqu'à ce que l'enflure soit passée & que le malade soit guéri. L'enflure ou le gonflement occasionné par l'air insinué dans le tissu cellulaire commence ordinairement à diminuer le troisieme jour & elle est totalement dissipée vers le neuvieme, dixieme ou onzieme jour; quelquefois le Chirurgien est obligé, pour obtenir la parfaite guérison du malade, de faire une seconde fois l'opération; mais cela n'arrive que rarement.

Tout ce que je viens de rapporter jusqu'à présent est tiré d'un excellent Mémoire de M. Gallandat, qui se trouve dans le journal de l'Abbé Rozier pour l'année 1779 pag. 229; il a été témoin des faits qu'il rapporte.

Digitized by Google

Dans nos contrées l'on pratique l'insufflation de l'air dans différentes vues; les mendians en font usage pour se produire une enflure artificielle & inspirer par là plus de pitié, les bouchers pour donner plus d'apparence à leurs viandes, & les paysans pour engraisser leurs volailles, & faire donner plus de lait à leurs vaches. Je me suis assuré par ma propre expérience que la volaille, après l'absorbtion de l'air qu'on a insinué dans le tissu cellulaire, engraisse en très peu de temps.

M. Gallandat, & M. Negre Chirurgien & Accoucheur à Middelbourg, ont répété cette opération sur des chiens. Le troisieme jour l'enflure a diminué & le onzieme elle étoit entierement dissipée. Il suit des expériences de ces physiciens que cette opération n'est pas du tout dangereuse, & qu'elle est très peu douloureuse, puisqu'on peut la faire à des chiens sans être seulement obligé de les assujettir, pourvu qu'on leur bande les yeux; & M. Negre croit qu'elle pourra devenir utile dans l'art de guérir. Voici à ce sujet ses propres expressions dans une Lettre à M. Gallandat: „Je suis à „présent d'un autre sentiment que je n'étois avant d'avoir fait les deux expé„riences de l'insufflation; comme mes propres expériences m'ont convain„cu, il faut bien être du vôtre. Cette opération pourra devenir utile au „genre humain, mais elle exige encore du temps avant que d'être mise en „vogue. Pour vous dire le vrai, dans le commencement je craignois „fort pour la réussite; mais à présent, si j'avois occasion de la mettre en „usage, je n'aurois pas peur de la proposer le premier."

La lecture du Mémoire de M. Gallandat m'inspira le désir, non seulement de répéter ses expériences, mais encore de les étendre, en faisant l'insufflation avec les différentes sortes d'air, & ayant égard dans chaque expérience

1) à l'effet que l'air insinué dans le tissu cellulaire produit sur l'animal
2) aux changements que l'air éprouve dans le tissu cellulaire, après y avoir séjourné pendant un temps connu.

C'est la recherche de ces deux différents objets qui fait le sujet du présent Mémoire.

Expérience I.

Je fis entrer par insufflation dans le tissu cellulaire d'un chien qui avoit 1 pied de hauteur deux quartes d'air commun; il ne me fut pas possible d'en faire entrer d'avantage. Après avoir fermé l'ouverture avec un emplâtre propre à empêcher la sortie de l'air, je mis le chien en liberté; il parut n'avoir aucune sensation douloureuse, & mangea d'abord du pain & du lait avec grand appétit; le lendemain il avoit déjà un peu diminué de volume; le cinquieme jour il étoit entierement désenflé & très bien portant. Le premier & le second jour après l'opération le chien resta presque toujours sur ses pattes, & lorsqu'il se couchoit un moment, il se relevoit bientôt, & il me sembla qu'étant couché il éprouvoit du malaise, ce qui vient, je crois, de ce que le poids de son corps augmentoit la tension de la peau à la partie opposée. Dans cette expérience il ne me fut pas possible de produire un emphyseme universel, tandis que pour d'autres chiens cela n'a souffert aucune difficulté. L'on trouve en général que, non seulement dans des animaux de différente espece, mais encore dans différents individus de la même espece, il se trouve une très grande différence dans la facilité avec laquelle l'air est reçu dans le tissu cellulaire.

J'ai employé huit chiens pour mes expériences; cinq étoient mâles & deux femelles; les femelles ont reçu l'air avec beaucoup de facilité, tandis qu'il ne m'a pas été possible de produire dans un seul des mâles un emphyseme universel. Peut-être est ce un hazard; peut-être aussi que le tissu cellulaire des femelles est plus propre à recevoir l'air que celui des mâles; c'est une question qui ne peut être résolue que par des expériences plus multipliées.

Pour injecter l'air, je le renfermai dans une vessie, à laquelle j'attachai un tuyau de laiton, dont je fis entrer l'ouverture dans l'incision; la même méthode a servi à toutes les expériences suivantes.

Expérience II.

Je répétai l'expérience 1ere avec un chien qui avoit à peu près la même grandeur; je parvins à injecter trois quartes d'air; le résultat fut le même à

l'exception du temps néceſſaire pour que l'air fût abſorbé & que l'enflure diſparût: car le cinquieme jour elle n'avoit pas ſenſiblement diminué; elle diminua viſiblement le ſixieme jour & ne diſparut entierement que le ſeizieme jour. Je remarquai également dans cette expérience que le chien dont la peau étoit extremement tendue, ſurtout aux cuiſſes, ſe trouvoit incommodé lorsqu'il ſe couchoit. L'enflure n'étoit pas univerſelle; l'ouverture avoit été faite ſur la cuiſſe, & il n'y avoit que les cuiſſes & la moitié du dos & du ventre qui fuſſent enflées & bien tendues.

Expérience III.

J'opérai l'emphyſeme artificiel avec de l'air commun ſur une poule; l'opération ne parut pas lui cauſer de douleur; la peau étoit prodigieuſement tendue. D'abord après l'opération elle mangea, & parut ſe trouver très bien; le ſixieme jour l'enflure n'avoit encore que très peu diminué; le vingtieme elle n'étoit pas encore entierement paſſée; elle perdit la vie par un accident, ce qui m'empêcha de continuer l'obſervation.

Expérience IV.

Je répétai la même expérience avec pluſieurs perdrix; elles s'enflerent prodigieuſement & avec la plus grande facilité. La même choſe arriva avec pluſieurs cailles récemment priſes; mais elle ne réuſſit pas de même avec des cailles qui depuis un an avoient été en cage, & je trouvai beaucoup plus de difficulté à produire un emphyſeme univerſel. La partie voiſine de l'endroit où avoit été faite l'inciſion, qui dans les oiſeaux étoit toujours le devant de la poitrine, s'enfla à la vérité toujours & même très fort; mais l'enflure ne ſe répandit pas ſur toute la ſurface du corps, comme cela arrive toujours très aiſément avec des perdrix & des cailles récemment priſes. L'enflure des cailles & des perdrix ſe diſſipa entierement & ſucceſſivement dans l'eſpace de 18 jours.

J'ai fait la même obſervation en faiſant l'expérience avec des pigeons, dont quelques uns avoient été pendant pluſieurs mois dans une chambre, tandis que les autres furent tirés d'un pigeonnier. Je crois pouvoir en conclure, ſinon avec certitude du moins avec vraiſemblance, que la maniere

Digitized by Google

de vivre naturelle des animaux les rend plus propres à recevoir l'air par insufflation dans le tissu cellulaire; c'est aux Anatomistes que je laisse le soin d'en rechercher la cause.

Expérience V.

J'injectai sous la peau d'une grenouille autant d'air commun qu'il fut possible d'y en faire entrer, & produisis un emphyseme universel; la peau étoit aussi tendue qu'une vessie dans laquelle l'on a comprimé assez fortement l'air. Je ne pus fermer l'ouverture avec un emplâtre, parce que je n'en trouvai pas qui colle sous l'eau; je mis donc la grenouille dans un verre rempli d'eau, sans avoir fermé l'ouverture; il ne s'échappa cependant que très peu d'air & l'animal resta extremement gonflé. Comme par l'augmentation de son volume, il avoit beaucoup diminué de gravité spécifique, il resta à la surface de l'eau & ne put, malgré les efforts qu'il fit, descendre au fond du verre; il n'y parvint que le vingtieme jour après l'opération; il étoit encore fort gonflé, & paroissoit d'ailleurs être bien portant, du moins à en juger par sa vivacité. L'ouverture étoit alors entierement fermée. Le vingt-huitieme jour après l'opération je ne remarquai plus d'enflure; la peau qui avoit été extremement tendue par l'air, étoit devenue fort ample & plissée.

Les expériences que je viens de rapporter prouvent que l'emphyseme artificiel fait avec l'air commun ne met la vie de l'animal en aucun danger, & que l'opération est aisée, peu ou point douloureuse: cette vérité n'est pas nouvelle; elle est déjà prouvée par les observations & par les expériences de M. Gallandat.

J'ai fait les expériences suivantes dans la vue de découvrir quelles sont les altérations que l'air commun éprouve lorsqu'il est renfermé dans le tissu cellulaire. Avant de les rapporter, je crois devoir remarquer que ces altérations peuvent provenir de deux causes:

1) de ce que l'air se charge des émanations animales;
2) de ce qu'une partie composante de l'air peut être absorbée, ce qui doit occasionner une véritable décomposition.

L'eu-

L'eudiometre dont je me ſuis ſervi eſt très ſimple; il eſt composé d'un tuyau de verre de 288 lignes de longueur & de 5 lignes de diametre, fermé à une extrémité & muni d'un entonnoir à l'autre. On le remplit d'eau & on le plonge ainſi rempli ſous l'eau, de maniere que l'eau couvre le bord de l'entonnoir. L'uſage en eſt ſi aiſé que je ne m'arrête pas à en donner la deſcription, me bornant à remarquer que j'ai toujours mêlé l'air nitreux avec celui dont je voulois déterminer la qualité à parties égales, & que chaque meſure d'air occupoit dans le tuyau de l'eudiometre un eſpace de 141 lignes de longueur. Pour abréger je marquerai dans chaque expérience en lignes la longueur de la colonne d'air qu'occupe dans le tube de l'eudiometre une meſure d'air, c'eſt à dire 141 lignes, moins la longueur de la colonne de l'air qui aura été abſorbé; cette différence indiquant toujours la diminution du volume des deux airs dans le mélange.

Expérience VI.

J'injectai de l'air commun dans un pigeon; la diminution de cet air avec l'air nitreux avant l'injection étoit de 104; après qu'il eut ſéjourné pendant 8 heures dans le tiſſu cellulaire du pigeon, il ne fut diminué que de 61; d'où il ſuit qu'il avoit été phlogiſtiqué. Je n'en avois pas aſſez pour le ſoumettre à d'autres épreuves; j'en fis ſeulement paſſer une petite quantité, qui me reſtoit encore, par de l'eau de chaux; elle ſe troubla à l'inſtant; preuve certaine que cet air étoit mêlé avec de l'air fixe. Cet air fixe provenoit-il de la décompoſition de l'air commun, qui a toujours lieu lorsqu'il ſe charge de phlogiſtique, & de la précipitation qui dans ce cas ſe fait toujours de l'air fixe qui entre dans la compoſition de l'air commun; ou bien cet air fixe étoit-il une émanation de l'animal? Cette queſtion intéreſſante ne peut être réſolue que par des expériences fort multipliées.

Expérience VII.

J'ai répété l'expérience précédente avec un chien; j'en retirai l'air 8 heures après qu'il avoit été injecté; la diminution de ſon volume avec l'air nitreux ne fut que de 44. Je n'avois d'abord retiré qu'une partie de l'air du chien; 12 heures après je retirai le reſte; il ne fut diminué par l'air nitreux

que de 42½. Ayant fait passer l'air que je retirai du tissu cellulaire d'un chien 8 heures après l'insufflation, de même que celui que j'en retirai 12 heures plus tard par de l'eau de chaux, elle se troubla; mais je ne pus remarquer que l'air qui avoit séjourné pendant 20 heures sous la peau de l'animal troublât l'eau de chaux plus que l'air qui n'y avoit séjourné que 8 heures.

Expérience VIII.

J'examinai l'air commun qui avoit été injecté dans des grenouilles; je l'en avois retiré 14 heures après l'injection; il diminua avec l'air nitreux de 102 lignes. Avant l'injection cet air diminuoit de 103 lignes.

En comparant les résultats de ces expériences l'on voit que l'air commun injecté dans le tissu cellulaire des animaux se charge de phlogistique, & se décompose par conséquent, en laissant précipiter son air fixe que le phlogistique en sépare par plus grande affinité; mais il paroît en même temps que cette phlogistication de l'air se fait dans des degrés très différents dans différents animaux. Le chien phlogistique l'air dans le même temps beaucoup plus que les pigeons, & les grenouilles ne le phlogistiquent que très peu. L'air retiré du chien étant plus phlogistiqué au bout de 20 heures qu'au bout de 8 heures, il s'ensuit que plus l'air séjourne dans le tissu cellulaire d'un animal, plus il se phlogistique; ce qui surement a certaines limites que mes expériences ne suffisent pas pour déterminer.

Ayant maintenant rapporté les expériences que j'ai faites avec l'air commun suivant le but que je m'étois proposé, je passe à celles que j'ai faites sur l'air déphlogistiqué. Afin d'éviter le détail des expériences qui me meneroit trop loin, je me contenterai de remarquer que l'air déphlogistiqué agit sur les animaux comme l'air commun, & qu'il subit dans le tissu cellulaire les mêmes changements que l'air commun, c'est à dire qu'il devient phlogistiqué & qu'il trouble l'eau de chaux, suite nécessaire de sa combinaison avec le phlogistique.

L'acide nitreux contenu dans l'air nitreux qui s'en sépare par précipitation lorsqu'il se mêle avec un autre air qui n'est pas entierement saturé de phlogistique, me fit juger qu'étant injecté par insufflation il devoit causer

néceſſairement, & même aſſez promptement, la mort de l'animal, & cela en coagulant le ſang & toutes les humeurs animales; les expériences ſuivantes en fourniſſent des preuves.

Expérience IX.

Je fis l'inſufflation de l'air nitreux à un chien de $1\frac{1}{2}$ pied de hauteur; je parvins à injecter dans l'eſpace de quelques minutes 4 quartes d'air. L'enflure ne devint pas univerſelle; elle ſe bornoit au dos & aux cuiſſes. Dès les premieres portions d'air que j'injectai, le chien cria & employa toutes ſes forces pour ſe détacher & parut beaucoup ſouffrir; d'abord après avoir fermé l'ouverture avec un emplâtre pour empêcher la ſortie de l'air, je le détachai; mais il ne put plus ſe tenir ſur ſes jambes; il avoit de fortes convulſions, reſpiroit avec peine, & 7 minutes après l'opération il mourut. J'ôtai l'emplâtre de la plaie; il en ſortit quelques gouttes de ſang très noir & décompoſé.

Expérience X.

Je répétai l'expérience précédente avec une poule; elle mourut 10 minutes après l'injection de l'air nitreux. Un pinçon mourut pendant l'opération, & il en fut de même d'un pigeon; un autre pigeon vécut 11 minutes après l'inſufflation.

Il ſuit de ces expériences que l'inſufflation de l'air nitreux dans le tiſſu cellulaire d'un animal cauſe infailliblement la mort. Cet effet doit être attribué à l'air qui ſe trouve avant l'injection dans le tiſſu cellulaire, & qui en ſe mêlant avec l'air nitreux le décompoſe & en ſépare l'acide nitreux très concentré qu'il contient, & qui ne peut produire que des effets meurtriers. Cette conjecture ſur la décompoſition de l'air nitreux par ſon mélange avec l'air qu'il rencontre dans le tiſſu cellulaire eſt prouvée par l'expérience; car après avoir retiré l'air nitreux de l'animal dans lequel je l'avois injecté, j'ai conſtamment trouvé qu'il diminuoit l'air commun beaucoup moins qu'avant d'avoir été injecté; donc il avoit déjà ſubi un mélange & un degré de décompoſition.

Je paſſe au récit des expériences que j'ai faites avec l'air fixe.

Expérience XI.

J'insinuai dans le tissu cellulaire d'une chienne de $1\frac{3}{4}$ pied de hauteur 8 quartes d'air fixe tiré de la craie par l'acide vitriolique, & parvins à produire de cette maniere un emphyseme universel; après avoir comme de coutume appliqué sur l'ouverture un emplâtre propre à empécher la sortie de l'air, je détachai l'animal; il étoit extremement gonflé, comme l'on peut en juger par la quantité d'air que je parvins à injecter; il ne donna aucun signe de douleur ou de malaise, & mangea de très bon appétit; il se coucha indifféremment de tous les côtés, sans paroître incommodé comme les chiens auxquels j'avois injecté de l'air commun. Au bout d'une heure l'enflure avoit déjà considérablement diminué, & dans l'espace de 6 heures elle disparut entierement; l'animal continua à se porter très bien, & paroissoit n'avoir aucune sensation désagréable ou douloureuse.

Expérience XII.

Je répétai l'expérience précédente avec une chienne un peu plus grande que celle de l'expérience précédente, & ayant injecté 7 quartes d'air fixe je fermai l'ouverture; dans l'espace de 5 heures cet air avoit entierement disparu; je fis alors entrer encore 8 quartes d'air fixe dans le tissu cellulaire de cet animal. Je fus obligé de faire une nouvelle ouverture, parce que les bords de la premiere étoient enflés & trop douloureux; la chienne ne parut pas incommodée par cette seconde injection, & 10 heures après l'air se trouva entierement absorbé; elle absorba donc 15 quartes d'air fixe dans l'espace de 15 heures.

Expérience XIII.

Je répétai la même expérience avec des poules, des pigeons, des perdrix, des cailles & un pinçon; aucun de ces animaux ne parut être incommodé; l'air fixe fut absorbé par la poule dans 8 heures, par la perdrix dans 3, par le pigeon dans 6, par la caille dans $2\frac{1}{2}$, & par le pinçon dans 2 heures.

Il suit de ces deux expériences, que l'air fixe administré par insufflation dans le tissu cellulaire des animaux ne dérange pas l'œconomie animale, & qu'il est absorbé par les parties fluides avec beaucoup de facilité & en très grande quantité.

L'on connoît les effets salutaires que l'air fixe produit dans les maladies qui proviennent de la putréfaction, & je crois que ce moyen de l'administrer, c'est à dire par insufflation, seroit de la plus grande utilité, & bien préférable aux autres moyens qu'on a mis en pratique jusqu'à présent pour le faire servir à l'usage médicinal, qui consistent à le donner en lavement, ou à le faire boire mêlé avec de l'eau, ou enfin en le dégageant dans l'estomac en prenant des terres absorbantes & des acides à petits intervalles. La quantité d'air fixe qui peut s'unir & être absorbée des humeurs animales par les pratiques usitées est bien moindre que celle qu'elles absorbent lorsqu'on administre l'air par voie d'insufflation; ce qui est suffisamment prouvé par mes expériences. De plus, les points de contact de ce puissant antiseptique, le seul de tous ceux qu'on connoît qui soit capable de rétablir dans leur premier état des matieres animales déjà putréfiées, sont bien plus nombreux lorsqu'il est répandu dans le tissu cellulaire que lorsqu'il est pris en lavement, ou porté dans l'estomac, soit par des boissons, ou en prenant alternativement des acides & des alcalis.

L'insufflation de l'air fixe mériteroit bien d'être faite sur des malades. L'exemple des Negres qui la mettent en pratique doit encourager; il prouve qu'elle n'est ni dangereuse ni fort douloureuse. Rappelons-nous que c'est des Circassiens que nous avons appris l'inoculation de la petite vérole, & que ce sont les Sauvages du Pérou qui nous ont fait connoître l'usage du *quinquina*, & ne rejetons pas sans examen, à cause d'une singularité apparente, les pratiques de peuples moins éclairés que nous ne le sommes. La Médecine en a certainement déjà tiré de grands avantages, & je ne crois pas qu'aucun physicien puisse nier que le hazard peut souvent fournir des découvertes, surtout en fait de Physique expérimentale, dont l'art de guérir fait partie, que les plus sublimes théories ne nous auroient jamais révélées.

Qu'il me soit permis, avant de terminer l'article de l'air fixe, de rapporter une conjecture que je suis bien éloigné de regarder comme une vérité prouvée, & que je ne donne que comme une idée que je soumets entierement au jugement de ceux qui joignent à une suffisante connoissance de

la Physique & de la Chimie celle de la Médecine dans toute son étendue. Il s'agit d'une explication de la maniere dont l'air commun agit dans la guérison des Negres opérée par l'insufflation. Suivant M. Gallandat (a) c'est dans les affections rhumatismales, & en particulier dans la sciatique & dans les cas où l'humeur rhumatismale est fixée dans quelque endroit, que ce remede produit la guérison. Quoique ce fluide soit d'une nature qui nous est inconnue, nous pouvons présumer, comme le remarque M. Ponteau, qu'il est d'un caractere âcre & même quelquefois caustique; il n'est pas douteux qu'il est hors des voies de la circulation, puisqu'il reste fixé dans le même endroit; il n'est pas dans les vaisseaux mais répandu dans le tissu cellulaire (b). Cela étant, l'air fixe qui se précipite de l'air commun par sa combinaison avec les émanations animales & phlogistiquées, doit se combiner avec cette humeur caustique. Or les substances caustiques, dont j'excepte les substances corrosives, qu'il faut très bien distinguer, perdent par leur combinaison avec l'air fixe leur causticité; il s'ensuit que la même chose doit arriver à l'égard de la matiere rhumatismale, en cas qu'elle soit caustique, comme le pensent plusieurs célebres physiciens, ce qui doit lui faire perdre ses qualités malfaisantes. Si cette conjecture, que je ne regarde moi-même que comme telle, & qui n'est rien moins qu'une vérité prouvée, étoit fondée, il s'ensuivroit que l'air fixe produiroit, étant administré par insufflation dans les affections rhumatismales, des effets très salutaires; c'est à l'expérience à en décider.

Je passe aux expériences que j'ai faites avec l'air inflammable.

Expérience XIV.

J'injectai dans le tissu cellulaire d'une chienne qui avoit 13 pouces de hauteur 7 quartes d'air inflammable, tiré du zinc par l'acide marin; l'animal ne parut pas souffrir pendant l'opération, ni après que j'eus fermé l'ouverture & que je l'eus remis en liberté. Il put se coucher, quoique l'emphyseme fût universel, indifféremment de tous les côtés, sans que cela parût l'incommoder; il prit d'abord de la nourriture, mais resta triste pen-

Depuis (a) jusqu'à (b) j'ai copié le Mémoire de M. Gallandat.

dant quelque temps; il avoit perdu sa vivacité naturelle & elle ne revint même que quelques semaines après l'opération. Le second jour, à compter de celui de l'insufflation, l'enflure diminua un peu; le cinquieme elle avoit très sensiblement diminué; mais elle ne disparut entierement que le 18me jour; j'ai répété cette expérience sur trois autres chiens; ils ne donnerent tous aucune marque de douleur, mais il furent tristes & comme accablés pendant plusieurs jours; ils ne reprirent leur gayeté & leur vivacité naturelle qu'après que l'air fut absorbé; ce qui différa de plusieurs jours. Dans l'un l'air fut absorbé dans 14 jours, dans l'autre dans 20, & dans le troisieme dans 7; cette différence dans le temps requis pour l'absorption de l'air, dans différents individus de la même espece, ne peut provenir que de leur différente constitution, & de l'état particulier dans lequel ils pouvoient se trouver lorsqu'on fit l'insufflation.

Expérience XV.

Je répétai l'expérience précédente avec différents oiseaux, comme des *perdrix, des* pigeons & des cailles; l'effet a été le même quant au principal, *c'est à dire* qu'il a fallu un temps différent à ces animaux pour absorber l'air, qu'aucun n'en est mort, mais que tous, quoiqu'ils prissent de la nourriture avec plaisir, ont paru tristes & accablés pendant plusieurs jours, & que cet accablement les a quittés après l'absorption de l'air.

Il ne me reste, pour satisfaire au but de ce Mémoire, que d'examiner les altérations qu'éprouve l'air inflammable renfermé pendant un certain temps dans le tissu cellulaire d'un animal; l'expérience suivante en décidera.

Expérience XVI.

Je retirai l'air inflammable du tissu cellulaire d'un chien après qu'il y eut séjourné pendant 12 heures; il avoit entierement perdu son inflammabilité, & une chandelle allumée, plongée dans cet air, s'éteignit dans l'instant; la même chose arriva avec l'air inflammable qui avoit été sous la peau d'une perdrix pendant 16 heures, & avec celui qui avoit été pendant 23 heures sous la peau d'un pigeon. Celui que je retirai d'une caille 20 heures après l'insufflation, s'enflamma dans toute sa masse à une chandelle allumée, &

Digitized by Google

cela avec explosion, & comme un mélange d'air commun & d'air inflammable. Il en fut de même, si ce n'est que l'inflammation fut beaucoup plus foible, avec de l'air inflammable que je retirai d'une poule 18 heures après l'insufflation.

L'air inflammable que j'ai retiré des animaux que je viens de nommer, dans le temps que j'ai déterminé, étant mêlé avec de l'eau de chaux, la troubla très fort, & une partie de cet air qui varioit un peu & qui la plupart du temps étoit comprise entre le $\frac{1}{3}$ & le $\frac{1}{4}$ du tout, fut absorbée par l'eau au moyen d'une légere agitation; l'air que je retirai du chien fut absorbé presque de la moitié; l'ayant mêlé dans l'eudiometre dont j'ai donné la description avec parties égales d'air nitreux, je trouvai la diminution du volume du mélange, de 64. Donc cet air étoit meilleur que l'air commun qui avoit séjourné pendant 8 heures dans le tissu cellulaire d'un chien, comme il paroît par l'expérience sixieme.

Je conclus de cette expérience, que l'air inflammable subit dans le tissu cellulaire de l'animal une véritable décomposition. Le soufre qui résulte de la combinaison de l'acide qu'il renferme avec le phlogistique, & auquel il doit son inflammabilité, doit être décomposé, soit par les émanations animales, soit par l'action inconnue de leurs organes; car si cela n'étoit pas, cet air ne pourroit perdre son inflammabilité. Il paroît se changer en grande partie en air fixe, & peut-être n'est-il absorbé par l'animal qu'à mesure qu'il se convertit en air fixe; dans ce cas les humeurs de l'animal doivent se charger non seulement du phlogistique mais encore de l'acide avec lequel il étoit uni. C'est aux Médecins à déterminer les effets que cela peut produire dans l'œconomie animale. Toujours est-il sûr qu'ils ne sont pas mortels; peut-être peuvent-ils le devenir par les suites, ce que je ne hazarde pas de décider.

De

De l'effet des parfums ſur l'air.

PAR M. ACHARD.

L'influence de l'air atmoſphérique ſur l'œconomie animale eſt ſi conſidérable, que l'examen de tout ce qui peut le rendre plus ou moins propre à la reſpiration mérite certainement toute l'attention des phyſiciens. C'eſt cette conſidération qui m'a engagé à entreprendre les recherches qui ſont le ſujet de ce Mémoire & dont le but eſt de déterminer par expérience de quelle maniere la plupart des parfums qui ſont principalement en uſage, agiſſent ſur l'air commun.

Afin de découvrir ſi les fumigations gâtent ou améliorent l'air commun, j'eus recours à l'eudiometre, qui, comme l'on ſait, ſert à meſurer la diminution du volume d'une ſorte d'air donné, mêlé avec l'air nitreux, & par conſéquent auſſi le degré de ſalubrité de l'air, qui pour la plupart du temps eſt en raiſon du degré de phlogiſtication; je dis, la plupart du temps, car des expériences faites depuis peu par le Prince de Gallitzin prouvent inconteſtablement que le phlogiſtique n'eſt pas la cauſe unique de la diminution du volume d'un mélange d'air commun & d'air nitreux, puiſque l'air des latrines, qui certainement eſt toujours très chargé de phlogiſtique, diminue de volume, lorsqu'on le mêle avec l'air nitreux, beaucoup plus qu'il ne devroit ſi cette diminution étoit en raiſon inverſe de la quantité de phlogiſtique avec lequel il eſt combiné. Je crois que cet effet peut être attribué avec raiſon à l'alcali volatil dont l'air des latrines eſt toujours très chargé & qui, par ſa grande affinité avec l'acide du nitre, doit néceſſairement faciliter la décompoſition de l'air nitreux; en ſorte que dans ce cas il y a deux cauſes de décompoſition, dont la premiere ſe trouve dans l'affinité du phlogiſtique de l'air nitreux avec l'air qu'on y ajoute, & la ſeconde dans l'affinité de l'acide du nitre avec l'alcali volatil.

Avant d'entreprendre le récit de mes expériences, je crois devoir parler de l'eudiometre dont j'ai fait uſage & de la méthode que j'ai ſuivie pour charger l'air de la fumée des parfums.

L'eudiometre qui m'a ſervi eſt très ſimple & uniquement composé d'un tube de verre long de 42 pouces, bien cylindrique, d'un $\frac{1}{3}$ de pouce de diametre, fermé à un bout & muni à l'autre d'une vis de laiton qui reçoit un entonnoir de verre. Une petite phiole de verre ſert à meſurer l'air qu'on veut eſſayer; ſa capacité eſt telle, que l'air qu'elle renferme occupe dans l'eudiometre un eſpace de 20 pouces; pour s'en ſervir, on le remplit d'eau, de même que l'entonnoir, de maniere qu'il n'y reſte aucune bulle d'air; enſuite on le plonge dans un baquet rempli d'eau, en ſorte que les bords de l'entonnoir ſoient ſous l'eau. Cela étant fait, l'on y introduit, ſuivant la maniere connue de tous les phyſiciens, une meſure de l'air qu'on veut eſſayer & une égale meſure d'air nitreux. Si le mélange ne diminuoit pas de volume, il occuperoit un eſpace de 40 pouces. Suppoſons qu'il n'occupe que 25 pouces dans la longeur du tube, la diminution aura alors été de 15 pouces; ſi dans une autre expérience le mélange d'air occupe un eſpace de 28 pouces, les diminutions de volume dans ces deux expériences ſeront en raiſon de 15 à 12.

Cette proportion numéraire indique donc le rapport de la ſalubrité ou de la phlogiſtication des airs qui ont ſervi aux deux expériences; ce qu'il eſt néceſſaire de bien remarquer, parce que c'eſt de cette maniere que pour abréger j'exprimerai les réſultats de mes expériences.

Communément c'eſt ſur des charbons qu'on brûle les parfums; mais comme dans mes expériences il étoit eſſentiel d'éviter avec tout le ſoin poſſible toute cauſe étrangere qui, hormis la fumée des parfums, auroit pu agir ſur l'air & le gâter, je fus obligé de les brûler ſur un fer chauffé jusqu'à ce qu'il fût bien rouge, que je mis ſur un anneau de métal placé dans un baquet dont le fond étoit couvert d'eau; pour recevoir la fumée je couvris d'un récipient le fer échauffé, après y avoir mis le parfum. L'eau qui étoit dans le baquet entouroit les bords du récipient, & empêchoit que l'air extérieur ne pût y entrer, de ſorte que j'obtins toujours de cette maniere de l'air chargé de beaucoup de fumée.

Afin de pouvoir déterminer l'effet des différents parfums sur l'air commun, & les comparer, il étoit nécessaire de commencer par s'assurer du degré de phlogistication de l'air commun pur; dans l'endroit où je fis les expériences, je donnai tous mes soins à cette détermination, afin de la faire avec autant d'exactitude que possible. Je répétai l'épreuve avec l'air nitreux plusieurs fois, afin de m'assurer par la conformité des résultats de différents essais, que je n'avois pas commis d'erreur; je trouvai constamment que le degré de salubrité de l'air commun étoit tel, qu'il diminuoit de $15\frac{1}{8}$ avec l'air nitreux dans l'eudiometre dont j'ai donné la description & les dimensions.

Pour être bien assuré que dans les expériences que je ferois l'altération de l'air ne pouvoit avoir d'autre cause que la fumée du parfum, je jugeai qu'il seroit nécessaire de déterminer par une expérience si un fer rougi au feu ne produit aucun changement sur une masse d'air avec laquelle il est renfermé; je fis l'expérience & trouvai qu'un fer rougi à blanc au feu, renfermé sous un récipient dont les bords étoient entourés d'eau, n'altéroit en aucune maniere l'air qu'il renfermoit.

Je passe maintenant au récit des résultats des expériences que j'ai faites avec les parfums dont on se sert le plus communément. Je trouvai

1) que la diminution de l'air commun chargé de la fumée du genevre étoit de $13\frac{3}{4}$; donc son degré de salubrité étoit à celui de l'air commun qui n'étoit pas chargé de cette fumée comme $13\frac{3}{4}$ à $15\frac{1}{8}$;

2) que le degré de salubrité de l'air commun pur étoit à celui qui étoit chargé de la fumée de la gomme storax comme $15\frac{1}{8}$ à 14;

3) que la salubrité de l'air commun pur étoit à celle de l'air chargé de la fumée de la gomme de myrrhe comme $15\frac{1}{8}$ à $13\frac{1}{2}$;

4) que la phlogistication de l'air commun tel qu'il étoit dans ma chambre étoit à celle du même air chargé de la fumée des pétales de roses seches comme $15\frac{1}{8}$ à $13\frac{3}{4}$;

5) que la salubrité de l'air commun pur étoit à celle de l'air commun chargé de la fumée des fleurs de lavende comme $15\frac{1}{8}$ à $13\frac{3}{4}$;

6) que la ſalubrité de l'air commun pur étoit à celle de cet air chargé de la fumée de la compoſition qu'on fait de différents parfums & dont on forme des pyramides qu'on allume à la pointe & qui en brûlant répandent une odeur fort agréable, comme $15\frac{1}{8}$ à $13\frac{3}{4}$;

7) que la ſalubrité de l'air commun non parfumé étoit à celle de l'air commun chargé de la fumée du maſtic comme $15\frac{1}{8}$ à $14\frac{1}{4}$;

8) que le rapport de la ſalubrité de l'air commun pur étoit à celle de cet air chargé de la fumée de l'encens comme $15\frac{1}{8}$ à $13\frac{1}{8}$;

9) que le degré de ſalubrité de l'air commun pur étoit à celui de la ſalubrité de cet air chargé de la fumée de la gomme ſandarac comme $15\frac{1}{8}$ à $13\frac{3}{4}$;

10) que la phlogiſtication de l'air commun pur étoit à celle de cet air chargé de la fumée du parfum compoſé qu'on trouve chez les apothicaires ſous le nom de poudre à parfumer comme $15\frac{1}{8}$ à $13\frac{3}{4}$;

11) que le rapport de la ſalubrité de l'air commun pur étoit à celle de cet air chargé de la fumée de la racine d'Iris de Florence comme $15\frac{1}{8}$ à 14;

12) que le rapport de la ſalubrité de l'air commun non chargé de fumée, à celle de cet air chargé de la fumée du benjoin, étoit de $15\frac{1}{8}$ à 14;

13) que la ſalubrité de l'air commun non chargé de fumée étoit à celle de cet air chargé de la fumée des clous de girofle comme $15\frac{1}{8}$ à 14;

14) que la phlogiſtication de l'air commun pur étoit à celle de cet air chargé de la fumée du ſuccin comme $15\frac{1}{8}$ à $14\frac{1}{2}$;

15) que la ſalubrité de l'air commun pur étoit à celle de l'air chargé de la fumée de la ſemence de coriandre comme $15\frac{1}{8}$ à $13\frac{3}{4}$;

16) que la ſalubrité de l'air commun pur étoit à celle de cet air chargé de la fumée de l'herbe de romarin comme $15\frac{1}{8}$ à $13\frac{3}{4}$;

17) que la phlogiſtication de l'air commun pur eſt à celle de cet air chargé de la fumée de l'écorce de caſcarille comme $15\frac{1}{8}$ à $13\frac{1}{2}$;

18) que la ſalubrité de l'air commun pur eſt à celle de cet air chargé de la fumée de la canelle blanche comme $15\frac{1}{8}$ à $13\frac{7}{8}$;

19) que la ſalubrité de l'air commun pur eſt à celle de l'air commun chargé de la fumée du bois de Rhodes comme $15\frac{1}{8}$ à $13\frac{1}{4}$;

20) que la ſalubrité de l'air atmoſphérique non chargé de fumée eſt à celle de cet air chargé de la fumée du Ladanum comme $15\frac{1}{9}$ à $13\frac{1}{4}$;

21) que la ſalubrité de l'air commun pur eſt à celle de cet air chargé de la fumée de l'écorce de thym comme $15\frac{1}{8}$ à $13\frac{1}{2}$;

22) que la phlogiſtication de l'air atmoſphérique pur eſt à celle de cet air chargé de la fumée qui s'éleve de la poudre à canon lorsqu'elle s'enflamme, comme $15\frac{1}{8}$ à 13.

23) que la ſalubrité de l'air commun pur eſt à celle de cet air chargé de la fumée du tabac comme $15\frac{1}{9}$ à $13\frac{1}{8}$;

24) que la ſalubrité de l'air commun pur eſt à celle de cet air chargé des vapeurs qui s'élevent du vinaigre bouillant comme $15\frac{1}{8}$ à $14\frac{1}{2}$;

25) que la phlogiſtication de l'air atmoſphérique eſt à celle de cet air chargé des vapeurs qui s'élevent de l'eſprit de vin bouillant comme $15\frac{1}{8}$ à $14\frac{5}{8}$;

26) que la ſalubrité de l'air commun pur eſt à celle de cet air chargé des vapeurs qui s'élevent de l'alcali volatil fluor bouillant comme $15\frac{1}{8}$ à $14\frac{3}{4}$.

Dans toutes les expériences dont je viens de donner les réſultats, j'ai fait le mélange de l'air commun chargé de fumée avec l'air nitreux avant que la fumée ſe ſoit diſſipée par la condenſation des vapeurs, & ſeulement quelques minutes après avoir parfumé l'air. Il eſt encore à remarquer que j'ai toujours fait une très forte fumée, en ſorte que l'intérieur du récipient devenoit presque opaque.

Afin de voir ſi l'air parfumé ſe changeroit après un certain temps, j'ai conſervé pendant 24 heures l'air chargé de la fumée de tous les parfums que j'ai nommés; au bout de ce temps toute la fumée s'étoit diſſipée par la condenſation des vapeurs; mais ayant ſoumis l'air à l'épreuve de l'air nitreux, j'obtins exactement les mêmes réſultats que j'avois obtenus en faiſant l'expérience lorsque l'air étoit récemment & viſiblement chargé de fumée.

Des chandelles allumées, plongées dans un récipient rempli d'air commun, chargé de la fumée des différents parfums que j'ai nommés, & cela

Digitized by Google

au point qu'il paroiſſoit laiteux & entierement opaque, y brûlerent auſſi bien que dans l'air commun pur.

Les réſultats des expériences eudiométriques que j'ai rapportées, & que j'ai faites avec l'air commun chargé de la fumée d'un grand nombre de parfums, prouvent

1) que tous les parfums en général phlogiſtiquent un peu l'air;

2) qu'ils ne le phlogiſtiquent pas tous au même degré;

3) que parmi les parfums ſolides les ſubſtances réſineuſes ſont celles qui aſſez généralement phlogiſtiquent le moins l'air; ce qui cependant n'eſt pas ſans aucune exception;

4) que parmi tous les parfums que j'ai eſſayés il n'y en a aucun qui phlogiſtique l'air au point de le rendre dangereux ou mortel;

5) que de tous les parfums ſolides ou fluides que j'ai eſſayés le vinaigre eſt celui qui phlogiſtique le moins l'air, & qui à cet égard mérite par conſéquent la préférence ſur tous les autres. Il paroît à la vérité par le réſultat N°. 26. que l'air chargé des vapeurs de l'alcali volatil a plus diminué de volume avec l'air nitreux que l'air qui a été chargé de la vapeur du vinaigre; mais les raiſons que j'ai alléguées plus haut, & l'expérience faite par le Prince de Gallitzin ſur l'air des latrines, ne me permettent pas de regarder cette plus grande diminution comme une preuve d'une moindre phlogiſtication, croyant qu'on peut avec plus de raiſon l'attribuer à l'affinité de l'alcali volatil avec l'acide du nitre qui entre dans la compoſition de l'air nitreux, & qui doit néceſſairement faciliter ſa décompoſition.

Il eſt aiſé d'expliquer d'où vient que les parfums réſineux gâtent moins l'air que les parfums de bois, d'écorce, de feuilles, de fruits, ou de fleurs; ces derniers, lorsqu'ils ſe décompoſent par la chaleur, fourniſſent de l'air fixe & de l'air inflammable, qui en ſe mêlant avec l'air commun doit néceſſairement altérer ſa qualité, tandis que le feu ne développe pas l'air des réſines, & ne fait que les atténuer, en volatiliſant les huiles eſſentielles qu'elles contiennent, ſans les décompoſer.

Dans toutes les expériences que j'ai rapportées jusqu'à présent, j'ai eu soin d'empêcher que le parfum ne s'enflammât, & je n'ai échauffé le fer qu'au degré nécessaire pour les faire fumer, parce qu'il étoit très naturel de penser que s'il y avoit une véritable inflammation, l'air se phlogistiqueroit très fort. Afin de vérifier cette conjecture je répétai quelques unes des expériences précédentes, avec la différence que je chauffai le fer au point que le parfum s'enflammât sous le récipient. Je trouvai

1) que le rapport de la phlogistication de l'air commun non parfumé, étoit à celui de l'air dans lequel j'avois enflammé le parfum composé qu'on trouve chez les apothicaires sous le nom de meilleure poudre à parfumer, comme $15\frac{1}{8}$ à $10\frac{1}{4}$;
2) que le rapport de la phlogistication de l'air commun pur étoit à celle de cet air dans lequel j'avois enflammé du benjoin comme $15\frac{1}{8}$ à 7;

L'on voit par ces deux expériences que, lorsque les parfums s'enflamment, ils phlogistiquent très fort l'air; ce qui est une suite nécessaire de toute inflammation. La phlogistication indiquée par l'eudiometre fut encore confirmée par l'extinction subite de chandelles allumées, plongées dans l'air commun dans lequel la poudre à parfumer & le benjoin avoient été enflammés.

Afin de découvrir quel est l'effet d'une fumée très concentrée sur les animaux, je mis des pigeons dans un récipient que je remplis successivement de la fumée de la plupart des parfums que j'ai nommés; quoique la fumée fût si épaisse qu'il étoit impossible de voir l'animal dans le récipient, il y resta cependant pendant plus d'un quart d'heure sans incommodité. Cette expérience m'encouragea à faire l'essai sur moi-même; pour cet effet je remplis un grand récipient d'une fumée épaisse produite par le succin, & après y avoir mis la tête je fis une forte inspiration; elle ne m'incommoda pas beaucoup; la seconde inspiration me fit tousser, & la troisieme me suffoqua presque; ce qui ne provient pas de l'air en lui-même, mais uniquement des vapeurs qui y nagent, qui n'y sont pas unies, & qui se condensent dans le poumon & irritent le conduit de l'air.

L'on est communément dans l'idée que les parfums sechent l'air; j'avoue que cela seroit très difficile à expliquer; car la fumée qui s'éleve de

tous les parfums en général contient des parties aqueufes en plus ou moins grande quantité; donc, bien loin de fécher l'air, on doit en le parfumant le rendre plus humide; afin de m'en affurer, j'ai parfumé, avec la plupart des parfums que j'ai nommés, un appartement dans lequel j'avois placé un hygrometre conftruit fuivant la méthode de M. Lambert. Comme le détail de ces expériences feroit trop long, je me contente d'en rapporter le réfultat général, qui eft que tous les parfums, fans exception, rendent l'air plus humide; que les parfums réfineux font ceux qui lui communiquent le moins d'humidité, & que la fumée des bois, des écorces, des feuilles, des fruits & des fleurs, lui en communiquent beaucoup d'avantage; le vinaigre lui en donne le plus, ce qui eft une fuite néceffaire de la volatilifation des parties aqueufes avec lesquelles les parties acides falines font toujours combinées dans le vinaigre même le plus concentré.

Je conclus de toutes les expériences que j'ai rapportées dans ce Mémoire que les parfums ne rendent pas l'air plus propre à la refpiration, & qu'ils ne le deffechent pas; donc ils ne l'améliorent en aucune maniere; il eft décidé qu'au contraire ils le phlogiftiquent, mais à un degré qui ne peut devenir ni dangereux ni mortel.

Avant de finir ce Mémoire je crois devoir remarquer qu'il eft effentiel de bien diftinguer les caufes de l'effet nuifible que peut produire fur l'œconomie animale un air chargé de fumée, cet effet pouvant provenir, ou bien de l'air même gâté & phlogiftique, ou bien de la fumée qui n'eft pas combinée mais étrangere & feulement mêlée à l'air. Or ce n'eft point l'effet de la fumée que j'ai voulu déterminer dans ce Mémoire, mais uniquement celui qui peut provenir de la phlogiftication de l'air, entant qu'elle eft produite par la fumée. Il fe peut donc que de l'air chargé d'une certaine fumée & qui fuivant les expériences eudiométriques n'eft point dangereux, faffe cependant périr un animal; c'eft alors à la fumée & non à l'air qu'il faut attribuer fa mort. C'eft dans ce fens que je me fuis toujours fervi de l'expreffion, falubrité de l'air; ce qu'il eft très néceffaire de bien remarquer, afin de ne pas tirer de fauffes conféquences de mes expériences.

EX-

EXPÉRIENCES
qui tendent à déterminer de quelle maniere le feu agit sur la terre calcaire, mêlée avec la terre de l'alun, la terre du sel amer, & des substances salines.

PAR M. ACHARD.

Dans un Mémoire précédent j'ai rapporté les expériences que j'ai faites dans la vue de découvrir l'action du feu sur les mélanges de la terre calcaire avec la terre de l'alun & la terre du sel amer; il restoit encore à déterminer l'action du feu sur les mêmes mélanges combinés en proportions *différentes* avec des substances salines. C'est cette recherche qui m'occupera maintenant.

Afin de m'assurer de la fusibilité des différents mélanges que j'ai faits, je les ai exposés pendant 3 heures au feu de fusion dans un fourneau à vent; la Table suivante marque les résultats de ces expériences.

Mélange	proportion	résultat	couleur.	dureté.
Terre calcaire Terre d'alun Sel de tartre	1 partie 3 parties 2 parties	masse qui avoit éprouvé une demi-fusion; elle avoit un peu de poli; ses parties n'étoient pas toutes réunies	grise	donne des étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Alcali minéral	1 partie 3 parties 2 parties	masse poreuse, qui avoit éprouvé la fusion; elle avoit un peu de poli	jaune grisâtre	donne beaucoup d'étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Alcali minéral	3 parties 1 partie 2 parties	masse demi-transparente, qui avoit beaucoup de poli	jaune foncé	donne beaucoup d'étincelles avec l'acier.

Digitized by Google

Mélange	proportion	réſultat	couleur	dureté.
Terre calcaire Terre d'alun Alcali minéral	1 partie 3 parties 6 parties	maſſe poreuſe, qui à la ſurface étoit tranſparente & changée en verre; la partie inférieure étoit opaque & n'avoit pas de poli dans la fraction	griſe	donne des étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Alcali minéral	3 parties 1 partie 6 parties	verre	jaune foncé	donne des étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Sel ſédatif	3 parties 1 partie 2 parties	verre	jaune foncé	ne donne pas d'étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Sel ſédatif	1 partie 3 parties 2 parties	maſſe poreuſe, brillante comme du ſucre, qui avoit éprouvé une entiere fuſion	blanche	donne des étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Sel ſédatif	1 partie 3 parties 6 parties	verre	jaune	ne donne pas d'étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Sel ſédatif	3 parties 1 partie 6 parties	verre couvert d'une croûte blanche opaque	jaune	donne des étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Sel de Glauber	3 parties 1 partie 2 parties	maſſe poreuſe, dont la ſurface étoit un peu polie; dans la fraction elle n'avoit point de poli; ſes parties n'étoient pas toutes réunies	griſe	donne des étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Sel de Glauber	1 partie 3 parties 2 parties	maſſe poreuſe, qui avoit éprouvé une demi-fuſion	griſe	donne des étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Sel de Glauber	1 partie 3 parties 6 parties	maſſe polie, qui avoit éprouvé une entiere fuſion	noire	donne des étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Sel de Glauber	3 parties 1 partie 6 parties	verre couvert d'une croûte blanche opaque	jaune foncé	donne des étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Sélénite	1 partie 3 parties 2 parties	maſſe qui avoit éprouvé une demi-fuſion; ſes parties n'étoient pas toutes réunies	blanche	donne des étincelles avec l'acier.

Mêlange	proportion	résultat	couleur	dureté.
Terre calcaire Terre d'alun Sélénite	3 parties 1 partie 2 parties	poudre	blanche	
Terre calcaire Terre d'alun Sélénite	1 partie 3 parties 6 parties	poudre	blanche	
Terre calcaire Terre d'alun Sélénite	3 parties 1 partie 6 parties	verre	jaune	donne beaucoup d'étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Nitre prismatique	3 parties 1 partie 2 parties	maſſe qui avoit éprouvé une demi-fuſion; ſes parties n'étoient pas entierement réunies	griſe	ne donne pas d'étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Nitre prismatique	1 partie 3 parties 2 parties	poudre	blanche	
Terre calcaire Terre d'alun *Nitre prismatique*	1 partie 3 parties 6 parties	une partie avoit éprouvé une demi-fuſion, l'autre étoit reſtée en poudre	blanche	
Terre calcaire Terre d'alun Nitre prismatique	3 parties 1 partie 6 parties	maſſe poreuſe, qui avoit éprouvé une entiere fuſion; elle avoit beaucoup de poli; le creuſet avoit été attaqué	verte & rouge dans la fraction; la ſurface blanche & bleue	donne des étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Nitre cubique	1 partie 3 parties 2 parties	maſſe poreuſe, qui avoit éprouvé la fuſion; ſa ſurface étoit criſtalliſée; dans la fraction il ſe trouva également des criſtaux	griſe	donne des étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Nitre cubique	3 parties 1 partie 2 parties	maſſe presque tranſparente, qui avoit beaucoup de poli	jaune foncé	donne des étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Nitre cubique	1 partie 3 parties 6 parties	maſſe poreuſe; à ſa ſurface il ſe trouva pluſieurs petits criſtaux	griſe	donne beaucoup d'étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Nitre cubique	3 parties 1 partie 6 parties	maſſe qui avoit éprouvé une entiere fuſion; elle avoit beaucoup de poli	noire	donne des étincelles avec l'acier.

Mélange	proportion	résultat	couleur	dureté.
Terre calcaire Terre d'alun Sel commun	3 parties 1 partie 2 parties	maſſe qui avoit éprouvé la fuſion; elle étoit fort poreuſe & avoit très peu de poli; ſes parties n'étoient pas toutes réunies	griſâtre	donne des étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Sel commun	1 partie 3 parties 2 parties	maſſe qui n'avoit pas éprouvé de fuſion	blanche	facile à pulvériſer entre les doigts.
Terre calcaire Terre d'alun Sel commun	1 partie, 3 parties 6 parties	maſſe dont une partie avoit éprouvé la fuſion & dont l'autre s'étoit ſeulement reducrcie, ſans éprouver de fuſion	jaune	donne des étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Sel commun	3 parties 1 partie 6 parties	ſcorie; le creuſet étoit détruit	brunâtre	donne des étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Sel ammoniac fixe	1 partie 3 parties 2 parties	maſſe qui avoit éprouvé une demi-fuſion	blanche	ne donne pas d'étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Sel ammoniac fixe	3 parties 1 partie 2 parties	maſſe qui avoit éprouvé la fuſion; elle brilloit comme du ſucre	blanc ſâle	donne des étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Borax calciné	1 partie 3 parties 2 parties	verre	jaune	ne donne pas d'étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Borax	3 parties 1 partie 2 parties	verre	jaune foncé	donne des étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Borax	1 partie 3 parties 6 parties	verre	jaune foncé	donne peu d'étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre du ſel amer Sel de tartre	3 parties 1 partie 2 parties	une partie avoit éprouvé une demi-fuſion, l'autre étoit reſtée en poudre	blanche	la partie qui avoit éprouvé la fuſion donna peu d'étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre du ſel amer Sel de tartre	1 partie 3 parties 2 parties	poudre	blanche	

Mélange	proportion	résultat	couleur	dureté.
Terre calcaire Terre du sel amer Sel de tartre	1 partie 3 parties 6 parties	verre	jaune verdâtre	donne peu d'étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre du sel amer Alcali minéral	3 parties 1 partie 2 parties	verre	jaune foncé	donne des étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre du sel amer Alcali minéral	1 partie 3 parties 2 parties	masse qui avoit éprouvé une demi-fusion	jaunâtre	facile à briser.
Terre calcaire Terre du sel amer Alcali minéral	3 parties 1 partie 6 parties	verre qui avoit percé le creuset	jaune	donne des étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre du sel amer Sel sédatif	1 partie 3 parties 6 parties	masse qui avoit éprouvé la fusion; elle avoit beaucoup de poli	blanche	donne beaucoup d'étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre du sel amer Sel sédatif	3 parties 1 partie 6 parties	masse vitriforme	jaune	donne beaucoup d'étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre du sel amer Tartre vitriolé	1 partie 3 parties 2 parties	une partie avoit éprouvé une demi-fusion, l'autre étoit restée en poudre	blanche	facile à briser.
Terre calcaire Terre du sel amer Tartre vitriolé	3 parties 1 partie 2 parties	masse qui avoit beaucoup de poli	noire	donne beaucoup d'étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre du sel amer Tartre vitriolé	1 partie 3 parties 6 parties	masse poreuse, qui avoit éprouvé la fusion; le creuset avoit été en partie détruit	grisâtre	donne des étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre du sel amer Tartre vitriolé	3 parties 1 partie 6 parties	scorie, confondue avec le creuset, qui avoit été détruit	blanche	donne des étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre du sel amer Sel de Glauber	3 parties 1 partie 2 parties	masse qui avoit beaucoup de poli	noire	donne des étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre du sel amer Sel de Glauber	1 partie 3 parties 2 parties	masse vitriforme, presqu'entierement transparente	jaune	donne des étincelles avec l'acier.

Mélange	proportion	résultat	couleur	dureté.
Terre calcaire Terre du sel amer Sel de Glauber	3 parties 1 partie 6 parties	verre	jaune	donne peu d'étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre du sel amer Sel de Glauber	1 partie 3 parties 6 parties	masse qui avoit beaucoup de poli	noire	donne des étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre du sel amer Sélénite	3 parties 1 partie 2 parties	verre	jaune	donne des étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre du sel amer Sélénite	1 partie 3 parties 2 parties	poudre	blanche	
Terre calcaire Terre du sel amer Sélénite	1 partie 3 parties 6 parties	verre	jaune	donne beaucoup d'étincelles avec l'acier
Terre calcaire Terre du sel amer Sélénite	3 parties 1 partie 6 parties	verre	jaune	donne beaucoup d'étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre du sel amer Nitre prismatique	3 parties 1 partie 2 parties	masse demi-transparente, qui avoit beaucoup de poli; à sa surface il se trouve quelques taches opaques	bleuâtre	donne des étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre du sel amer Nitre prismatique	1 partie 3 parties 2 parties	masse poreuse, qui avoit éprouvé une demi-fusion; ses parties n'étoient pas toutes réunies	grisâtre	donne des étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre du sel amer Nitre prismatique	3 parties 1 partie 6 parties	masse poreuse; sa surface n'avoit que peu de poli; elle avoit pénétré le creuset	blanche	donne peu d'étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre du sel amer Nitre cubique	3 parties 1 partie 2 parties	verre	jaune	donne peu d'étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre du sel amer Nitre cubique	1 partie 3 parties 2 parties	masse qui avoit éprouvé la fusion; elle avoit peu de poli; dans quelques endroits elle étoit demi-transparente	blanche	donne beaucoup d'étincelles avec l'acier.

Mélange	proportion	résultat	couleur	dureté.
Terre calcaire Terre du sel amer Nitre cubique	1 partie 3 parties 6 parties	masse qui avoit éprouvé la fusion; elle avoit très peu de poli	jaune grisâtre	donne beaucoup d'étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre du sel amer Nitre cubique	3 parties 1 partie 6 parties	masse qui avoit beaucoup de poli	jaune foncé	donne des étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre du sel amer Sel commun	3 parties 1 partie 2 parties	verre	jaune	donne beaucoup d'étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre du sel amer Sel commun	1 partie 3 parties 2 parties	masse qui avoit éprouvé une demi-fusion	grise	donne des étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre du sel amer Sel commun	3 parties 1 partie 6 parties	scorie, confondue avec le creuset, qui avoit été détruit	jaune	donne des étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre du sel amer Sel commun régénéré	3 parties 1 partie 2 parties	verre	jaune foncé	donne beaucoup d'étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre du sel amer Sel commun régénéré	1 partie 3 parties 2 parties	masse qui avoit éprouvé une demi-fusion; elle n'avoit que peu de poli	grisâtre	donne des étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre du sel amer Sel commun régénéré	1 partie 3 parties 6 parties	scorie, confondue avec le creuset, qui avoit été détruit	brune	donne beaucoup d'étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre du sel amer Sel commun régénéré	3 parties 1 partie 6 parties	verre	jaune	donne beaucoup d'étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre du sel amer Sel ammoniac fixe	3 parties 1 partie 6 parties	poudre	blanche	
Terre calcaire Terre du sel amer Borax calciné	3 parties 1 partie 2 parties	verre	jaune	donne peu d'étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre du sel amer Borax calciné	1 partie 3 parties 6 parties	masse demi-transparente, qui avoit beaucoup de poli	bleuâtre	ne donne pas d'étincelles avec l'acier.

Mélange	proportion	résultat	couleur	dureté.
Terre calcaire Terre du sel amer Borax calciné	3 parties 1 partie 6 parties	masse vitriforme, qui avoit en partie détruit le creuset	jaune	donne des étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Sel de tartre	1 partie 1 partie 3 parties 1 partie	poudre	blanche	
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Sel de tartre	2 parties 2 parties 3 parties 2 parties	poudre	blanche	
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Sel de tartre	1 partie 3 parties 1 partie 1 partie	poudre	blanche	
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Sel de tartre	1 partie 3 parties 1 partie 2 parties	poudre	blanche	
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Sel de tartre	2 parties 3 parties 2 parties 2 parties	masse poreuse, qui avoit éprouvé la fusion; elle n'avoit que peu de poli	grise	donne peu d'étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Sel de tartre	1 partie 4 parties 1 partie 1 partie	verre	verd clair	donne beaucoup d'étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Sel de tartre	3 parties 1 partie 1 partie 2 parties	masse qui avoit éprouvé un commencement de fusion	blanche	
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Sel de tartre	3 parties 2 parties 2 parties 2 parties	masse poreuse, qui avoit éprouvé une demi-fusion, & qui avoit attaqué le creuset	blanche	ne donne pas d'étincelles ave[c] l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Sel de tartre	4 parties 1 partie 1 partie 4 parties	une partie avoit éprouvé une demi-fusion, l'autre étoit restée en poudre; le creuset avoit été attaqué	blanche	

Digitized by Google

Mélange	proportion	résultat	couleur	dureté.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Sel de tartre	1 partie 1 partie 3 parties 8 parties	masse un peu polie, poreuse, qui avoit éprouvé la fusion	grise	ne donne pas d'étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Sel de tartre	1 partie 1 partie 4 parties 8 parties	masse poreuse, qui avoit éprouvé la fusion	grise	donne peu d'étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Sel de tartre	1 partie 3 parties 1 partie 8 parties	masse poreuse, qui avoit éprouvé une demi-fusion	grise	ne donne pas d'étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Sel de tartre	1 partie 4 parties 1 partie 8 parties	verre	jaune	donne des étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer *Sel de tartre* caustique	1 partie 4 parties 1 partie 8 parties	masse qui avoit éprouvé une demi-fusion	grisâtre	facile à briser.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Sel de tartre caustique	3 parties 1 partie 1 partie 8 parties	masse qui avoit éprouvé la fusion, dans laquelle l'on découvroit quelques cristallisations	grisâtre	donne des étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Alcali minéral	1 partie 1 partie 3 parties 2 parties	poudre	blanche	
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Alcali minéral	2 parties 2 parties 3 parties 2 parties	masse poreuse, qui avoit éprouvé une demi-fusion, & dont les parties n'étoient pas entierement réunies	grise	ne donne pas d'étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Alcali minéral	1 partie 1 partie 4 parties 4 parties	masse qui avoit éprouvé une demi-fusion, ses parties n'étoient pas toutes réunies	grise	donne des étincelles avec l'acier.

Mélange	proportion	résultat	couleur	dureté.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Alcali minéral	1 partie 3 parties 1 partie 1 partie	masse poreuse un peu polie, qui avoit éprouvé une demi-fusion	blanche	donne beaucoup d'étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Alcali minéral	1 partie 3 parties 1 partie 2 parties	masse poreuse, qui avoit éprouvé la fusion; dans les endroits où elle touchoit le creuset elle étoit transparente	grise	donne des étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Alcali minéral	2 parties 3 parties 2 parties 2 parties	masse poreuse, qui avoit éprouvé la fusion; à sa surface il se trouva plusieurs cristaux brillants	grise	donne des étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Alcali minéral	1 partie 4 parties 1 partie 4 parties	masse poreuse, qui avoit éprouvé la fusion; dont la surface étoit inégale mais polie	grisâtre	donne des étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Alcali minéral	3 parties 1 partie 1 partie 1 partie	masse fort polie, qui avoit éprouvé une parfaite fusion	noire	donne des étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Alcali minéral	3 parties 1 partie 1 partie 2 parties	masse fort polie, qui avoit éprouvé une parfaite fusion	noire	donne des étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Alcali minéral	3 parties 2 parties 2 parties 2 parties	masse qui avoit éprouvé une parfaite fusion; elle avoit beaucoup de poli	noire	donne des étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Alcali minéral	4 parties 1 partie 1 partie 4 parties	masse qui avoit éprouvé une parfaite fusion; elle avoit beaucoup de poli	noire	donne peu d'étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Alcali minéral	3 parties 1 partie 1 partie 8 parties	masse demi-transparente, qui avoit beaucoup de poli	noire tirant sur le jaune	donne des étincelles avec l'acier.

Digitized by Google

Mélange	proportion	résultat	couleur	dureté.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Alcali minéral	2 parties 2 parties 3 parties. 8 parties	masse qui avoit éprouvé une parfaite fusion; elle avoit beaucoup de poli, & avoit pénétré le creuset	noire	donne peu d'étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Alcali minéral	1 partie 1 partie 4 parties 8 parties	masse qui avoit éprouvé la fusion; elle avoit peu de poli & paroissoit cristallisée; à la surface elle étoit presqu'entierement transparente	jaune pâle	donne des étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Alcali minéral	1 partie 3 parties 1 partie 8 parties	masse qui avoit éprouvé une parfaite fusion, & qui avoit beaucoup de poli	noire	donne des étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Alcali minéral	2 parties 3 parties 2 parties 8 parties	masse poreuse, qui avoit éprouvé la fusion; dans quelques endroits elle étoit transparente	noire	donne des étincelles avec l'acier.
Terre calcaire *Terre d'alun* Terre du sel amer Alcali minéral	1 partie 4 parties 1 partie 8 parties	masse poreuse, qui avoit éprouvé la fusion; dans les endroits où elle touchoit le creuset, elle étoit vitrifiée	grise	donne des étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer *Sel sédatif*	1 partie 1 partie 3 parties 2 parties	verre qui avoit pénétré le creuset	jaune	donne des étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Sel sédatif	2 parties 2 parties 3 parties 2 parties	verre qui avoit percé le creuset	jaune	donne des étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Sel sédatif	1 partie 1 partie 4 parties 4 parties	masse polie, qui avoit éprouvé une entiere fusion	jaunâtre	donne des étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Sel sédatif	1 partie 3 parties 1 partie 2 parties	verre	jaunâtre	donne des étincelles avec l'acier.

Mélange	proportion	résultat	couleur	dureté.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Sel sédatif	2 parties 3 parties 2 parties 2 parties	verre	jaune	donne des étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Sel sédatif	3 parties 1 partie 1 partie 1 partie	verre	jaune	donne peu d'étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Sel sédatif	3 parties 1 partie 1 partie 2 parties	verre	jaune	donne des étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Sel sédatif	3 parties 2 parties 2 parties 2 parties	verre	jaune	donne des étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Sel sédatif	4 parties 1 partie 1 partie 4 parties	verre	jaune foncé	donne des étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Sel sédatif	3 parties 2 parties 2 parties 8 parties	verre	jaune	donne peu d'étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Sel sédatif	4 parties 1 partie 1 partie 8 parties	verre qui avoit détruit & percé le creuset	jaune	donne des étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Sel sédatif	1 partie 1 partie 3 parties 8 parties	masse qui avoit beaucoup de poli	blanche	donne peu d'étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Sel sédatif	2 parties 2 parties 3 parties 8 parties	verre qui avoit détruit & percé le creuset	jaune foncé	donne peu d'étincelles avec l'acier.

Mélange	proportion	résultat	couleur	dureté.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Sel sédatif	1 partie 3 parties 1 partie 8 parties	verre	jaune foncé	ne donne pas d'étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Sel sédatif	2 parties 3 parties 2 parties 8 parties	verre	verdâtre	donne peu d'étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Sel sédatif	1 partie 4 parties 1 partie 8 parties	verre	blanc	ne donne pas d'étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Sel de Glauber	1 partie 1 partie 3 parties 1 partie	masse poreuse, qui avoit éprouvé la fusion, dont la surface étoit inégale	grise	donne beaucoup d'étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer *Sel de Glauber*	1 partie 1 partie 3 parties 2 parties	masse qui avoit peu de poli dans la fraction, fort polie & cristallisée à la surface	noire	donne beaucoup d'étincelles avec l'acier
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Sel de Glauber	2 parties 2 parties 3 parties 2 parties	masse assez polie, qui avoit éprouvé une entiere fusion	noire	donne beaucoup d'étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Sel de Glauber	1 partie 1 partie 4 parties 4 parties	masse polie, qui tant à la surface que dans la fraction paroissoit cristallisée	noire	donne des étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Sel de Glauber	1 partie 3 parties 1 partie 1 partie	masse poreuse, qui avoit éprouvé la fusion	grise	donne beaucoup d'étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Sel de Glauber	1 partie 3 parties 1 partie 2 parties	masse poreuse, qui avoit peu de poli; elle avoit éprouvé une parfaite fusion	blanc sâle	donne beaucoup d'étincelles avec l'acier.

Mélange	proportion	résultat	couleur	dureté.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Sel de Glauber	2 parties 3 parties 2 parties 2 parties	masse qui avoit beaucoup de poli; elle avoit éprouvé une parfaite fusion	noire	donne beaucoup d'étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Sel de Glauber	1 partie 4 parties 1 partie 4 parties	masse qui avoit éprouvé la fusion; elle étoit poreuse & avoit peu de poli	noire; la surface étoit couverte d'une croûte blanche	donne beaucoup d'étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Sel de Glauber	3 parties 1 partie 1 partie 1 partie	masse qui avoit beaucoup de poli; elle avoit éprouvé une parfaite fusion	noire	donne beaucoup d'étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Sel de Glauber	3 parties 1 partie 1 partie 2 parties	masse fort polie, qui avoit éprouvé une parfaite fusion.	noire	donne beaucoup d'étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Sel de Glauber	3 parties 2 parties 2 parties 2 parties	masse fort polie, qui avoit éprouvé une parfaite fusion	noire	donne beaucoup d'étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Sel de Glauber	4 parties 1 partie 1 partie 4 parties	masse qui avoit éprouvé une parfaite fusion; elle avoit beaucoup de poli	noire	donne beaucoup d'étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Sel de Glauber	3 parties 1 partie 1 partie 8 parties	masse vitriforme, qui avoit détruit & percé le creuset	jaune sâle	donne beaucoup d'étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Sel de Glauber	3 parties 2 parties 2 parties 8 parties	masse qui avoit éprouvé une parfaite fusion & qui avoit beaucoup de poli	noire	donne peu d'étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Sel de Glauber	4 parties 1 partie 1 partie 8 parties	verre	verd	donne des étincelles avec l'acier.

Digitized by Google

Mélange	proportion	résultat	couleur	dureté.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Sel de Glauber	1 partie 1 partie 3 parties 8 parties	masse vitriforme, qui avoit détruit & percé le creuset	jaune sâle	donne beaucoup d'étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Sel de Glauber	2 parties 2 parties 3 parties 8 parties	masse vitriforme aux bords, opaque dans le milieu, dont la surface étoit couverte d'une croûte blanche opaque	jaune	donne des étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Sel de Glauber	1 partie. 1 partie 4 parties 8 parties	masse vitriforme aux bords, opaque dans le milieu	verd	donne beaucoup d'étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Sel de Glauber	1 partie 3 parties 1 partie 8 parties	masse vitriforme, qui avoit détruit & pénétré le creuset	jaune	donne beaucoup d'étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Sel de Glauber	2 parties 3 parties 2 parties 8 parties	verre	verd clair	donne des étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Sel de Glauber	1 partie 4 parties 1 partie 8 parties	masse opaque poreuse, qui aux bords de la surface étoit transparente	grise	donne beaucoup d'étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Sélénite	1 partie 1 partie 3 parties 1 partie	masse qui avoit beaucoup de poli	noire	donne beaucoup d'étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Sélénite	1 partie 1 partie 3 parties 2 parties	poudre	blanche	
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Sélénite	2 parties 2 parties 3 parties 2 parties	masse poreuse, qui avoit éprouvé une entiere fusion; sa surface avoit un peu de poli	grisâtre	donne des étincelles avec l'acier.

Mélange	proportion	résultat	couleur	dureté.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Sélénite	1 partie 1 partie 4 parties 4 parties	verre	jaune	donne des étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Sélénite	1 partie 3 parties 1 partie 1 partie	masse poreuse, inégale à la surface, qui avoit de petits cristaux tant à la surface que dans la fraction	grise	donne des étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Sélénite	1 partie 3 parties 1 partie 2 parties	masse qui avoit beaucoup de poli; elle avoit éprouvé une parfaite fusion	jaune sâle	donne des étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Sélénite	2 parties 3 parties 2 parties 2 parties	poudre	blanche	
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Sélénite	1 partie 4 parties 1 partie 4 parties	poudre	blanche	
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Sélénite	3 parties 1 partie 1 partie 1 partie	verre	jaune	donne des étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Sélénite	3 parties 1 partie 1 partie 2 parties	masse poreuse, dont la partie supérieure étoit transparente & la partie inférieure opaque; elle avoit beaucoup de poli dans la fraction	noire	donne beaucoup d'étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Sélénite	3 parties 2 parties 2 parties 2 parties	masse poreuse, qui avoit éprouvé la fusion; sa surface étoit inégale; l'on y découvroit de petits cristaux brillants	grise	donne peu d'étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Sélénite	4 parties 1 partie 1 partie 4 parties	masse fort polie, qui avoit éprouvé une parfaite fusion	noire	donne beaucoup d'étincelles avec l'acier.

Mélang

Mélange	proportion	résultat	couleur	dureté.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Sélénite	3 parties 1 partie 1 partie 8 parties	verre qui avoit pénétré le creuset	jaune	donne des étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Sélénite	3 parties 2 parties 2 parties 8 parties	masse bien polie, qui avoit éprouvé une parfaite fusion	noire	donne des étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Sélénite	4 parties 1 partie 1 partie 8 parties	verre	jaune	donne des étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Sélénite	1 partie 1 partie 3 parties 8 parties	masse fort polie, dont la surface étoit vitrifiée	noire	donne des étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun *Terre du sel amer* Sélénite	2 parties 2 parties 3 parties 8 parties	masse poreuse, qui avoit éprouvé la fusion; dont la surface étoit inégale	grise	donne peu d'étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Sélénite	1 partie 1 partie 4 parties 8 parties	verre	jaune	donne peu d'étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Sélénite	1 partie 3 parties 1 partie 8 parties	verre	jaune foncé	donne peu d'étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Sélénite	2 parties 3 parties 2 parties 8 parties	poudre	blanche	
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Nitre prismatique	1 partie 1 partie 3 parties 1 partie	masse qui n'avoit pas éprouvé la moindre fusion	blanche	facile à pulvériser entre les doigts.

Mélange	proportion	réſultat	couleur	dureté.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du ſel amer Nitre prismatique	1 partie 1 partie 3 parties 2 parties	poudre	blanche	
Terre calcaire Terre d'alun Terre du ſel amer Nitre prismatique	2 parties 2 parties 3 parties 2 parties	maſſe qui avoit éprouvé une demi-fuſion	jaune ſâle	donne des étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du ſel amer Nitre prismatique	1 partie 1 partie 4 parties 4 parties	maſſe poreuſe, qui avoit éprouvé la fuſion	blanc ſâle	ne donne pas d'étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du ſel amer Nitre prismatique	1 partie 3 parties 1 partie 1 partie	maſſe poreuſe, qui avoit éprouvé une demi-fuſion	blanc ſâle	ne donne pas d'étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du ſel amer Nitre prismatique	1 partie 3 parties 1 partie 2 parties	maſſe qui avoit éprouvé une demi-fuſion	griſe	ne donne pas d'étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du ſel amer Nitre prismatique	2 parties 3 parties 2 parties 2 parties	maſſe poreuſe, qui avoit éprouvé une demi-fuſion	griſe	ne donne pas d'étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du ſel amer Nitre prismatique	1 partie 4 parties 1 partie 4 parties	une partie avoit éprouvé une demi-fuſion, l'autre étoit reſtée en poudre	blanche	la partie qui avoit éprouvé une demi-fuſion donna peu d'étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du ſel amer Nitre prismatique	3 parties 1 partie 1 partie 1 partie	maſſe polie, qui avoit éprouvé une parfaite fuſion	noire	donne beaucoup d'étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du ſel amer Nitre prismatique	3 parties 1 partie 1 partie 2 parties	verre	jaune verdâtre	donne des étincelles avec l'acier.

Mélange	proportion	résultat	couleur	dureté.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Nitre prismatique	3 parties 2 parties 2 parties 2 parties	masse qui avoit beaucoup de poli; elle avoit éprouvé une entiere fusion	jaune sâle	donne des étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Nitre prismatique	3 parties 1 partie 1 partie 8 parties	masse peu polie, qui avoit éprouvé une entiere fusion & dont la surface paroissoit cristallisée	grise	donne des étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Nitre prismatique	3 parties 2 parties 2 parties 8 parties	masse poreuse, qui avoit éprouvé la fusion	grise	ne donne pas d'étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Nitre prismatique	1 partie 1 partie 3 parties 8 parties	masse qui n'avoit pas éprouvé de fusion	blanche	assez dure.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Nitre prismatique	2 parties 2 parties 3 parties 8 parties	masse qui avoit éprouvé une demi-fusion	grise	
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Nitre prismatique	1 partie 1 partie 4 parties 8 parties	une partie avoit éprouvé une demi-fusion, l'autre étoit restée en poudre	grise	donne peu d'étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Nitre prismatique	1 partie 3 parties 1 partie 8 parties	masse qui avoit éprouvé une demi-fusion; le sel s'étoit séparé du reste & réuni en une masse	blanche	ne donne pas d'étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Nitre prismatique	2 parties 3 parties 2 parties 8 parties	masse poreuse, qui avoit éprouvé la fusion; le sel s'étoit séparé du reste & formoit une masse séparée	grise	donne peu d'étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Nitre prismatique	1 partie 4 parties 1 partie 8 parties	masse dont une partie n'étoit que reducie, tandis que l'autre avoit éprouvé une demi-fusion	blanche	donne peu d'étincelles avec l'acier.

Mélange	proportion	résultat	couleur	dureté.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Nitre cubique	1 partie 1 partie 3 parties 1 partie	masse poreuse, qui avoit éprouvé une demi-fusion	blanche	donne des étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Nitre cubique	1 partie 1 partie 3 parties 2 parties	masse poreuse, qui avoit éprouvé une demi-fusion	jaunâtre	donne des étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Nitre cubique	2 parties 2 parties 3 parties 2 parties	masse poreuse, qui avoit éprouvé une demi-fusion	blanc sâle	donne beaucoup d'étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Nitre cubique	1 partie 1 partie 4 parties 4 parties	masse poreuse, qui avoit éprouvé une demi-fusion; à sa surface il se trouva de petits cristaux brillants	gris foncé	donne des étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Nitre cubique	1 partie 3 parties 1 partie 1 partie	masse poreuse, qui avoit éprouvé la fusion; à ses bords elle étoit un peu transparente	grise, excepté la surface, qui étoit blanche	donne des étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Nitre cubique	1 partie 3 parties 1 partie 2 parties	masse poreuse, qui avoit éprouvé la fusion; aux bords qui touchoient le creuset elle étoit transparente	grise	donne des étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Nitre cubique	2 parties 3 parties 2 parties 2 parties	masse poreuse, qui avoit éprouvé la fusion; sa surface étoit polie & cristallisée	grise	donne peu d'étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Nitre cubique	1 partie 4 parties 1 partie 4 parties	masse poreuse, qui avoit éprouvé la fusion	grise	donne beaucoup d'étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Nitre cubique	3 parties 1 partie 1 partie 1 partie	masse polie, qui avoit éprouvé la fusion	grise	donne des étincelles avec l'acier.

Mélange	proportion	réſultat	couleur	dureté.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du ſel amer Nitre cubique	3 parties 1 partie 1 partie 2 parties	maſſe peu polie, qui avoit éprouvé la fuſion	griſâtre	donne beaucoup d'étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du ſel amer Nitre cubique	3 parties 2 parties 2 parties 2 parties	maſſe fort polie, qui avoit éprouvé une parfaite fuſion	noire	donne beaucoup d'étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du ſel amer Nitre cubique	4 parties 1 partie 1 partie 4 parties	verre	jaune foncé	donne des étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du ſel amer Nitre cubique	3 parties 1 partie 1 partie 8 parties	verre dont la ſurface avoit peu de poli	jaune	donne des étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du ſel amer Nitre cubique	3 parties 2 parties 2 parties 8 parties	maſſe bien polie, qui avoit éprouvé une parfaite fuſion	blanche	donne des étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du ſel amer Nitre cubique	4 parties 1 partie 1 partie 8 parties	maſſe qui avoit peu de poli, mais qui avoit éprouvé une parfaite fuſion	jaune griſâtre	donne des étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du ſel amer Nitre cubique	1 partie 1 partie 3 parties 8 parties	maſſe qui avoit beaucoup de poli; elle avoit éprouvé une parfaite fuſion	noire	donne des étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du ſel amer Nitre cubique	2 parties 2 parties 3 parties 8 parties	maſſe poreuſe, qui avoit peu de poli	noire	donne beaucoup d'étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du ſel amer Nitre cubique	1 partie 3 parties 1 partie 8 parties	maſſe bien polie, qui avoit éprouvé une parfaite fuſion	noire	donne des étincelles avec l'acier.

Mélange	proportion	résultat	couleur	dureté.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Nitre cubique	2 parties 3 parties 2 parties 8 parties	masse bien polie demi-transparente	jaune foncé	donne des étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Nitre cubique	1 partie 4 parties 1 partie 8 parties	masse poreuse, qui avoit éprouvé la fusion	grise	donne des étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Sel commun	1 partie 1 partie 3 parties 1 partie	masse qui n'avoit que peu de poli; sa surface étoit cristallisée	grise	donne beaucoup d'étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Sel commun	1 partie 1 partie 3 parties 2 parties	masse demi-transparente	jaune foncé	donne beaucoup d'étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Sel commun	2 parties 2 parties 3 parties 2 parties	masse poreuse, qui avoit éprouvé la fusion; elle étoit cristallisée à la surface & dans la fraction	grise	donne des étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Sel commun	1 partie 1 partie 4 parties 4 parties	masse cristallisée, opaque vers le centre, transparente aux bords	jaune	donne beaucoup d'étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Sel commun	1 partie 3 parties 1 partie 1 partie	masse peu polie, qui avoit éprouvé la fusion; ses parties ne s'étoient pas toutes réunies	grise	donne des étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Sel commun	1 partie 3 parties 1 partie 2 parties	masse poreuse, qui avoit éprouvé la fusion; sa surface avoit peu de poli	grise	donne des étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Sel commun	2 parties 3 parties 2 parties 2 parties	masse vitriforme, dont la surface étoit opaque & cristallisée	jaune	donne beaucoup d'étincelles avec l'acier.

Mélange	proportion	résultat	couleur	dureté.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du ſel amer Sel commun	3 parties 1 partie 1 partie 1 partie	maſſe demi-tranſparente, fort polie	jaune foncé	donne beaucoup d'étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du ſel amer Sel commun	3 parties 1 partie 1 partie 2 parties	verre	jaune foncé	donne des étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du ſel amer Sel commun	3 parties 2 parties 2 parties 2 parties	maſſe poreuſe, criſtalliſée, qui avoit percé le creuſet	griſe	donne des étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du ſel amer Sel commun	4 parties 1 partie 1 partie 4 parties	maſſe vitriforme, qui avoit détruit le creuſet	jaune foncé	donne des étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du ſel amer Sel commun	3 parties 1 partie 1 partie 8 parties	ſcorie; le creuſet étoit entierement détruit		
Terre calcaire Terre d'alun Terre du ſel amer Sel commun	3 parties 2 parties 2 parties 8 parties	maſſe vitriforme, qui avoit détruit le creuſet	jaune	donne des étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du ſel amer Sel commun	1 partie 1 partie 3 parties 8 parties	une partie s'étoit changée en une ſcorie réunie avec le creuſet; le reſte n'étoit que redurci	jaunâtre	la ſcorie donna des étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du ſel amer Sel commun	2 parties 3 parties 2 parties 8 parties	maſſe qui avoit éprouvé la fuſion dans quelques endroits; elle étoit tranſparente; une partie du ſel s'étoit réunie à ſa ſurface	jaune	donne des étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du ſel amer Sel commun	1 partie 4 parties 1 partie 8 parties	maſſe qui avoit éprouvé la fuſion; elle étoit compoſée de criſtaux qui avoient peu de poli; une partie du ſel s'étoit réuni à ſa ſurface, ſur laquelle il ſe trouva des criſtaux en aiguille & d'autres qui étoient anguleux	griſâtre	ne donne pas d'étincelles avec l'acier.

Mélange	proportion	résultat	couleur	dureté.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Sel commun régénéré	1 partie 1 partie 3 parties 2 parties	masse non-polie, qui avoit éprouvé une demi-fusion	jaunâtre	ne donne pas d'étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Sel commun régénéré	1 partie 1 partie 3 parties 1 partie	poudre	blanche	
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Sel commun régénéré	2 parties 2 parties 3 parties 2 parties	masse opaque & cristallisée au centre, transparente aux bords	grise	donne beaucoup d'étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Sel commun régénéré	1 partie 1 partie 4 parties 4 parties	masse qui n'avoit pas éprouvé de fusion	jaunâtre	facile à pulvériser entre les doigts.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Sel commun régénéré	3 parties 1 partie 1 partie 2 parties	masse poreuse, qui avoit éprouvé la fusion; dans la fraction l'on découvroit plu- sieurs cristallisations	grise	donne des étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Sel commun régénéré	3 parties 2 parties 2 parties 2 parties	poudre	blanche	
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Sel commun régénéré	4 parties 1 partie 1 partie 4 parties	poudre	grisâtre	
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Sel commun régénéré	3 parties 1 partie 1 partie 8 parties	masse poreuse, qui avoit peu de poli; elle avoit détruit le creuset	grise	ne donne pas d'étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Sel commun régénéré	3 parties 2 parties 2 parties 8 parties	masse dont une partie avoit éprouvé une demi-fusion, & dont l'autre n'étoit que redurcie	grise	facile à briser.

Mélang

Digitized by Google

Mélange	proportion	résultat	couleur	dureté.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Sel commun régénéré	1 partie 1 partie 3 parties 8 parties	masse poreuse, qui avoit éprouvé une demi-fusion; le creuset étoit détruit	grisâtre	donne beaucoup d'étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Sel commun régénéré	2 parties 2 parties 3 parties 8 parties	masse qui n'avoit pas éprouvé de fusion	blanche	facile à pulvériser entre les doigts.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Sel commun régénéré	1 partie 1 partie 4 parties 8 parties	masse qui n'avoit pas éprouvé de fusion	jaunâtre	facile à pulveriser entre les doigts.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Sel ammoniac fixe	2 parties 2 parties 3 parties 2 parties	masse fort polie, qui avoit éprouvé une parfaite fusion	grise foncée presque noire	donne des étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer *Sel ammoniac* fixe	1 partie 4 parties 1 partie 4 parties	masse qui avoit éprouvé une demi-fusion	grise	donne peu d'étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Sel ammoniac fixe	3 parties 1 partie 1 partie 1 partie	poudre	blanche	
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Sel ammoniac fixe	3 parties 2 parties 2 parties 2 parties	masse vitriforme	jaune	donne des étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Sel ammoniac fixe	4 parties 1 partie 1 partie 4 parties	masse poreuse, transparente dans quelques endroits	grisâtre	ne donne pas d'étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Sel ammoniac fixe	2 parties 2 parties 3 parties 8 parties	masse poreuse, qui avoit éprouvé la fusion; elle avoit peu de poli, & étoit cristallisée tant à la surface que dans la fraction	grise	ne donne pas d'étincelles avec l'acier.

Mélange	proportion	résultat	couleur	dureté.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Sel ammoniac fixe	1 partie 3 parties 1 partie 8 parties	masse demi-transparente, fort polie	rouge	donne des étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Sel ammoniac fixe	1 partie 4 parties 1 partie 8 parties	une partie avoit éprouvé une demi-fusion, l'autre étoit restée en poudre	blanche	ne donne pas d'étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Borax	2 parties 2 parties 3 parties 2 parties	verre	jaune	donne peu d'étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Borax	1 partie 3 parties 1 partie 1 partie	masse polie, demi-transparente	jaune grisâtre	donne des étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Borax	1 partie 3 parties 1 partie 2 parties	verre	jaune	donne peu d'étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Borax	2 parties 3 parties 2 parties 2 parties	masse fort polie, demi-transparente	jaune grisâtre	donne peu d'étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Borax	1 partie 4 parties 1 partie 4 parties	verre	jaune	ne donne pas d'étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Borax	3 parties 1 partie 1 partie 1 partie	verre	jaune	donne des étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Borax	3 parties 1 partie 1 partie 2 parties	verre	jaune foncé	ne donne pas d'étincelles avec l'acier.

Digitized by Google

Mélange	proportion	résultat	couleur	dureté.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Borax	3 parties 2 parties 2 parties 2 parties	verre	jaune foncé	donne des étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Borax	4 parties 1 partie 1 partie 4 parties	verre qui avoit pénétré le creuset	jaune foncé	donne des étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Borax	3 parties 1 partie 1 partie 8 parties	verre	blanc	ne donne pas d'étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Borax	4 parties 1 partie 1 partie 8 parties	verre	jaune foncé	ne donne pas d'étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Borax	1 partie 1 partie 3 parties 8 parties	verre	jaune foncé	donne peu d'étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Borax	2 parties 2 parties 3 parties 8 parties	verre	jaune foncé	donne peu d'étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Borax	1 partie 1 partie 4 parties 8 parties	verre qui avoit percé le creuset	jaune foncé	donne des étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Borax	1 partie 3 parties 1 partie 8 parties	verre	blanc	ne donne pas d'étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Borax	2 parties 3 parties 2 parties 8 parties	verre	jaune foncé	ne donne pas d'étincelles avec l'acier.
Terre calcaire Terre d'alun Terre du sel amer Borax	1 partie 4 parties 1 partie 8 parties	verre	blanc	ne donne pas d'étincelles avec l'acier.

Digitized by Google

NOUVEAUX ÉCLAIRCISSEMENS

CONCERNANT

l'ancienne hiſtoire fabuleuſe qui ſe trouve dans Simon Pauli ſur la plante de Norwege qu'on nomme Gramen offifragum Norwegicum Simon Pauli.

PAR M. GLEDITSCH.

Traduit de l'Allemand.

On peut regarder ce Mémoire comme l'introduction à l'hiſtoire d'une nouvelle maladie contagieuſe qui vient de ſe répandre parmi le bétail. Elle s'eſt manifeſtée depuis quelques années dans la Marche Électorale de Brandebourg & le Duché de Magdebourg; & le ſymptôme particulier qui la caractériſe eſt un briſement des os dont elle eſt accompagnée.

Dès longtems, avant la premiere moitié du ſiecle précédent, on avoit découvert une plante dont l'hiſtoire, comme celle de tant d'autres de ces tems-là, & même des ſuivans jusqu'aux nôtres, étoit remplie de particularités fabuleuſes auxquelles on s'en eſt tenu, ſans ſe donner la peine de bien examiner les principales circonſtances qui pouvoient conduire à des déterminations exactes. *Dodonæus* & *Lobelius* connoiſſoient déjà cette plante en 1552 & 1572; le célebre *Cluſius* depuis 1576, *Tabernæmontanus* depuis 1588, *Jean Bauhin* depuis 1591, *Gaſpard Bauhin* depuis 1593, *Moriſon* depuis 1669 & *Tournefort* depuis 1694.

Le Colonel Danois *Reichwein* écrivit en 1687 à *Simon Pauli* une Lettre où il lui parloit de cette prétendue plante *oſſifrage* de Norwege, & lui envoya la plante même deſſéchée, mais ſans fleur. Cet Officier, ſelon tou-

tes les apparences, ignoroit que c'étoit la même plante qui avoit été décrite peu auparavant par le Botaniste auquel il la communiquoit, & qu'il en avoit même joint la Figure à sa description. Qu'il auroit été aisé dès lors d'arriver, comme on l'a fait depuis, à trouver les déterminations du genre & de ses especes, & à détruire toutes les traditions fabuleuses qui la concernoient, & lui attribuoient, sans aucun fondement, des forces, des effets & une maniere d'opérer, dont il s'agissoit d'examiner soigneusement les causes, afin d'arriver à des vérités qui auroient pu tourner à l'avantage de l'économie des bestiaux, tant dans ces contrées septentrionales que dans toutes celles de l'Europe où il y a de hautes montagnes!

Combien de semblables objets, très considérables & du plus grand prix pour l'économie rurale, ne sont pas demeurés dans cette incertitude, depuis qu'on s'attache à l'Histoire naturelle, & ne demanderoient pas des recherches plus exactes? Nous souffrons par là des pertes dont nous ne sommes pas en droit de nous plaindre, parce que nous négligeons de recourir aux principes que pourroit nous fournir la seule science propre à cet effet, & d'employer les moyens & les secours dont elle est la source, nous abandonnant aveuglément au hazard, dont nous ne sommes pas en état de prévoir & de prévenir les dangereux effets, ou d'y remédier lorsqu'ils existent. C'est donc dans ces cas-là qu'il faut joindre à l'inspection locale & aux observations exactes une saine théorie, qui, en dissipant tous les nuages de l'erreur & des préjugés, nous conduise à l'application & à l'explication des faits observés.

Simon Pauli se borna donc, comme nous l'avons déjà dit, à une description imparfaite & remplie de fictions, d'une plante de Norwege qui, dans certains pâturages, est extrèmement nuisible au bétail, la désignant par le nom de *Gramen ossifragum*, quoiqu'il eût pu dès lors la nommer plus convenablement & la décrire plus exactement. Mais il recommanda dans ses Ecrits à ceux qui cultivoient la même science de faire des recherches ultérieures sur cette plante; & en conséquence ils lui rapporterent que le bétail de Norwege qui broutoit cette herbe en avoit les os brisés & les jambes cassées. *Pauli* se fiant là-dessus & ne prenant aucun soin de vérifier ces

faits, appela d'abord la plante en question *Gramen Norwegicum polyrrhizon*; & sur des assurances ultérieures qu'on lui donna de ses effets susdits, il se décida pour le nom de *Gramen ossifragum Norwegicum.* Dans la persuasion où il étoit à cet égard, il imagina une théorie tout à fait singuliere & qui lui est propre, par laquelle il prétendoit rendre les prétendus faits vraisemblables; mais ses idées sont si absurdes & tellement au dessous de toute critique, qu'il seroit superflu d'en faire la moindre mention.

Faute de meilleures notices, ce nom a subsisté jusqu'ici dans les Ouvrages de Botanique, parmi d'autres dénominations beaucoup meilleures, & l'on s'est contenté de renvoyer au témoignage de *Simon Pauli*, qui, s'il avoit été à portée de faire des recherches plus exactes, ne l'auroit sans doute pas conservé. Car d'après tous les caracteres naturels qui s'offrent aux yeux de quiconque regarde cette plante, on ne sauroit la prendre pour une *herbe.* Les Botanistes avoient déjà vu, avant *Simon Pauli*, la nécessité de changer ce nom; & ses contemporains, aussi bien que ceux qui sont venus après lui, ont porté le même jugement.

Dans combien d'erreurs ne tomberoit-on pas, si l'on vouloit s'en tenir aux idées confuses & aux expressions vagues du vulgaire, qui comprend indistinctement sous le nom d'*herbes* tout ce qui croît péle-méle dans les pâturages? Cette dénomination peut bien se rapporter à la bonté & à la salubrité de ces diverses productions; mais il n'y a que les Ouvrages économiques modernes qui puissent fournir à cet égard des directions assurées.

Pour revenir à la plante qui fait l'objet de ce Mémoire, nous avons dit que *Simon Pauli* lui a donné le nom de *Gramen ossifragum. Thomas Bartholin* jugea qu'il étoit nécessaire d'en donner l'idée par une dénomination plus exacte; & il choisit celle d'*Asphodelum paludosum*, s. *Gramen ossifragum innoxium* qu'on trouve dans les *Act. Med. Danic.* Vol. II. Obs. 130. Dans la suite, tant par l'examen de la structure des fleurs que par la comparaison des autres parties de la plante avec les herbes, il a paru qu'elle appartenoit à l'ordre naturel des Plantes liliacées; & tous les Botanistes ont adopté cette idée.

M. de Linné a placé cette plante avec quelques eſpeces des *Aſphodeles*, des *Phalangii*, & des *Pſeudo-Aſphodeles* des Botaniſtes précédens, en déterminant plus exactement quelques circonſtances relatives à la fleur & au fruit, ſous le genre *Anthericum;* & voici les deſcriptions qu'il en a fournies aux Connoiſſeurs dans ſes *Gen. Plant.* Éd. VI. p. 167. N°. 422, & dans ſes *Spec. Plant.* Édit. II. Tom. 2. p. 447, N°. 13.

ANTHERICUM (*oſſifragum*) *foliis enſiformibus, filamentis lanatis.* Linn. Sp. Pl. 2. p. 446. *Anthericum* ſcapo folioſo, laxe ſpicato, filamentis villoſis, Flor. Lapon. 136. *Anthericum* filamentis glabris. *Haller.* Hiſt. ſtirp. Helvet. II. N°. 1205. p. 99.

Aſphodelus luteus paluſtris S. VII. Tabern. Hiſt. Lib. III. cap. 7. Aſphodelus luteus, folio Acori paluſtris, anglicus. Lob. Icon. 47. Tab. 126. p. 192.

Pſeudo-Aſphodelus I. II. Cluſ. Pannon. 262. Hiſt. 189. cum fig. bon. Pſeudo-aſphodelus paluſtris anglicus. C. Bauhin. Pin. 29. & paluſtris alpinus ſcoticus, N°. 9, & alpinus, N°. 10. vid. Theatr. 152. & Cont. Baſil. 18. Pſeudo-Aſphodelus pumilio. Moriſon. Hiſt. Oxon. p. 233. Pſeudo-Aſphodelus, luteus, Acori folio, paluſtris vulgaris noſtras. Raji Hiſt. 119. cum varietate minore.

Phalangium paluſtre, Iridis folio. Joun. Inſt. 368. & Scoticum ejusd. vid. Scheuchzer It. II. p. 139.

Narthecium V. Gorter, flor. Belg. p. 70. Gerhard, flor. Gall. Provinc. p. 149. Narthecium Moehring. Ephem. Nat. Cur. 1742. p. 389. Tab. V. fig. 1. Wachtend. Ultraject. p. 303.

Beengras. Knochenbruchgras. Sturrgras. Geelwaſſer-asfodele, oder Asfodillen-Wurtz. Maeglein Blumen.

Cette plante croît communément dans les marais, même dans ceux qui ſont un peu deſſéchés, pierreux, dont le fond eſt froid & recouvert de mouſſe, auſſi bien que dans les terroirs ſtériles ſitués à l'ombre, ſur les éminences garnies de mouſſe, auſſi bien que dans les prairies baſſes & humides autour des eaux croupiſſantes. On en rencontre auſſi entre les collines à l'ombre, qui ſont revêtues de petits buiſſons iſolés, de mouſſe, ou d'une

herbe courte, dure & déliée. Il y a des endroits où elle croît de meilleure heure; ce font ceux où l'humidité regne continuellement, qui ne produifent de l'herbe que fort tard, & qui ont un fond qu'on appelle fauvage; dans les Alpes inférieures, fur les collines mitoyennes, furtout des côtés Nord & Nord-Eft.

Suivant les récits hiftoriques, cette plante vient en Sibérie, en Laponie, en Norwege, en Danemarc, en Suede, en Ruffie, en Pologne, dans la Pruffe tant Orientale qu'Occidentale, dans plufieurs contrées de la Suiffe, du Tyrol, fur les montagnes de l'Autriche, de la Stirie, de la Hongrie & autres, comme auffi dans les terroirs analogues d'Italie. Autrefois elle n'étoit pas rare dans la Marche électorale de Brandebourg; on la trouvoit tous les ans dans les prairies de Berlin & de Fridrichsfelde; mais elle a ceffé d'y croître, auffi bien qu'en divers lieux, depuis qu'on a defféché les bas fonds, froids, humides & marécageux, en faifant écouler leurs eaux dans des foffés. Dans d'autres terroirs fusdits, la figure, la grandeur & la couleur de la plante ont fouffert des changemens, qui donnent lieu de ne pas s'étonner de ce que les Botaniftes de différens pays en ont déduit trois ou quatre efpeces, au delà de celles que la Nature produit.

Nous indiquerons à cette occafion en peu de mots le 13^{me} genre, nommé par Linné *Anthericum calyculatum*, dont M. Gmelin a donné une courte defcription tirée des Mémoires de Steller dans fa Flor. Sibir. I. p. 73. Tab. 18. Fig. 2. fous le nom d'*Anthericum foliis enfiformibus*, *perianthiis trilobis*, *filamentis glabris*. Cette plante étoit encore alors regardée comme une véritable efpece naturelle, tout à fait différente des fusnommées. Quoique je n'aye pas deffein de propofer ici dans toute leur étendue mes doutes contre cette opinion, je crois pourtant devoir dire que je poffede dans mon Herbier de Plantes feches, quelques pieces que je conferve avec d'autres comme un préfent du grand Haller, qui les avoit tirées du *Vetliberg*. Or ces plantes offrent plufieurs caracteres manifeftes, qui obligent tout Botanifte expert à les regarder comme des variétés monftrueufes, plutôt que comme une efpece particuliere de l'*Anthericum offifragum*. J'ai pareillement fous les yeux plufieurs plantes monftrueufes de l'*Antirrhinum*

Li-

Digitized by Google

Linaria, de l'*Élatine*, de la *Scrophularia nodosa*, de la *Lysimachie* vulgaire, de l'*Aquilégie*, & de l'*Anagallite*.

L'*Anthericum ossifragum* Linn. qui, à l'entrée du Printems, croît dans des terroirs où les meilleures especes d'herbes, tendres, succulentes & douces, germent à peine, pousse dans le gazon court une racine noueuse, blanche & forte, qui jette tout autour d'elle une quantité considérable de fibres & de filamens blancs & déliés; en été elle s'étend encore davantage, & pousse des rejetons qui, comme ceux de quelques autres herbes, font des tiges à part, & produisent des racines.

Au commencement de Juin la plante prend la forme d'un fort buisson, garni de feuilles roides & redressées, dont celles d'enhaut sont courtes & fortes, & celles du milieu beaucoup plus longues, sans aller cependant jamais au delà de la longueur d'un doigt. Elles n'ont toutes qu'environ deux lignes de largeur. Elles sont, comme les herbes & plusieurs especes de lis, sans queues, se réunissant ensemble & s'enveloppant réciproquement par leurs extrémités, en forme de fourreaux. Une considération superficielle de ces plantes a pu occasionner la premiere & fausse dénomination que leur ont donnée des gens peu versés dans la Botanique.

Dans les bons terroirs la couleur des feuilles & de la tige est d'un beau verd & luisante; mais à mesure que la plante vieillit & se desseche, elle pâlit & jaunit. Quand ces feuilles sont dans leur force & leur roideur, elles sont rayées comme celles du *Glaïeul*, & ressemblent quant au reste à celles du *Carix aculeatus*.

Au milieu de Juillet, on voit ordinairement sortir des bouquets épais de feuilles divers rejetons sans feuilles & de longues tiges avec des feuilles dont à la façon des herbes elles sont garnies depuis le bas jusques vers le milieu. Quand cela cesse, ces tiges se revêtent alternativement de petites & courtes pointes, qui s'étendent jusqu'enhaut au dessous de la pointe des fleurs, & qu'on trouve entre les diverses tiges des fleurs.

La pointe des fleurs d'un verd jaunâtre, couleur de cire, ou du moins fort pâle, devient quelquefois presque blanchâtre, & tantôt elle est courte, ronde & serrée, & tantôt plus longue, plus lâche & plus déliée. La fleur

s'épanouit pendant l'autre moitié du mois jusqu'à l'entrée du suivant. Ces fleurs, au moins la plûpart, s'ouvrent tantôt plus, tantôt moins, & sont en forme d'étoile, plus grande ou plus petite. Leur structure est conforme à la description qu'en a donnée M. *de Linné*, qui a fait en même tems diverses remarques relatives à la forme des capsules & des petites semences polies & rondes qui y sont renfermées; ce qu'il range parmi les caracteres génériques de l'*Anthericum*. Les semences existent chez nous au commencement d'Août. On peut chercher les descriptions exactes, mais courtes, de notre plante dans *Clusius*, *Casp. Bauhin*, *Moehring* & *Haller*.

Quant à son odeur, je n'y en ai point remarqué de sensible, si ce n'est lorsqu'on jette dans l'eau bouillante les feuilles, tiges, & racines desséchées & dures; alors il s'en exhale une odeur balsamique, comme celle du miel ou de la cire, mais fort foible. Je n'ai pas eu occasion d'y découvrir des parties constituantes volatiles; il faudroit qu'il existât dans la plante fraîche quelques traces d'une acidité qui n'est plus sensible dans la plante seche.

Le goût des feuilles & des tiges seches qui a de l'amertume & quelque âcreté dans la plante verte & fraîche, en conserve quelque chose après l'infusion de la plante seche dans l'eau bouillante, mais fort foiblement; cette liqueur cause seulement une légere contraction dans la bouche, qui la desseche, mais sans âcreté. Cette infusion est fort claire, & quand on l'a bien soûlée, sa couleur est d'un jaune de safran. Il est probable que l'esprit de vin la rendroit plus foncée. Cette couleur confirme la tradition sur l'ancien usage de cette plante, dont les jeunes personnes du sexe employoient autrefois en Angleterre la décoction dans l'eau pour rendre leurs cheveux d'un beau jaune. Une question à examiner séparément, c'est si cette plante peut être comptée parmi celles qui servent à la teinture, comme la racine de la garance & quantité d'autres analogues, & si elle auroit la force de colorer les os des jeunes animaux qui s'en nourriroient, ou d'y causer quelque autre changement sensible.

De là on passeroit à rechercher si le jeune bétail qui broute cette herbe pendant la courte durée du Printems, pourroit en être affecté de maniere que cela amollisse ses os, ou les rende cassans; ou plutôt s'il ne survient

point quelque maladie à laquelle il faut attribuer ces effets. Cela peut auſſi venir de quelque cauſe extérieure, ſoit qu'elle ait de la liaiſon avec les précédentes, ou n'en ait point. Rien n'eſt plus néceſſaire que d'obſerver attentivement certains accidens, rares à la vérité, mais qui tiennent pourtant aux cauſes naturelles, & qui, ſans qu'on s'en apperçoive, ſe manifeſtent dans certains beſtiaux qui paiſſent avec le reſte du troupeau dans le même pâturage. Mais ce qui n'eſt pas moins eſſentiel, c'eſt de démêler, parmi le grand nombre de cauſes plus ou moins vraiſemblables de ces accidens, celles qu'on doit raiſonnablement préférer. On ne ſauroit y parvenir que par de longues & judicieuſes obſervations, qui, étant ſubordonnées à une ſaine théorie, peuvent ſeules conduire à la vérité.

Thomas Bartholin, dans les Act. Haff. Vol. II. Obſerv. 130, *Jean Fréderic Marchalck*, ibid. p. 232, *Jean Treubler*, le Docteur *Moehring*, dans les *Ephem. Nat. Cur.* de 1742. p. 383, *Pontoppidan*, dans ſon Hiſt. Natur. de Norwege & de Danemarc, & M. *de Haller*, dans ſon Hiſt. ſtirp. Helvet. emploient le raiſonnement & l'expérience pour combattre l'ancienne tradition de Norwege ſur les dangereux effets du *Gramen oſſifragum;* mais ils s'y prennent différemment. *Haller* dit que les mauvais effets qu'on attribue en Norwege à cette plante, qui eſt connue depuis longtems, ne prouvent pas qu'en Suiſſe où elle n'eſt pas rare elle ſoit nuiſible. On peut lire avec fruit les autres Auteurs que j'ai cités, & voir quels ſont les principes ſur leſquels ils fondent leurs opinions, qui ſont pour la plupart ſupérieures à de ſimples conjectures.

Simon Pauli, dans ſon *Botanicon quadripartitum*, Ouvrage qui ſe reſſent du tems où il a été compoſé, dit que la plante dont il avoit donné une courte deſcription, après le préſent qu'il reçut de Norwege ſans la fleur, & qu'il met au nombre des herbes, ne pouvoit être rapportée à aucune claſſe des plantes connues, mais qu'*elle étoit extraordinairement nuiſible dans toute ſa ſubſtance aux bêtes à corne.* Il ſe peut que les bêtes qui en avoient brouté, ſe reſſentiſſent de ſa trop grande force, & que cela les eût amaigries & affoiblies, de ſorte qu'elles pouvoient à peine faire un pas. C'eſt ce qui le mettoit en droit, à ce qu'il croyoit, de lui donner la dénomination qu'il avoit employée.

La premiere occaſion, comme nous l'avons dit d'entrée, fut fournie par la Lettre que le Colonel Danois, *George Reichwein*, écrivit à *Simon Pauli*, de Chriſtiania en Norwege, le 24 Août 1666; avec l'envoi de la plante, il lui marquoit qu'elle croiſſoit dans l'intérieur de la Norwege, & que, comme dans nos contrées, elle paroiſſoit dès l'entrée du Printems, avant toute autre herbe: ajoutant qu'elle étoit ſi nuiſible aux beſtiaux, que leurs os en étoient tout ramollis, ou devenoient caſſans comme un bâton. Cependant ils n'en mouroient pas d'abord, & même on pouvoit les guérir en leur faiſant prendre de la poudre d'os pilés, pour laquelle on ſe ſervoit des os du bétail qui étoit mort de cette maladie, les gens de la campagne ayant toujours proviſion de cette poudre pour l'employer à cet uſage.

D'autres relations de Norwege portoient que quand une bête à corne avoit brouté de cette herbe, ſes os ſe briſoient, ou devenoient ſi mous qu'elle ne tardoit pas à périr, à moins que la poudre ſusdite ne la ſauvât.

Cependant *Marchalck*, dans les *Act. Haſſn.* contredit le remede & la cure en queſtion, aſſurant n'en avoir jamais entendu parler. Il convient auſſi qu'il n'y a rien de certain dans tout ce qu'on dit de cette maladie, de ſes cauſes & de ſes ſymptômes. Enfin il n'avoit point ouï dire que cette herbe fût nuiſible à aucune autre eſpece de bétail.

Jean Treubler révoque en doute tout l'expoſé de *Simon Pauli*, ayant lui-même recherché & obſervé cette plante dans les terres marécageuſes où elle croît naturellement, & l'ayant trouvée en grande quantité autour des villages de ces contrées.

A préſent une circonſtance qu'il ne faut pas négliger d'obſerver, c'eſt que le prétendu *Gramen oſſifragum* paroît avec un petit nombre de chétives eſpeces d'herbe à l'entrée du Printems, au milieu ou vers la fin du mois de Mai, & jusqu'au commencement, dans les prairies baſſes, humides & froides, qui ſont encore nues. Cette plante fraîche eſt petite en comparaiſon des autres; elle ne dure pas longtems, elle eſt diſperſée & perd bientôt ſa force, avant que l'on chaſſe au pâturage les bêtes à corne, ſuivant l'uſage de l'économie champêtre. Car dans cette ſaiſon les prairies ſont remplies d'une abondance de plantes & d'herbes de toute eſpece, meilleures ou

moindres les unes que les autres, dont le bétail peut amplement se nourrir & se rassasier; au cas qu'on ne le tînt pas encore quelque tems dans les étables, pour lui donner de meilleur fourrage.

Il peut cependant arriver que le bétail affamé de verdure broute dans la premiere saison l'herbe verte & succulente de la plante en question, & qu'elle en trouve en assez grande quantité, comme il broute aussi les jeunes feuilles & boutons d'autres plantes âcres qui poussent vers le même tems. Il ne seroit pas surprenant qu'il fût alors sujet à plus d'accidens fâcheux que de coutume, qu'il devînt foible & caduc; & c'est en effet ce que causent plusieurs plantes du printems au grand dommage des troupeaux, quand on les fait aller parmi des buissons, où la chaleur du Soleil a fait pousser trop tôt ces plantes nuisibles, sans qu'il y en ait encore suffisamment d'autres propres à empêcher ou à diminuer leurs effets.

Mais aussitôt que des plantes ou herbes fines, tendres, succulentes, douces & balsamiques paroissent, le bétail ne s'approche plus de celles qui sont devenues dures, coriaces & sans goût, telles que le *Gramen ossifragum*, & diverses autres plantes hâtives: & cette aversion du bétail augmente, quand à cette dureté se joint quelque mauvaise odeur, ou quelque mauvais goût; il faudroit qu'il n'y en eût absolument point d'autres pour qu'elles fussent broutées. Le cas a quelquefois lieu quand on fait passer le bétail affamé d'un pâturage à un autre; il se jette d'abord sur ce qu'il trouve, & dévore à son grand dommage quantité de plantes qu'il ne sauroit digérer, ou qui sont trop marécageuses.

Comme il s'agit proprement ici des effets de la plante de Norwege, on s'imagine, parce que le bétail devient quelquefois d'une si grande maigreur que l'épine du dos perce, que cette épine est brisée; & comme les bêtes attaquées de ce mal sont foibles & ont beaucoup de peine à se soutenir, on attribue ces symptômes à la même cause, c'est à dire, à l'herbe en question.

On rencontre à peu près les mêmes circonstances ou du moins de fort approchantes dans notre bétail, & surtout dans les jeunes veaux qui prennent leur crû dans des endroits où abondent toutes sortes de fleurs & de plantes salutaires, sans qu'on y ait jamais apperçu une seule tige de *Gramen*

Digitized by Google

offifragum. Le défaut de plantes & d'herbes affez tendres pour ces jeunes animaux, malgré la quantité des autres, fuffit pour les rendre maigres & foibles; ils traînent les jambes & ne fauroient avancer.

On eft affuré par les relations les plus récentes de l'année derniere & de celle-ci, que le fracture des os peut être une fuite de la trop grande dépravation des humeurs, & qu'elle a effectivement lieu avec des fymptômes plus ou moins confidérables, dans la Marche électorale de Brandebourg & aux environs, parmi les bêtes à cornes tant jeunes que vieilles, dans des lieux où il ne croît point de *Gramen offifragum.* Ces accidens arrivent principalement dans les terroirs nouvellement défrichés, & qui n'ont pas encore été fuffifamment préparés; les pâturages y font fort maigres & dénués des meilleures efpeces d'herbes; ou s'il s'y en trouve, elles viennent foiblement & en petite quantité. De pareils terroirs ont été des centaines d'années fous des eaux croupiffantes, & leur fonds vifqueux eft mêlé de débris de coquilles & d'autres matieres qui ne fauroient contribuer à la végétation.

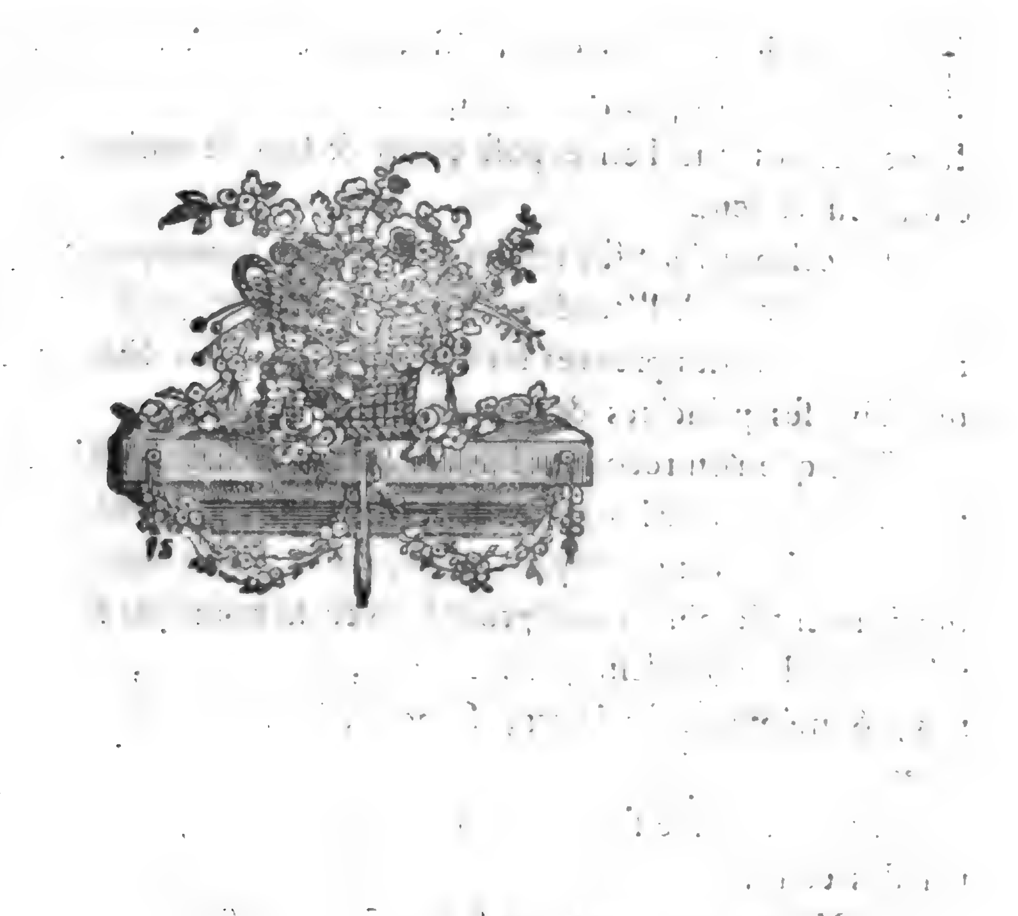
Comme il vient de fe manifefter dans notre pays une maladie particuliere, qui avoit été jufqu'à préfent tout à fait inconnue, & dont le brifement des os eft un fymptôme; on a commencé à faire des obfervations exactes, tant fur le bétail encore en vie, que fur les os brifés ou amollis des animaux tués, & l'on s'apperçoit que c'eft une maladie propre aux os, qui vient de la mauvaife nourriture & de la dépravation des humeurs.

Quand on conviendroit que la plante de Norwege fe feroit quelquefois rencontrée au Printems dans nos pâturages, le bétail n'auroit pu en brouter qu'une quinzaine de jours, pendant lefquels il auroit eu dans les étables de bon fourrage, dont la proportion l'emporte de beaucoup fur le peu d'herbes que la campagne fournit alors. Après cela il broute pendant trois ou quatre mois dans les mêmes pâturages toutes les fortes d'herbes & de plantes qu'ils produifent. Qu'on juge fi la plante en queftion, dans le cas même de fon exiftence, ne doit pas être pleinement déchargée de toute accufation.

Mais comme la bonté des pâturages va du plus bas degré au plus élevé, il y en a quelquefois qui ne produifent que des plantes fi chétives & fi peu

Digitized by Google

nourrissantes, sans un mélange suffisant d'autres meilleures, que le bétail souffre de la faim, ou est obligé de se mal nourrir pendant quelques mois. A la fin sa constitution s'altere, & les organes de la digestion s'affoiblissant de plus en plus, tous les sucs nourriciers se corrompent; ce qui a principalement lieu dans le jeune bétail qui croît à force, & dont les os n'ont pas encore toute leur consistance. C'est en rassemblant toutes ces circonstances que je me propose de donner bientôt dans un autre Mémoire l'histoire de cette maladie des os, & d'expliquer les causes de leur brisement. Les lecteurs intelligens pourront les deviner d'avance d'après ce que nous avons dit, & ils n'ajouteront plus aucune foi à la tradition fabuleuse des prétendus effets prodigieux d'une seule plante qu'on a crue nuisible sans aucun fondement.



MÉMOIRE
ſur le rapport qu'il y a entre les Terres & les Pierres expoſées au feu de fuſion, dans des creuſets de matieres différentes.

PAR M. GERHARD.

Traduit de l'Allemand.

Depuis longtems les Chimiſtes travaillent à déterminer d'une maniere exacte les phénomenes qui réſultent des différentes eſpeces de terres & de pierres que l'on expoſe pures & ſans le moindre mélange à l'action d'un feu violent.

Le célebre *Pott* fut un des premiers qui entreprit cet ouvrage; ſes ſuccès répondirent à l'étendue des connoiſſances qu'il poſſédoit en Chimie; nous en avons des preuves bien ſignalées, & Mrs. *Cramer*, *Gellert* & *Poerner* ont ſuivi ſes principes & ſa méthode.

Dès que l'on reconnut l'utilité de ces eſſais, les Minéralogiſtes s'en ſervirent pour ranger les terres & les pierres. Les Métallurgiſtes apprirent à connoître les agents les plus propres à la fuſion des minéraux & de celles qui donnent le plus grand produit avec le moins de fraix; & beaucoup de fabriques de porcelaine, de faïence, de creuſets, de briques & de verreries, & même de fonderies, ſe perfectionnerent & en retirerent des avantages réels.

Tout ſe fonde ſur trois points très ſimples, & que l'on peut prouver par des eſſais.

1°. Il y a des pierres qui ſe vitrifient ou ſe fondent d'elles-mêmes ſans agents; on les nomme *fuſibles*.

2°. Il

Digitized by Google

2°. Il y en a d'autres qui résistent entierement à l'action du feu; on donne à celles-ci le nom de pierres *apyrées.*

3°. Quand on méle deux ou trois especes de pierres apyrées, il arrive fort souvent que ce mélange se vitrifie ou se fond très aisément, même à un feu foible.

Malgré cela, si l'on compare différents essais sur la même terre ou pierre que des Chimistes ont faits, on trouvera souvent que l'un range une espece parmi les pierres fusibles, qu'un autre met au rang des apyrées.

On auroit tort de les accuser d'inattention dans leurs essais; il y en a des raisons que nous exposerons dans les points suivants.

1) On sait que les Minéralogistes, induits par la forme extérieure des minéraux, ont donné souvent le même nom à des pierres très différentes dans leurs principes & dans leur nature.

Le nom de *spath* en fournit un exemple. On le donne soit aux pierres calcaires, soit aux pierres gypseuses, même aux pierres grasses, à l'espece du *spath fluor.* Or si un Chimiste travaille sur le spath calcaire & un autre sur le spath gypseux, on ne doit pas être étonné que les résultats de leurs expériences soient différents. La fameuse dispute entre Mrs. *Pott* & *de Justi,* sur le rapport du spath dans le feu, en fournit un exemple frappant.

2) Il arrive aussi souvent que les pierres contiennent des principes étrangers qui changent entierement leur rapport au feu. Un seul exemple suffira pour prouver cette assertion.

Prenons le genre de l'*argile* ou *terre glaise;* on y trouve l'argile ou terre de porcelaine, l'argile ou terre de pipes, l'argile ou terre de faïence, l'argile ou terre de pôts, l'argile ou terre de briques; si on les expose à un même degré de feu, l'on trouvera que quelques-unes résistent entierement au feu, tandis que d'autres se fondent; & ce n'est qu'après un examen exact de leurs principes, que les *argiles pures* résistent au feu, lorsque les autres, mélées avec des parties *calcaires* ou *ferrugineuses,* fondent & se vitrifient facilement.

Ces parties étrangeres proviennent du lieu natal des pierres; il n'est donc pas surprenant que deux Chimistes exposent la même espece de pierres,

mais tirée de divers endroits, au même degré de feu, qu'ils obtiennent des résultats très différents de ces différentes especes.

3) La différence dans les essais peut aussi dépendre du *degré de feu* qu'on y emploie.

Les Physiciens & les Chimistes, malgré tous leurs efforts, n'ont pas encore réussi à trouver un pyrometre à l'aide duquel on puisse déterminer le degré de la chaleur du feu au dessus de celui du mercure bouillant. La structure des fourneaux, la nature du bois ou des charbons, la situation du laboratoire, l'action de l'air, &c. different trop, pour qu'on puisse déterminer exactement le degré de chaleur dont on s'est servi pour tel ou tel essai.

Il est donc naturel que si un Chimiste donne un feu plus violent que l'autre pour le même essai, les résultats ne soient pas les mêmes, & cela différera d'autant plus que les pierres fusibles entr'elles n'ont pas le même degré de fusibilité.

4) J'admets même que les fourneaux, que les matériaux, que la situation du laboratoire, que l'action de l'air, que tout enfin soit égal; malgré tout cela, dis-je, la position seule des creusets dans les fourneaux peut déjà faire varier tous les produits.

Chaque fourneau a son point de plus grande chaleur. Par une infinité d'observations & d'expériences je me suis convaincu que dans des fourneaux cylindriques ce point se trouve à deux tiers de sa hauteur de la grille, & dans des fourneaux qui ont la figure d'un cone tronqué & renversé de maniere qu'il s'élargit vers la grille & se rétrécit vers l'embouchure, ce foyer se trouve aux trois quarts de la même dimension.

Il est donc évident que si l'on néglige un de ces points, les essais seront toujours faux.

5) La nature des creusets dans lesquels on fait les essais, peut aussi les faire varier. Les creusets ordinaires sont faits de terres grasses, qui étant mêlées avec d'autres especes de pierres, les rendent ou réfractaires, ou fusibles; il est donc fort naturel que cela influe sur les matieres qu'on expose au feu.

M. *Pott* eſt le premier qui ait fait cette obſervation, & il eſt étonnant qu'il n'en ait pas profité. Ayant trouvé qu'un mélange de craie & de ſpath fuſible rongeoit toujours les creuſets ordinaires, il mit ce mélange dans un creuſet noir dans lequel il entre de l'infuſible molybdene, & il n'y eut point de fuſion.

La même choſe arrive à l'égard des pierres calcaires. Si on les met dans des creuſets d'une argile pure, elles fondent aux points où elles touchent les parois des creuſets, au lieu qu'elles réſiſtent entierement à la fuſion quand elles ſe trouvent dans des creuſets de craie, ou de charbons.

Tout ce que je viens de dire prouve combien il eſt difficile de faire des eſſais lithogéognoſiques bien conformes les uns aux autres; mais en y réfléchiſſant on découvriroit peut-être des moyens d'éviter ces difficultés.

Il eſt inutile d'abord de remarquer qu'il faut être connoiſſeur des minéraux pour ſe déterminer ſur le corps qu'on veut eſſayer.

Enſuite il faut examiner ſoigneuſement ce corps, pour voir s'il ne contient pas des principes hétérogenes, qui puiſſent être changés par le feu; & par cette raiſon il eſt même bon de ſe ſervir pour les eſſais de morceaux de différents endroits.

Quant à ce qui regarde la détermination exacte du degré de feu qu'on doit employer, il me ſemble qu'il n'eſt pas ſi difficile de ſubſtituer au pyrometre méchanique, qui manque encore, un pyrometre chimique.

On ſait que le fer forgé eſt extremement difficile à fondre; qu'on mette un morceau de ce fer dans un fourneau à vent, en obſervant le tems qu'il lui faut pour entrer en fuſion, & on aura par ce moyen un pyrometre chimique, qui indiquera à un autre Chimiſte le vrai degré du feu qu'on doit employer pour un eſſai quelconque, ſurtout quand on ne néglige pas de mettre les creuſets dans le vrai point de feu du fourneau.

On pourroit admettre des degrés de feu plus forts; mais comme il s'agit d'appliquer les eſſais à la fonte des métaux, & que parmi ceux-ci la fonte du fer battu exige le feu le plus fort, on peut s'en tenir à celui-ci.

Mais il faut principalement chercher des creuſets dont la compoſition ne puiſſe point produire d'altération dans le corps qu'on veut eſſayer. Jus-

Digitized by Google

qu'à présent je ne connois pas de matiere qui y soit plus propre que les charbons de bois: car si on les expose dans un vase fermé à l'action du feu le plus violent, ils restent inaltérables, & leurs principes salins, terrestres & inflammables, sont si étroitement liés, qu'ils ne peuvent point produire de changement dans les corps qui s'y trouvent.

Outre la justesse des essais qu'on obtient par ce moyen, il offre encore un autre avantage très important. La nature réfractaire ou fusible est un objet très essentiel pour la fusion des mines; de là dépend la pureté aussi bien que la quantité du produit qu'on en veut tirer. Or cette fusion se fait au milieu des charbons; il est donc fort naturel que le rapport au feu, que les pierres montrent dans les creusets de charbons, ait la plus grande analogie à la fonte en grand; par conséquent ces essais ont d'autant plus d'utilité pour les fondeurs.

C'est d'après ces principes que j'ai passé à l'examen des différentes especes de pierres qu'on a découvertes jusqu'à présent, & voici la méthode dont je me suis servi pour tous les essais suivants.

Pour chaque espece des pierres j'ai choisi trois creusets d'argile pure, tous de la même grandeur. Je les ai remplis de charbons de bois pulvérisés, jusqu'à la hauteur requise, dans mes fourneaux cylindriques, de sorte que les petits creusets qui se trouvoient dans les grands, étoient justement placés au vrai point de feu du fourneau. Sur cette poudre de charbons j'ai placé dans chaque grand creuset de petits creusets, l'un de terre glaise, le second de craie, le troisieme de charbons. Ayant couvert les grands creusets d'un couvercle de charbons, enveloppés d'une terre glaise apyrée & mêlée avec deux parties de poudre de charbons, je les ai placés tous trois à la fois dans le fourneau, & j'ai observé le moment où la chaleur étoit assez forte pour qu'un morceau de fer forgé parvint à la chaleur blanche. Dès ce moment j'ai continué le feu pendant une heure, tems requis dans mes fourneaux pour fondre le fer forgé; après quoi j'ai retiré mes creusets.

La Table suivante indique le résultat de tous ces essais.

Noms des pierres.	Résultats des expériences dans un creuset d'argile.	Résultats des expériences dans un creuset de craie.	Résultats des expériences dans un creuset de charbons.
1) Quarzum informe. Quarz von unbestimmter Figur. Quarzum fragile. Quarzum pingue. Quarzum cristallinum. *Waller*: Quarz cassant. Quarz gras. Quarz transparent *de Bomare*. La premiere espece étoit de *Flensbourg*, la seconde de *Dittmansdorf*, la troisieme de *Schreiberhau* en *Silésie*.	Aucune de ces trois especes ne se fond; mais elles perdent entierement leur transparence, & deviennent opaques, couleur de lait, & friables.	La couleur, la transparence & la cohésion varient comme dans l'essai précédent; mais partout où les morceaux ont touché les parois du creuset, ils se sont vitrifiés en un verre demi-transparent.	On obtint les mêmes phénomenes que dans le creuset de terre glaise.
2) Quarzum lamellosum Blätter Quarz. Quarz feuilleté de *Bomare*, de *Freiberg* en *Saxe*.	Même résultat.	Même résultat, quoique la fusion fût moindre.	Même résultat.
3) Quarzum cristallisatum hexaëdrum. Sechseckigter Quarz-Cristall. Quarzum cristallus montana. *Waller*: Cristal de roche *de Bomare*, de *Prieborn* en *Silésie*.	Même résultat.	Même résultat que dans la premiere expérience.	Même résultat.
4) Quarzum cristallis aggregatis. Stänglicher Quarz. De *Rabischau* en *Silésie*.	Même résultat.	Même résultat.	Même résultat.
5) Silex continuus pyromachus. Feuerstein. Silex igniarius. *Waller*: Pierre à fusil de *Bomare*, des environs de *Berlin*.	Elle devint opaque & d'un blanc couleur de lait, sans indice de fusion.	La fusion commença partout où le creuset de craie avoit touché le creuset.	Même résultat.
6) Silex continuus chalcedonius. Chalcedon. Agathes chalcedonius. *Waller*: Chalcédoine de *Bomare*, de *Bunzlau* en *Silésie*.	Même résultat.	Comme le précédent, mais un moindre degré de fusion.	Même résultat.

Noms des pierres.	Résultats des expériences dans un creuset d'argile.	Résultats des expériences dans un creuset de craie.	Résultats des expériences dans un creuset de charbons.
7) La même pierre d'*Islande* dans une matrice volcanique.	Même résultat.	Même résultat.	Même résultat.
8) Silex continuus carneolus. Carniol. Agathes carneolus. *Waller*: Cornaline de *Bomare*, de *Freyberg*.	Elle ne se fondoit pas, mais sa couleur rouge se changea en couleur de cendre très pâle, s'amollit & perdit de sa demi-transparence.	Comme dans le creuset d'argile.	Comme dans le creuset d'argile.
9) Silex continuus. Achates. Agat. Achates. *Waller*: Agate ordinaire de *Bomare*, de *Landshut* en *Silésie*.	Résultat semblable au précédent; mais sa couleur brune se changea en couleur cendrée très pâle.	L'altération dans la couleur fut la même; quand il y eut adhérence au creuset, elle se fondit foiblement.	Comme dans le creuset d'argile.
10) Silex Onyx. Onyr. Achates Onyx. *Waller*: Onyx de *Bomare*, de *Waldenburg* en *Silésie*.	Comme le précédent. La couleur naturelle de ce morceau étoit d'un rouge très pâle avec des raies rouges foncées. Le corps de la pierre devint blanc & les raies couleur de cendre très pâle.	Résultat semblable au précédent, & quant à la fusion & au changement de la couleur, ils furent les mêmes que dans le creuset d'argile.	Résultat semblable à celui qu'on avoit obtenu dans le creuset d'argile.
11) Prasius continuus viridis. Chrysopras. Achates prasius. *b. Waller*: de *Chosemütz* en *Silésie*.	Elle ne se fondit nullement; mais elle perdit entierement la transparence, & la couleur verd de pomme se changea en gris.	Résultat semblable à celui du creuset d'argile.	Comme le résultat précédent.
12) Prasius continuus flavus. Gelber Chrysopras. *Du même endroit*. Chrysoprase jaune.	Même résultat, excepté que la couleur grise pâlit.	Même résultat, si ce n'est que le morceau tenoit un peu au creuset.	Même résultat.
13) Prasius continuus lacteus. Milchweisser Chrysopras. *Du même endroit*. NB. N'ayant point eu de matiere, je n'ai pu faire l'examen du prasius à raies, décrit par M. *Werner*.	Elle ne se fondit pas, perdit sa demi-transparence & la couleur devint d'un blanc plus foncé.	Il y eut une foible fusion partout où la pierre avoit touché au creuset.	Comme le résultat précédent.

Noms des pierres.	Résultats des expériences dans un creuset d'argile.	Résultats des expériences dans un creuset de craie	Résultats des expériences dans un creuset de charbons.
14) Marmor fractura terrea. Gemeiner Kalkstein. Calcarius aequabilis *Waller*: Pierre à chaux compacte de *Bomare*, de *Tarnow* dans la *Haute-Silésie*.	Elle se vitrifia en couleur verte.	Il n'y eut point de variation.	Résultat semblable à celui qu'on avoit obtenu dans le creuset de craie.
15) Marmor fractura angulari. Kalkstein mit splittrigem Bruche. Marmor unicolor. *Waller*: Pierre à chaux d'une seule couleur, de *Rüdersdorf* près de *Berlin*.	Elle se vitrifia & devint brunâtre & opaque.	Même résultat.	Comme le résultat précédent.
16) Marmor lamellosum. Blättriger Kalkstein. Calcarius inaequabilis. *Waller*: Pierre à chaux spathique de *Bomare*, de *Priebom* en *Silésie*.	Les parties qui touchoient au creuset se changerent en un verre diaphane, couleur de Chrysolite. Le reste s'altéra en poudre fine & ferrugineuse.	Voyez le résultat précédent.	Même résultat.
17) Marmor Schistosum. Kalkschiefer. Calcarius fossilis. *Waller*: Pierre à chaux feuilletée, de *Pappenheim*.	Quand elle touchoit le creuset, les parties adhérentes se vitrifioient en couleur de chrysolite.	Il faut remarquer qu'à l'exception de cette espece, toutes les autres se pulvériserent à l'air.	
18) Porus rhombicus. Rhomboidalischer Wasserstein. Spathum tesculare. *Waller*: Spath rhomboïdal de *Bomare*, d'*Andreasberg* au *Harz*	Elle se vitrifia en couleur jaune fort transparente.	Elle ne changea pas, mais elle perdit sa transparence, & tomba en défaillance à l'air.	Comme dans le creuset de craie.
19) Porus prismatis hexaëdris truncatus Sechsseitiger Wasserstein. Spathum cristallisatum. *e. Waller*: d'*Andreasberg* au *Harz*.	Comme le résultat précédent.	Le même résultat.	Voyez le résultat précédent.

Noms des pierres.	Résultats des expériences dans un creuset d'argile.	Résultats des expériences dans un creuset de craie.	Résultats des expériences dans un creuset de charbons.
20) Porus hexangularis pyramidatus. Sechseckiger Pyramidal-Wasserstein. Spathum cristallisatum. c. *Waller*: de *Derbshire*.	Même résultat.	Voyez le résultat précédent.	Comme le résultat précédent.
21) Porus testaceus globosus. Erbsenstein. De *Carlsbad*.	Voyez le résultat précédent.	Comme le résultat précédent.	Voyez le résultat précédent.
22) Dysodes continuus. Dichter Stinkstein. Pierre puante de *Bomare*; du *Comté* de *Mansfeld*.	Un verre brunâtre.	Comme No. 14.	Comme No. 14.
23) Alabastrum continuum. Gemeiner Alabaster. Gypsum alabastrum. *Waller*: Albâtre de *Bomare*, de *Sachsa* dans le *Comté* de *Hohenstein*.	Il se vitrifia, couleur de chrysolite rayé à la cassure.	Elle ne se changea pas.	Comme le résultat précédent.
24) Alabastrum Schistosum. Schiefer-Gips. Gypsum lamellosum *Waller*: Gipse feuilleté de *Bomare*, de la *Haute Silésie*.	Comme le résultat précédent.	Comme le résultat précédent.	Même résultat.
25) Spathum ponderosum. Schwerer Spath. Gypsum spathosum. *Waller*: Gypse phosphorique de *Bomare*, du *Prince Fédéric de Freyberg*.	Il avoit commencé à se fondre, sans qu'il y eût d'altération dans la couleur.	Aucun changement, pas même dans la couleur.	Comme dans le creuset de craie.
26) La même pierre, de *Gablau* en *Silésie*.	Les parties qui avoient touché le creuset, s'étoient vitrifiées en une couleur verdâtre; le reste ne fut qu'à demi-fondu.	Même résultat.	Comme le résultat précédent.
27) Spathum prismaticum quadrangulare. Vierseitiger Stangen-Spath, de *Freyberg* en *Saxe*.	Verre jaune & brunâtre, rayé à la cassure & à la surface.	Voyez le résultat précédent.	Même résultat.

28) Sü-

Noms des pierres.	Résultats des expériences dans un creuset d'argile.	Résultats des expériences dans un creuset de craie.	Résultats des expériences dans un creuset de charbons.
28) Stirium parallelum. Strahlgyps. Gypsum striatum. *Waller*: Gipse strié de *Bomare*, de *Rüdersdorf près de Berlin.*	Verre semblable au précédent.	Même résultat.	Voyez le résultat précédent.
29) Hepaticus solidus. Stinkgyps. Gypsum lapis hepaticus. *Waller*: de *Bourgoerner* dans le *Comté de Mansfeld.*	Les parties qui avoient touché le creuset, se vitrifierent légerement en jaune; le reste ne se fondit qu'à demi.	Comme le résultat précédent.	Même résultat.

Observation.

Il faut remarquer:

1) Que toutes les pieces exposées au feu dans des creusets de craie & de charbons tomboient à l'air en défaillance, & que quelques-unes changerent par là de couleur, savoir: No. 25. & 26. devinrent rougeâtres, comme la fleur du cobolt & No. 28. verd de pomme.
2) Toutes les pieces exposées à l'action du feu dans les creusets de craie devinrent un peu compactes, mais sans aucun indice de fusion.

Noms des pierres.	Résultats des expériences dans un creuset d'argile.	Résultats des expériences dans un creuset de craie.	Résultats des expériences dans un creuset de charbons.
30) Fluor amorphus. Flußspath von unbestimmtem Gewebe. Fluor spathosus. *Waller*: Spath fusible de *Bomare*, de *Treseburg* au *Harz*.	Sa fusion fut telle que la matiere fondue traversa les pores du creuset.	Le creuset de craie se fondit en scorie tenace.	La premiere fois je n'apperçus point de changement, mais la seconde la fusion avoit commencé, surtout à la surface des morceaux.
31) La même pierre de *Strabourg* au *Harz*.	Comme le résultat précédent.	Même résultat.	Scorie grisâtre demi-transparente en forme de globe.
32) Fluor cubicus. Würflicher Flußspath. Fluor cristallisatus. *a. & b. Waller*: de *Goersdorf* en *Saxe*.	Comme le résultat précédent.	Même résultat.	Comme le résultat précédent, mais la surface étoit tant soit peu écumeuse.
33) Fluor prismaticus radiatus. Strahliger Flußspath. Fluor cristallisatus, *d. Waller*: de *Derbshire*.	Même résultat.	Comme le résultat précédent.	Même résultat, excepté que la couleur tiroit un peu sur le bleu.

Noms des pierres.	Résultats des expériences dans un creuset d'argile.	Résultats des expériences dans un creuset de craie.	Résultats des expériences dans un creuset de charbons.
34) Argilla amorpha porcellana. Porzellänthon. Argilla porcellana. *Waller*: Argile ou terre à porcelaine de *Bomare*, de *Misnie*.	Elle étoit compacte, blanche & sans la moindre marque de fusion.	Verre transparent, très dur, bleuâtre.	Comme dans le creuset de craie.
35) La même terre de *Striblo* en *Silésie*.	Même résultat.	Même résultat.	Même résultat.
36) La même terre de *Flinsbourg* en *Silésie*, ayant tiré son origine d'un granit tombé en défaillance, très grasse.	Masse très compacte, tant soit peu fondue; ce qui probablement a été causé par un test imperceptible du spath phosphorique.	Verre opaque, couleur de plomb, avec un grain de fer au milieu.	Comme dans le creuset de terre glaise.
37) La même terre, dont on se sert dans la fabrique royale de porcelaine du *Cercle de la Sale*.	Masse compacte sans la moindre marque de fusion.	J'obtins un produit moitié de verre blanchâtre transparent, & moitié imparfaitement fondu.	Comme dans le creuset d'argile.
38) La même terre de *Deux-Ponts*.	Masse compacte tant soit peu fondue.	Verre parfaitement noir.	Comme dans le creuset de terre glaise.
39) Argilla amorpha fistularis. Pfeiffenthon, de *Bunzlau* en *Silésie*.	Masse compacte non-fondue.	Verre parfaitement noir.	Comme dans le creuset d'argile.
40) Argilla amorpha ollaris. Töpferthon, de *Freyenwalde*.	Verre brunâtre.	Verre couleur de plomb avec un grain de fer.	Comme dans le creuset de terre glaise.
41) Argilla vulgaris martialis. Eisenthon. Argilla mineralis. *Waller*: de *Blankenbourg* au *Harz*.	Masse de scories noirâtres.	Verre, verd de pomme.	Comme dans le creuset d'argile, quoique la fusion fût moindre.
42) La même terre de *Bunzlau*.	Même résultat.	Même résultat.	Même résultat.
43) La même terre, vulg. Bolus d'*Arménie*.	Scorie tenace noirâtre, granulée.	Verre couleur de plomb, tirant sur le verd.	Comme dans le creuset de terre glaise.
44) Argilla fullonum. Walkererde. Marga fullonum. *Waller*: Terre à foulons de *Bomare*: d'*Angleterre*.	Scorie très mince grise.	Verre couleur de verd de pommes avec un grain de fer.	Même résultat.

Noms des pierres.	Résultats des expériences dans un creuset d'argile.	Résultats des expériences dans un creuset de craie.	Résultats des expériences dans un creuset de charbons.
45) Argilla in aqua crepitans. Thon, der im Wasser mit knistern zerfällt. Lemnischer Thon. Terra marga. *Lehm*. De *Striegau* en *Silésie*; c'est une argile volcanique.	Scorie grisâtre, même transparente.	Verre couleur de lait.	Scorie brune, opaque, avec un grain de fer.
46) Smectis rubrica. Rothelstein. de *Conradswaldau* en *Silésie*.	Verre noir dont la surface étoit revêtue d'une couche de fer de fonte.	Verre demi-transparent, couleur de verd de pomme.	Scorie brune avec beaucoup de grains de fer.
47) Smectis lithomarga. Steinmarl: d'*Altenbourg* en *Saxe*.	Elle ne se fondit pas.	La fusion avoit commencé dans les parties qui touchoient au creuset.	Comme dans le creuset de terre glaise.
48) Smectis tornatilis lamellosus. Lazel-Stein. Steatites lapis ollaris. *Waller*: Pierre ollaire de *Bomare*, de *Töplitz*.	Point de fusion.	Verre couleur de plomb, avec un grain de fer.	Comme dans le creuset de terre glaise.
49) Smectis levis aquæ innatans. Bergleder. Amianthus Aluta montana. *Waller*: Cuir fossile de *Bomare*, de *Danemora*.	Scorie grisâtre, tenace, cristallisée, avec des grains de fer. La cristallisation ressembloit à une lentille prismatique, & là où la scorie avoit touché le creuset, la cristallisation étoit la plus forte.	Dans le creuset on trouvoit un peu de poussiere grisâtre, mais tout le creuset étoit rongé & vitrifié; sa surface vitreuse tiroit sur le bleu & montroit aussi à la loupe des cristaux prismatiques entremêlés de grains de fer.	Comme dans le creuset d'argile, mais la couleur tiroit sur le bleu & la cristallisation étoit la plus forte à la surface.
50) Opalus occidentalis, d'*Eibenstock* en *Saxe*. Opal. Silex opalus. *Waller*:	Elle n'étoit pas fondue; cependant elle tenoit au creuset. Elle éclata en particules irrégulieres d'une couleur bleuâtre.	Les parties qui avoient touché le creuset, étoient entierement fondues.	Résultat semblable à celui du creuset de terre glaise.
51) Jaspis continuus. Dichter Jaspis. Jaspis. 1. & 2. *Waller*: Jaspe de *Bomare*, de *Bunzlau*.	Point de fusion, mais il avoit changé la couleur rouge en brune.	Il se fondit comme dans l'essai précédent.	Voyez le résultat dans le creuset de terre glaise.

Noms des pierres.	Résultats des expériences dans un creuset d'argile.	Résultats des expériences dans un creuset de craie.	Résultats des expériences dans un creuset de charbons.
52) Jaspis trapezius. Trapp. Corneus trapezius. *Waller*:	Point de fusion, la couleur resta la même.	Verre noirâtre.	Même résultat.
53) Mica membranacea. Rußisch Glaß. Mica vitrummoscoviticum. *Waller*: verre de Moscovie de *Bomare*.	Il étoit près de couler, mais on pouvoit encore distinguer sa figure.	C'étoit une masse fondue grisâtre, quoique la fusion ne fût pas parfaite.	Le degré de fusion étoit plus fort que dans le creuset de terre glaise.
54) La même pierre de *Tarnowicz*, noire, fort ferrugineuse.	Un verre noir persillé de grains de fer.	Tout le creuset étoit corrodé & pénétré par une matiere scorieuse, de maniere qu'il ne tomboit pas à l'air en défaillance comme les autres: La même chose arriva au No. 47.	Verre noir avec des grains de fer.
55) Mica cristallina argentea. Cristallischer silberfarbner Glummer. Mica drusica. *Waller*: de *Zinnwalde*.	Comme le résultat précédent.	Même résultat.	Même résultat.
56) Schistus scriptorius. Schreibschiefer. Schistus 1. & 2. *Waller*: Ardoise des tables & des toits *Bomare*, du *Harz*.	Verre noir avec des grains de fer.	Comme dans le creuset de terre glaise.	Comme dans le creuset de terre glaise.
57) Schistus polituram admittens. Oelstein. Schistus spec. 2. *Waller*: Pierre à aiguiser de *Bomare*.	Même résultat.	Verre couleur verdâtre.	Même résultat.
58) Schistus solidus. Thonschiefer. Schistus durus. *Waller*: Ardoise gonflée de *Bomare*, du *Harz*.	Scorie noirâtre, épaisse, gonflée.	Scorie bleuâtre, mince, encore plus gonflée, entierement semblable aux scories de fer.	Même résultat.
59) Schistus bituminosus Brennender Schiefer. Schistus carbonarius, *Waller*: de *Rotenbourg*.	Il n'étoit pas entierement fondu.	La fusion étoit plus complete.	Même résultat.

Digitized by Google

Noms des pierres.	Résultats des expériences dans un creuset d'argile.	Résultats des expériences dans un creuset de craie.	Résultat des expériences dans un creuset de charbons.
60) Schistus pictorius. Schwarze Kreide. Schistus nigricus. *Waller:*	Comme le résultat précédent.	Comme le résultat précédent.	Comme le résultat précédent.
61) Tripla informis. Tripel. Tripla solida. *Waller:* Tripoli, de *Driesen* dans la *Nouvelle-Marche.*	Il avoit commencé à se fondre & étoit devenu noir.	Verre grisâtre avec un grain de fer.	Comme dans le creuset de terre glaise, excepté que la fusion étoit encore plus forte.
62) Steatites rasilis. Spanische Kreide. Steatites creta hispanica. *Waller:* Craie d'Espagne de *Bomare.*	Elle n'étoit point du tout altérée, mais s'endurcit beaucoup.	Verre grisâtre demi-transparent.	Comme dans le creuset de terre.
63) Steatites fornatilis opacus. Serpentinstein. Steatites serpentinus. *Waller:* Serpentine de *Bomare, de Zoeblitz* en *Saxe.*	Elle avoit commencé à se fondre.	Scorie grisâtre & noirâtre.	Scorie noirâtre avec des grains de fer.
64) La même pierre de *Danemarc.* Il faut remarquer que cette pierre contient beaucoup de manganese du sel commun, de maniere qu'elle fait quelques effervescences avec les acides. Delà vient sans doute la différence entre cette expérience & la précédente, vu que la manganese du sel commun fond bien l'argile, au lieu qu'elle n'attaque pas la terre calcaire.	Verre noirâtre avec des grains de fer qui avoient rongé le creuset.	Elle n'étoit pas fondue, mais attachée au creuset.	Comme dans la craie.
65) Steatites fornatilis semi-pellucidus Speckstein. Steatites lardites. *Waller:* La pierre de lard de *Bomare,* de la *Chine.*	Elle étoit devenue lie, & quand elle toucha le creuset il y eut corrosion.	Point d'altération.	Même résultat.

Noms des pierres.	Résultats des expériences dans un creuset d'argile.	Résultats des expériences dans un creuset de craie.	Résultats des expériences dans un creuset de charbons.
66) La même pierre de *Danemarc.*	Comme le précédent résultat.	Résultat semblable au précédent.	Le précédent résultat.
67) La même pierre de *Bisbery.*	Scorie épaisse tirant du gris au *bleu avec des grains* de fer.	Scorie très mince, qui avoit pénétré à travers les pores du creuset.	Scorie épaisse avec une surface écailleuse noirâtre.
68) Steatites nephriticus. Nierenstein. Jaspis nephriticus. *Waller:* Pierre néphritique de *Bomare*, des *Carpathes.*	Verre de couleur verte & jaune entremêlé de grains de fer.	Point de fusion, mais adhérence au creuset.	Scorie grise & blanche avec des grains de fer.
69) Talcum pulverulentum. Talk-Erde von Gera.	Verre noirâtre.	Masse compacte non fondue.	Comme dans la craie.
70) La même terre d'Elbingerode.	Comme le précédent résultat.	Comme le précédent résultat.	Même résultat.
71) Talcum venetum.	Il étoit fondu par tout où il avoit touché au creuset. Au reste il étoit devenu brunâtre & ressembloit au Mica.	Scorie grise & mince avec un grain métallique, qui ressembloit au fer de fonte, mais que l'aiman n'attira pas.	Il s'endurcit sans se fondre.
72) Talcum Molybdena. Wasserbley.	Point de fusion, la couleur noire devint plus claire.	Point de fusion, la couleur noire devint rouge.	Sans aucune altération, pas même dans la couleur.
73) Amianthus textorius. Weber-Amianth. Asbestus 1. & 2. *Waller:* de *Zoeblitz* en *Saxe.*	Point de fusion; la couleur blanche devint noire.	Verre grisâtre.	Comme dans le creuset d'argile.
74) La même pierre mélangée de Stéatite, de *Reichenstein.* La différence entre les produits de No. 73. & 74. s'explique par l'observation faite au No. 64.	La stéatite se fondit, & non l'amiant.	Comme dans le creuset d'argile.	Point de fusion, elle devint un peu compacte.
75) Amianthus rigidus. Harter Amianth. Amianthus immaturus. *Waller:* de *Derbshire.*	Fondu, où il avoit touché le creuset.	Scorie verdâtre & jaunâtre.	Point de fusion, mais devint compacte.

Digitized by Google

Noms des pierres.	Résultats des expériences dans un creuset d'argile.	Résultats des expériences dans un creuset de craie.	Résultats des expériences dans un creuset de charbons.
76) Amianthus fragilis. Federweiß. Asbestus rigidus. *Waller*: Faux alun de plume, de *Bomare*; de *Reichenstein* en *Silésie*.	Scorie un peu tenace, grisâtre à la surface, où l'on obtient des cristaux prismatiques, avec des grains de fer.	Verre couleur de cendre claire avec les mêmes cristaux & avec des grains de fer.	Comme dans le creuset d'argile, mais la fusion étoit plus parfaite & la couleur de la scorie blanche. Le grain de la scorie étoit poreux, & l'on voyoit dans ces pores les plus beaux cristaux prismatiques. J'ai répété cet essai avec une quantité plus grande & j'ai obtenu un grain d'une scorie creuse au milieu. Cette cavité étoit remplie de cristaux plus beaux encore & plus grands, & à l'aide d'une loupe je pouvois distinguer qu'ils avoient une figure hexaëdre. J'ai encore répété cet essai & lorsque la masse fut fondue, j'y ai versé de l'eau froide; mais la cristallisation étoit confuse & ressembloit presque à la pierre ponce. Enfin j'ai mis un autre morceau en fusion, après quoi j'ai fermé très exactement la cheminée, pour éviter le tirant d'air. Tout étant refroidi, j'ai obtenu les mêmes cristaux que dans le premier essai.
77) Gemma. Adamas. Diamant. Diamant. *J'en ai fait* 4 expériences; *à la première* je l'ai exposé au feu pendant une heure;	Le diamant pesoit 8 grains, ne se fondit pas, ne perdit rien de son poids, ni de sa dureté, mais perdit de son brillant.	Le diamant pesoit $6\frac{1}{4}$ grains, ne se fondit pas & ressembloit entierement à celui du creuset de terre glaise.	Il pesoit $13\frac{1}{4}$ grains; même résultat, avec la différence cependant que le diamant étoit encore un peu transparent.
à la seconde expérience j'ai exposé la même pierre à un feu de 2 heures.	Même résultat.	Même résultat.	Même résultat.
Remarque: J'ai fait mes 2 expériences dans des creusets que j'ai fait mettre sur de la poudre de charbons. (Kohlen-Gestübbe.)			
Troisieme expérience: feu de 6 heures; les creusets d'argile & de craie ont été posés sur du sable, celui des charbons sur de la poudre de charbons.	Point de fusion, mais reste de 5 grains de pesanteur; la dureté étoit toujours telle que l'on pouvoit fendre le verre.	Le creuset se fondit avec le sable, & le diamant disparut.	Point d'altération.

Noms des pierres.	Résultats des expériences dans un creuset d'argile.	Résultats des expériences dans un creuset de craie.	Résultats des expériences dans un creuset de charbons.
Quatrieme expérience : avec les 2 diamants qui me restoient, & un nouveau, exposés à un feu de 6 heures. J'ai fait poser le creuset d'argile sur du sable, celui de craie sur de la molybdene, & celui des charbons sur de la poudre de charbons.	Point de résidu ; le diamant disparut.	Nouveau diamant pesant 2 grains. Point de fusion ; perte de transparence & d'un quart de grain du poids.	Point d'altération.
78) Gemma rubinus. Rubin. Rubis.	Poids de 5 Carats 2 grains ; adhésion au creuset, point de fusion, point de perte de poids. Il devint moins transparent, & sa couleur tira sur le violet.	Poids de 3 Carats $\frac{3}{4}$ grains. Il fit un creux de sa grandeur au creuset, sans cependant se fondre.	Poids de 4 Car. $2\frac{1}{4}$ gr. ; point de fusion, point de perte de poids, mais sa transparence diminua un peu & la couleur rouge se changea en violet très pâle.
79) Gemma Smaragdus. Smaragd. Émeraude.	Poids de 1 Car. $8\frac{3}{4}$ gr. point de fusion, il perdit $\frac{1}{2}$ gr. de son poids & toute sa transparence. La couleur se changea en celle de Chrysoprase.	Poids de 11 grains ; il avoit fait un creux au creuset, sans indice de fusion.	Poids de 1 Car. $11\frac{3}{4}$ gr. point de fusion, perte de transparence & $\frac{1}{2}$ grain de poids. La couleur fut celle du résultat dans le creuset d'argile, mais elle étoit un peu pâle.
80) Gemma Saphirus. Saphir. Saphir.	Poids de 4 Car. $\frac{1}{2}$ gr. il ne se fondit pas, ne perdit rien de son poids ni de sa transparence, mais sa couleur devint moins claire.	Poids de 3 Car. 10 gr. point de fusion, point de perte de poids ; mais la transparence & la couleur en avoient un peu souffert.	Voyez le résultat du creuset de craie.
81) Gemma Chrysolitus. Chrysolit. Chrysolite.	Poids de 6 Car. $7\frac{3}{4}$ gr. foible adhésion au creuset sans fusion. La pierre ne perdit rien de son poids, mais elle n'étoit plus transparente & sa couleur devint d'un gris noir.	Poids de 8 Car. $\frac{1}{4}$ gr. point de fusion & même résultat que celui dans le creuset d'argile.	Poids de 6 Car. 10 gr. même résultat que celui dans la craie.

82) La

Digitized by Google

Noms des pierres.	Résultats des expériences dans un creuset d'argile.	Résultats des expériences dans un creuset de craie.	Résultats des expériences dans un creuset de charbons.
82) La même pierre du Brésil.	Poids de 10 Car. $10\frac{1}{4}$ gr. point de fusion, la couleur & le poids resterent les mêmes; la transparence diminua un peu.	Poids de 5 Car. $11\frac{1}{4}$ gr. Je ne vis point de vitrification dans le creuset, mais la pierre ressembloit à une coupelle pénétrée de plomb, & ne fit point d'effervescence.	Poids de 12 Car. $1\frac{1}{2}$ gr. même résultat que celui dans le creuset d'argile; avec la différence cependant que la couleur tira un peu sur le noir & que la surface étoit un peu couverte.
83) Hyacinthus. Hiacint. Hyacinthe.	Poids de 4 Car. $11\frac{1}{4}$ gr. elle se fondit en un verre transparent, dont la couleur ressembloit presque à l'émeraude.	Poids de 5 Car. $5\frac{3}{4}$ gr scorie grise, non transparente.	Poids de 5 Car. $5\frac{3}{4}$ gr. scorie transparente, entremélée de petits grains de fer, couleur bleue ressemblant à celle de Saphir.
84) Gemma Topasius, de Brésil. Topas. Topase.	Poids de 3 Car. $7\frac{1}{4}$ gr. elle ne se fondit pas, mais perdit sa transparence, $9\frac{1}{4}$ grains du poids & devint blanche.	Poids de 3 Car. $6\frac{1}{4}$ gr. point de fusion, perte de transparence & $9\frac{1}{4}$ gr. de poids; couleur grisâtre.	Poids de 3 Car. $8\frac{1}{2}$ gr. elle ne se fondit pas, resta transparente; la couleur ne se changea pas & elle ne perdit rien de son poids.
85) La même pierre, de Saxe. *Remarque:* Toutes ces pierres ont été exposées à un feu violent d'une heure & le creuset a été mis sur de la poudre de charbons.	Elle devint blanche, opaque & feuilletée, sans se fondre.	Comme dans le creuset d'argile, la couleur blanche étoit entremélée de gris.	Comme dans le creuset d'argile, les morceaux adhéroient un peu.
86) Gemma Amathystus. Amethist, de *Silésie.*	Point de fusion, mais d'un opaque blanc.	Comme dans le creuset de terre.	Comme dans le creuset de terre.
87) Gemma granatus. Granat, de *Boheme.*	Scorie noirâtre avec des grains de fer.	Scorie grisâtre, qui avoit traversé les pores du creuset.	Scorie noire avec des grains de fer.
88) La même pierre de *Dannemora.*	Comme le précédent essai, excepté que la couleur de la scorie étoit brunâtre.	Comme le précédent.	Comme le précédent, à l'exception que les grains de fer étoient enduits d'une croûte de scorie bleue.

Noms des pierres.	Résultats des expériences dans un creuset d'argile.	Résultats des expériences dans un creuset de craie.	Résultats des expériences dans un creuset de charbons.
89) La même pierre, appelée par *Wallerius* Granatus rudis, & par M. de *Bomare* Quarz en granits, du même endroit.	Verre noirâtre avec un grain de fer.	Scorie poreuse, fragile. Le creuset ne tomboit pas en défaillance à l'air.	Scorie noire entremélée de grands fondus blancs & de grains de fer.
90) Basaltes spathosus. Spathhaltiger Schörl, à *Ehrenfriedersdorf* en *Saxe*.	Verre jaunâtre & brunâtre avec une croûte de fer de fonte sur la surface.	Scorie verdâtre avec la même croûte.	Verre de verd-foncé avec beaucoup de grains de fer.
91) La même pierre de *Neurode* dans le *Comte de Glatz*.	Scorie très tenace, dont la fusion n'étoit pas parfaite.	La fusion avoit été telle qu'elle avoit pénétré les pores du creuset, dans lequel je trouvai une croûte de fer de fonte; aux parois se montroit une cristallisation blanche.	Scorie très mince, verdâtre & noirâtre.
92) Basaltes cristallisatus albus. Säulenförmiger Schörl, de *Johann-George-Stadt* en *Saxe*.	Verre de verd-foncé avec des taches blanches.		
93) Basaltes albus semipellucidus, Wasserschörl, d'*Ehrenfriedersdorf*. N'ayant pu pour le dernier essai employer d'autre morceau qu'une mine d'étain mêlée de cette pierre, je m'imagine que malgré toute l'exactitude employée pour la séparation de la mine, il y est pourtant resté quelque chose qui l'a empêché de se fondre parfaitement.	La fusion avoit commencé, mais très foiblement; le morceau étoit devenu opaque & avoit changé de jaune en gris.		
94) Turmalinus cristallinus. Türmalin. Zeolithes electricus *Waller*: Tourmaline de *Bomare*, du *Brésil*.	Scorie, couleur de lait, bleuâtre.		

Digitized by Google

Noms des pierres.	Résultats des expériences dans un creuset d'argile.	Résultats des expériences dans un creuset de craie.	Résultats des expériences dans un creuset de charbons.
95) Zeolithes spathosus. Spathartiger Zeolith. Zeolithes lamellaris. *Waller*: d'*Islande*.	Scorie blanche, mais sale.		
96) Spathum scintillans lamellosum. Feldspath. Spathum pyromachum. *Waller*: Quarz appelé Feldspath, de *Bomare*, de *Freyberg*.	Verre demi-transparent, couleur de lait.		
97) Spathum scintillans continuum. Rohstein de *Szörbitz* en *Saxe*.	Scorie opaque, grisâtre.		
98) Granites continuus. Dichter Granit, von Altenberg. Il avoit beaucoup de Feldspath, peu de Quarz & encore moins de Mica.			

En réfléchissant attentivement aux résultats des essais précédents, on peut en déduire les conséquences suivantes.

1) Il y a des pierres qui restent apyrées & qui ne se fondent pas même dans des creusets de charbon dans le degré de feu employé pour mettre en fusion le fer de forge. On doit ranger dans cette classe le quarz, le silex ou caillou, le prase, les pierres calcaires, le plâtre, l'argile pure, le jaspe, quelques especes de gemmes des smectites, des stéatites, du talc & surtout ce qu'on appelle molybdene, quelques especes de gneuss, les grès purs sans parties calcaires, & le porphyre quarzeux.

2) Il y a des terres & des pierres qui se fondent à ce degré de feu indiqué, sans qu'on y ajoute aucun agent; par exemple: l'ordre des fluors, le genre du mica, du schiste, du schörl, du feldspath, du zéolithe, les granits, quelques especes d'argile, de smectite, de stéatite, de talc, de gemmes, de porphyres, & tous les produits volcaniques-pierreux.

Digitized by Google

3) Entre les pierres fusibles il y en a qui entrent dans une fusion plus parfaite & plus complete que d'autres. On peut nommer celles-ci *réfractaires*, & les autres *fusibles*. A cette derniere classe appartiennent surtout le genre de spath fluor, le basalt, le feldspath & plusieurs produits volcaniques; toutes ces pierres peuvent servir d'agent pour fondre toutes les autres, *même les apyrées*.

4) Les pierres apyrées n'ayant dans leur composition rien que la terre vitrifiable, saline, calcaire ou alumineuse, restent apyrées, de même que celles qui n'ont que la terre vitrifiable & alumineuse, en proportion égale; ou dans la mixtion desquelles la terre vitrifiable est prépondérante, ou en proportion égale.

Les essais faits avec des pierres vitreuses, alcalines & calcaires saturées avec l'acide vitriolique, que nous nommons les gipseuses, avec de l'argile pure, avec le jaspe, prouvent tout ceci. La matiere inflammable y contribue de sa part; car les schistes bitumineuses ne se fondent pas si bien que les autres; ce qui oblige le fondeur de calciner tous les schistes cuivreux avant leur fusion. La même chose se manifeste pour le talc, dont les especes qui contiennent beaucoup de matieres inflammables, résistent le plus au feu.

5) Les terres salines calcaires ou alumineuses que l'on comprend sous le nom général d'alcalines, principalement la terre calcaire, sont les fondants presqu'universels. Dès que les dites terres alcalines sont mêlées avec la terre vitrifiable en différentes proportions, leur rapport est aussi différent dans la fusion. L'addition de la matiere phlogistique est cause d'autres phénomenes semblables. Par exemple, on sait que le limon le plus facile à fondre devient parfaitement apyré par l'addition de la poudre de charbons.

6) La structure cristaline ou pâteuse des pierres n'influe aucunement sur leur nature fusible ou apyrée. Le marbre en pâte & le spath calcaire cristallin offrent les mêmes phénomenes; il en est de même de la lave & du basalt.

7) Les essais de plusieurs pierres fondues, sans addition d'aucun agent, prouvent qu'elles se forment en cristaux. Ceci nous démontre la possibilité de la formation de plusieurs cristaux par la fonte, & explique en même tems l'origine des cristaux que nous trouvons dans les laves.

8) La cohéſion plus ou moins forte des pierres n'influe pas ſur leur nature fuſible ou apyrée; par exemple, le porphyre d'Égypte, extremement dur, ſe fond très aiſément; au lieu que le marbre, infiniment plus tendre, réſiſte à la fuſion.

9) En faiſant l'application de nos eſſais à la fonte des mines, on ne peut ranger parmi les fuſibles & fondantes que les pierres qui ſe fondent dans les charbons; car le mélange des mines & des fondants ſe trouve toujours entouré de charbon dans la fonte. Il y a cependant ici une autre conſidération qui ſe préſente & ſur laquelle il a fallu faire les eſſais expoſés dans le Tableau ci-joint. Car dans la fonte il faut avoir égard à la mixtion de pluſieurs terres, ſoit celles deſquelles ſont compoſés les minéraux à fondre, ſoit celles du fondant qu'il leur faut donner.

Compoſitions.		Creuſet de terre glaiſe.	Creuſet de charbons.
1) Argile apyrée - -	1 p.	Verre jaune.	Même réſultat.
Craie - - -	2 p.		
2) Spath fuſible -	1 p.	Verre blanchâtre.	Même réſultat.
Craie - -	2 p.		
3) Argile apyrée - -	1 p.	Verre jaunâtre.	Même réſultat.
Mangameſe de ſel -	2 p.		
4) Argile apyrée -	1 p.	Commencement de fuſion.	Fuſion plus forte.
Terre d'alun -	2 p.		
5) Argile - -	1 p.	Verre verdâtre.	Verre griſâtre.
Terre de cailloux	1 p.		
Craie - -	4 p.		
6) Argile - -	1 p.	Verre jaunâtre.	Point de fuſion.
Gipſe - -	1 p.		
Craie - -	4 p.		
7) Du Blanc, Craie } d'Eſpagne	1 p.	Verre jaunâtre.	Point de fuſion.
Craie ordinaire -	2 p.		
8) Terre de cailloux -	2 p.	Se fondit avec le creuſet & non pas avec la terre de cailloux.	Fuſion parfaite.
Craie - -	1 p.		
Feldſpath -	1 p.		

Ces eſſais démontrent évidemment qu'il y a des mélanges qui reſtent apyrés dans les creuſets de charbons, au lieu qu'il y en a qui ſe fondent dans des creuſets de terre glaiſe. Il réſulte delà, que pour bien ordonner

la fusion des mines, pour épargner des charbons & du tems, pour obtenir le produit le plus grand & le plus pur, chaque fondeur devroit avant tout examiner le rapport des mélanges qu'il veut faire, pour voir lequel est le plus convenable. Ces essais sont d'autant plus nécessaires & plus essentiels, que le huitieme essai prouve qu'il y a dans la fusion des pierres entr'elles une affinité telle qu'elle se trouve dans d'autres corps. Nous voyons que la terre calcaire attaque plus vivement la terre argilleuse que la terre vitrifiable.

Un autre avantage que le fondeur pourroit en tirer se trouveroit dans le choix des matieres dont il construit les fourneaux & leurs foyers, relativement à la nature des matieres qu'il fond. D'abord il faut choisir des matieres vraiment apyrées. En second lieu, il faut prendre garde de choisir des matieres qui se fondent par l'addition du fondant qu'on veut ajouter aux mines que l'on fond. On auroit tort si à la fusion d'une mine argileuse ou quarzeuse avec la pierre calcaire, on vouloit faire les parois & les foyers d'argile; dans ce cas il faut se servir des pierres vitreuses, parmi lesquelles on peut ranger les différentes sortes de grès purs sans terre calcaire.

Puisque ces données prouvent l'utilité de mes essais pour les fondeurs des mines, je ne parlerai point de leur influence sur les fabriques de porcelaine, de faïence, de pots, de briques, de creusets, & je ne manquerai pas de les continuer, pour trouver les phénomenes qui résultent du mélange des différentes pierres exposées dans des creusets de différentes especes.

SUR
l'arſenic & ſur ſa combinaiſon avec différents corps.

PAR M. ACHARD.

PREMIER MÉMOIRE.

Quoique l'arſenic par ſes propriétés particulieres au moyen desquelles il appartient autant à la claſſe des ſels qu'à celle des chaux vives métalliques, mérite toute l'attention des Chimiſtes, il paroît cependant qu'on ne connoit encore que très imparfaitement les combinaiſons qu'il peut former avec d'autres corps, les altérations qu'il leur fait éprouver & les changements qu'il ſubit lui-même par ſon union avec d'autres ſubſtances. Cette conſidération m'a engagé à entreprendre ſur ce minéral ſingulier une ſuite d'expériences dont le but eſt de déterminer ſon action ſur les métaux, ſur les chaux métalliques, ſur les terres & ſur les ſubſtances ſalines.

Le préſent Mémoire renferme une petite partie des expériences que j'ai à faire pour ſuivre le travail ſur l'arſenic d'après le plan que je me ſuis formé; ce préliminaire étant ſuffiſant pour faire connoître le but de mes expériences, je vais entrer en matiere & commencer par le récit des expériences que j'ai faites en diſtillant avec de l'arſenic les métaux qui entrent facilement en fuſion.

Expérience I.

Je diſtillai dans une cornue de grès une once d'étain avec autant d'arſenic & pouſſai le feu jusqu'à faire rougir la cornue qui reſta dans cet état pendant près d'une demi-heure; l'arſenic ſe ſublima en poudre dont une partie paſſe dans le ballon, tandis que l'autre reſta dans le cou de la cornue. Dans la cornue il ſe trouva une maſſe dont la ſurface n'étoit pas plane, en ſorte qu'elle ne ſembloit pas avoir éprouvé une parfaite fuſion; ſa ſuperficie étoit

Digitized by Google

blanche & comme couverte d'un enduit poudreux; elle pesoit une demi once 3 drachmes; ayant rompu cette masse qui étoit assez pliante, mais en même temps très facile à diviser, je trouvai qu'elle étoit principalement composée d'étain, qui formoit des lames planes, larges, fort brillantes; ces lames se divisoient en d'autres lames très minces & qui se replioient plusieurs fois à contre-sens avant de se rompre.

M. *Marggraff* rapporte dans son Mémoire sur l'étain (*) la même expérience, dont le résultat fut cependant un peu différent en ce que dans son expérience l'arsenic sort sublimé en partie sous la forme d'un régule & a calciné l'étain, qui s'est trouvé dans la cornue après l'opération, sous la forme d'une chaux. Pour mon expérience je me suis servi d'étain d'Angleterre; M. *Marggraff* s'est servi d'étain de Mélaque, & c'est probablement la cause de la différence des résultats.

Expérience II.

Je distillai comme dans l'expérience précédente un mélange d'une once de plomb avec autant d'arsenic blanc pulvérisé; dans le récipient je trouvai quelques gouttes d'un fluide sans couleur, que je n'ai pas particuliérement examiné, mais qui probablement n'étoit qu'aqueux; de plus il s'y trouva, de même que dans la partie antérieure du cou de la cornue, de l'arsenic sublimé en poudre blanche; derriere ce sublimé poudreux je trouvai quelques grains de régule d'arsenic sublimé; dans la cornue il se trouva un verre couleur d'hyacinthe foncée & $\frac{1}{2}$ once $\frac{1}{2}$ drachme de plomb, qui étoit assez cassant & dont la fraction présenta une cristallisation à lames, d'abord brillantes, qui se ternirent à l'air dans quelques heures.

Il paroît par cette expérience

1) que l'arsenic est capable de s'unir au plomb, qu'il le rend cassant & qu'il dispose ses parties à prendre un arrangement régulier;
2) que l'arsenic a plus d'affinité avec le phlogistique que la chaux de plomb, car sans cela il n'auroit pas pu se former de régule d'arsenic.

Expé-

(*) Voyez Opuscules Chymiques, premier Volume pag. 192.

Expérience III.

Je distillai dans une cornue de grès à laquelle j'avois adapté un récipient avec un lut d'argile, une once de zinc & autant d'arsenic; dans le récipient il se trouva un sublimé abondant poudreux & gris; dans le cou de la cornue je trouvai un sublimé plus solide cristallisé en quelques endroits, & d'un gris plus foncé. La cornue contenoit une masse noire, qui n'avoit pas éprouvé de fusion; dans la fraction je trouvai des cristaux en aiguilles de différentes couleurs, ressemblants à un métal minéralisé & cristallisé.

Il paroît par cette expérience que l'arsenic détruit le zinc, & se combine avec ce demi-métal en partie détruit; de cette combinaison il doit résulter une mine artificielle.

Expérience IV.

Je distillai, comme dans les expériences précédentes, une once de bismuth, avec autant d'arsenic blanc pulvérisé; dans le récipient il se trouva quelques gouttes d'un fluide sans couleur, probablement aqueux, & une petite quantité de sublimé blanc en poudre; un semblable sublimé tapissoit intérieurement la partie antérieure du cou de la cornue; dans sa partie postérieure il se trouva un sublimé grisâtre, mais point de régule d'arsenic. La cornue ne contenoit ni scorie, ni substance vitrifiée, mais seulement une once moins 10 gr. de bismuth qui ne paroissoit différer en rien du bismuth pur.

Il suit de cette expérience que l'arsenic traité avec le bismuth par voie de distillation ne se combine pas avec ce demi-métal, ne le calcine pas, & ne lui enleve que très peu de son phlogistique, & pas assez pour prendre la forme réguliere.

Expérience V.

Je distillai dans une cornue de grès munie d'un récipient une once d'arsenic blanc pulvérisé, avec autant de régule d'antimoine simple; le récipient contenoit un sublimé blanc en poudre; à l'embouchure du cou de la cornue il se trouva un sublimé gris; plus en arriere je trouvai le cou de la cornue entierement bouché par un sublimé solide composé d'arsenic cristallisé transparent, d'arsenic rouge, & d'un peu de régule d'arsenic. La cor-

nue renfermoit le régule, pesant une demi-once 3 drachmes 10 grains; autant qu'on peut en juger par l'apparence extérieure il ne paroissoit différer en rien du régule d'antimoine pur; sa surface étoit couverte d'une couche mince d'un verre foncé couleur d'hyacinthe.

Il paroit par cette expérience que l'arsenic a décomposé une partie du régule d'antimoine, sans s'unir à la partie qu'il n'a pas décomposée.

Expérience VI.

Je distillai un mélange d'antimoine crud, & d'arsenic blanc pulvérisé, fait à parties égales; dans le récipient je trouvai deux sublimés; l'un étoit blanc & en poudre & l'autre jaune & adhérent au verre; les mêmes sublimés se trouverent dans la partie antérieure du cou de la cornue. Plus en arriere je trouvai un sublimé solide; une partie de ce sublimé étoit jaune & l'autre rouge, & ressembloit à de l'arsenic jaune & à de l'arsenic rouge dont surement il ne différoit en aucune maniere; dans la cornue je trouvai une masse qui avoit éprouvé la fusion; pour la couleur elle ressembloit à du crayon noir; dans la fraction cette masse ne paroissoit pas cristallisée, si ce n'est dans quelques endroits où je trouvai des cristaux en aiguilles ressemblants à ceux de l'antimoine crud. L'on voit par l'expérience que je viens de rapporter que l'arsenic décompose l'antimoine crud en lui enlevant une partie de son soufre; il est à supposer que si l'antimoine restant dans la cornue avoit été distillé encore une ou plusieurs fois avec l'arsenic, il auroit perdu tout son soufre & qu'il ne seroit resté dans la cornue que le régule d'antimoine.

Le fer, la platine & le cuivre étant des métaux de trop difficile fusion, je n'ai pas tenté de les combiner avec l'arsenic par distillation, parce qu'il est très fort à présumer que l'arsenic seroit entierement volatilisé avant que ces métaux entrent en fusion, & par conséquent aussi, avant qu'il puisse se faire de combinaison; je préfere par cette raison de les faire fondre dans des creusets avec de l'arsenic fixé par du sel de tartre; je répétai la même expérience sur les métaux que j'ai distillés avec l'arsenic seul, parce qu'il étoit très probable qu'il se trouveroit une différence très marquée dans les résultats, ce qui sera prouvé par la suite de ce Mémoire.

Expérience VII.

Je mis dans un creuset de Hesse 2 drachmes de platine, autant d'arsenic blanc pulvérisé mêlé avec 3 drachmes de potasse; je fermai le creuset avec un couvert bien luté & je le plaçai pendant une demi-heure dans un fourneau à vent qui produit un feu extrémement violent; après qu'il fut refroidi, je le cassai & trouvai la platine fondue en un bouton dont la surface étoit bien lisse & qui étoit bien arrondi, ce qui prouve qu'elle avoit éprouvé une fusion bien parfaite; ce bouton pesoit exactement 2 drachmes; il étoit recouvert d'une vitrification brune opaque formée par l'arsenic & la potasse; ce métal étoit très cassant & il ne s'applatit que très peu par plusieurs coups de marteau & se rompit par le milieu; dans la fraction il ressembloit pour la texture du grain à de l'acier, mais il en différoit par sa couleur, qui étoit plus sombre; la lime n'entamoit ce métal que très difficilement.

Afin de reconnoître si l'arsenic s'étoit uni avec la platine, ou s'il avoit simplement servi de fondant, je mis 77 grains de cette platine fondue avec l'arsenic & la potasse sous une mouffle rougie; dès qu'elle fut échauffée jusqu'au rouge brun, il s'en exhala des vapeurs blanches arsenicales; je la tirai de dessous la mouffle pour l'examiner & fus fort étonné de la trouver amollie; elle ressembloit à un amalgame de mercure & d'étain tant par sa consistance que par sa couleur argentine. Ayant augmenté subitement le feu, elle entra en fusion complette & devint parfaitement fluide; au bout d'une demi-heure je l'examinai de nouveau; elle étoit devenue solide, il ne s'en exhaloit plus de vapeurs blanches, sa surface avoit la couleur de l'argent qu'on nomme en allemand *matt Silber*, dans la fraction elle avoit aussi la couleur de l'argent, elle ne pesoit plus que 64 grains; je la mis sur une enclume, & l'applatis très fort par des coups de marteaux réitérés; elle me parut être extrémement malléable & aussi ductile que l'or même; la lime l'entamoit fort aisément.

Pour voir si une chaleur plus forte que celle que je pus produire dans le fourneau d'essai sous la mouffle ne feroit pas éprouver de nouveau la fusion à la platine, je mis 54 grains de celle qui avoit été calcinée sous la mouffle dans un creuset que je plaçai pendant deux heures dans un fourneau

Digitized by Google

à vent qui a beaucoup de force; mais elle ne subit aucun changement & ne perdit rien de son poids, ce qui prouve que tout l'arsenic avec lequel elle s'étoit combinée avoit déjà été dissipé sous la mouffle.

Il suit de l'expérience que je viens de rapporter

1) Que la platine s'unit avec l'arsenic,

2) Que l'arsenic la rend très fusible & très cassante,

3) Que le feu suffit pour séparer l'arsenic de la platine.

J'avois employé dans l'expérience précédente deux drachmes de platine, & le bouton de métal que je trouvai pesoit 2 drachmes; or comme 77 grains de cette platine arsenicale perdent par l'évaporation de l'arsenic 13 grains, il s'ensuit que le bouton de platine arsenicale qui se trouva dans le creuset contenoit $20\frac{20}{77}$ grains d'arsenic; donc 2 drachmes de platine perdent par leur fusion avec l'arsenic & la potasse dans les proportions que j'ai indiquées $20\frac{20}{77}$ grains. J'attribue cette diminution de poids, non à une destruction des parties propres de la platine, mais plutôt à la séparation & destruction des parties hétérogenes & principalement ferrugineuses qu'elle contenoit; ce qui devient vraisemblable par la couleur brune de la masse qui couvroit la platine fondue & qui résulta de la fusion de l'arsenic avec la potasse.

Plusieurs Chimistes ont déjà fait des expériences pour combiner la platine avec l'arsenic; mais les résultats qu'ils ont obtenus ne s'accordent en aucune maniere. M. *Scheffer* prétend qu'en projettant de l'arsenic sur de la platine rougie dans un creuset, elle entre fort aisément en fusion. M. *Lewis* répand d'abord du doute sur l'expérience de Scheffer; mais ensuite il dit avoir fondu la platine au moyen de l'arsenic sans cependant avoir pu lui donner un degré de fluidité assez considérable pour pouvoir la faire couler hors du creuset; Mrs. *Marggraff*, *Baumé* & *Macquer* ont tenté, mais inutilement, de combiner la platine avec l'arsenic; dans toutes les expériences dont ces Chimistes ont changé les circonstances de différentes manieres, l'arsenic s'est toujours dissipé en vapeurs, & n'a produit aucun changement sur la platine.

Il est aisé de trouver la raison par laquelle l'arsenic s'est combiné avec la platine dans mon expérience; tandis que cette combinaison ne s'est pas

faite dans les expériences de Mrs. *Marggraff*, *Baumé* & *Macquer*. L'arſenic eſt extremement volatil, la platine eſt de très difficile fuſion; l'arſenic s'eſt donc toujours volatiliſé avant qu'il ait pu agir ſur la platine; l'alcali que j'y ai ajouté l'a fixé, & a empêché qu'il ne ſe diſſipe avant que la platine ait été chauffée au degré où elle doit l'être pour pouvoir s'unir avec l'arſenic; c'eſt par la même raiſon que dans toutes les expériences que j'ai faites pour combiner par voie de fuſion dans des creuſets des métaux avec de l'arſenic, j'y ai toujours ajouté de l'alcali, & cela dans la proportion de 3 parties de potaſſe contre 2 parties d'arſenic, parce que j'ai trouvé par des expériences réitérées qu'en fondant ce mélange il ne ſe volatiliſe point d'arſenic, & qu'il eſt entierement fixé par l'alcali.

J'entrevois une objection qu'on peut faire contre cette méthode de déterminer ſi un métal peut s'unir avec l'arſenic, la voici; ſi l'arſenic, dira-t-on, a plus d'affinité avec l'alcali qu'avec le métal, il ne s'y unira pas, quoique le métal par ſa nature ſoit très propre à former une combinaiſon avec l'arſenic. Cette objection ſera détruite par les expériences que je rapporterai dans ce Mémoire & dans les ſuivants ſur le même ſujet, qui prouveront que l'affinité de l'arſenic avec toutes les ſubſtances métalliques ſurpaſſe de beaucoup celle de ce minéral avec les ſels alcalins.

Expérience VIII.

Je fis fondre dans un creuſet bien luté 6 lots de cuivre avec autant d'arſenic & 9 lots de potaſſe; il devint blanc & extrémement caſſant; le grain dans la fraction étoit gris, ſerré & fin; je fis rougir ſous la mouffle un morceau de ce cuivre arſenical; il s'en exhala de fortes vapeurs arſenicales, & le cuivre devint fluide au moment où il commença à rougir; il reſta dans cet état jusqu'à ce que l'arſenic fut entierement diſſipé; alors il devint ſolide; il avoit repris ſa couleur rouge naturelle & la ductilité qu'il avoit avant d'avoir été combiné avec l'arſenic.

M. *Baumé*, dans ſa Chimie expérimentale & raiſonnée Tom. 2. p. 656. dit avoir été obligé de fondre le cuivre 5 fois de ſuite avec le ſel neutre arſenical pour lui faire perdre toute ſa couleur; dans mon expérience une ſeule

fusion a suffi; il a fait fondre ce cuivre arsenical de nouveau sans aucune addition, & il l'a fait chauffer longtemps pour faire dissiper tout l'arsenic; sa couleur ne lui est pas revenue, mais il a repris sa ductilité. J'ignore ce qui peut causer cette différence entre le résultat & l'expérience de cet illustre Chimiste & la mienne (*).

Expérience IX.

Je fis fondre du fer de fonte avec autant d'arsenic & de la potasse ajoutée à l'arsenic dans la proportion de 2 à 3; une partie de l'arsenic se combina avec le fer; il étoit extrémement cassant, la fraction avoit un grain plus fin & plus serré qu'auparavant; d'ailleurs son apparence extérieure n'avoit pas changé.

Expérience X.

Je fis fondre dans un creuset bien luté du plomb avec de l'arsenic & du sel alcali dans les proportions indiquées dans l'expérience précédente, & laissai refroidir le tout; à l'ouverture du creuset je trouvai un culot de plomb, qui par quelques coups se sépara en plusieurs morceaux; son intérieur présenta une très belle cristallisation à facettes planes très brillantes & rhomboïdales, qui en se réunissant par leurs angles aigus laissoient souvent des espaces vuides. Une partie de ce plomb fut mise de nouveau en fusion sans addition, & versée dans un moule cylindrique de terre grasse; le cylindre qui se forma étoit extrémement pliant & sa fraction ne présenta plus aucune cristallisation; il ne sembloit différer en rien du plomb pur, ce qui ne peut provenir que de la foible adhérence du plomb avec l'arsenic, & de la volatilisation de ce dernier au degré de chaleur nécessaire pour faire fondre le plomb.

Expérience XI.

Je fis fondre, dans les proportions indiquées dans les expériences précédentes, de l'étain d'Angleterre avec de l'arsenic & de la potasse; le culot que je trouvai au fond du creuset ressembloit dans la fraction au culot de plomb arsenical de l'expérience précédente. Je le fis fondre & le versai

(*) J'ai trouvé depuis que l'alliage d'arsenic & de cuivre dont la fraction polie ou non polie, nouvellement faite, est blanche, jaunit au bout de quelques heures à l'air, & prend la couleur du léton.

dans un moule cylindrique de terre grasse; le cylindre qui en résulta ressembloit au zinc dans la fraction, & il avoit aussi, à peu de différence près, le degré de ductilité de ce demi-métal.

Expérience XII.

Je fis fondre, dans les proportions ci-dessus mentionnées, du bismuth avec de l'arsenic & de la potasse; le culot de bismuth que je trouvai après l'opération au fond du creuset, ne différoit en rien du bismuth pur; je le fis fondre & le versai dans un moule cylindrique; le cylindre qui en résulta ne différoit en rien d'un cylindre semblable fait de bismuth pur.

Si l'on compare cette expérience avec celle que j'ai faite en distillant le bismuth avec l'arsenic, l'on n'aura pas de peine à se convaincre que ces deux substances semi-métalliques sont incapables de s'unir.

Expérience XIII.

Je fis éprouver la fusion à un mélange de régule d'antimoine, d'arsenic & de potasse, fait dans les proportions déjà souvent indiquées, & versai le métal dans un moule cylindrique; le cylindre qui en résulta, étoit extrémement cassant dans la fraction, il étoit très brillant, & il me parut qu'il différoit un peu du régule d'antimoine en ce qu'il paroissoit plus distinctement cristallisé en lamines dans la fraction.

Expérience XIV.

Je fis fondre du zinc avec de l'arsenic & de la potasse, en conservant les mémes proportions indiquées dans les expériences précédentes; à l'ouverture du creuset je trouvai une masse poreuse, grise, verdâtre, dans laquelle il se trouva quelques grains de métal dispersés; la quantité de ce métal n'étoit pas suffisante pour pouvoir le soumettre à d'autres épreuves & reconnoitre ses propriétés.

Si l'on compare cette expérience avec celle où j'ai donné la description du résultat de la distillation du zinc avec l'arsenic, l'on verra que l'arsenic détruit le zinc en le privant de son phlogistique; cette destruction du zinc ne peut pas être attribuée à l'inflammation de ce métal, car elle ne sauroit avoir lieu dans des vaisseaux fermés.

SUR
l'arſenic & ſa combinaiſon avec différents corps.

PAR M. ACHARD.

SECOND MÉMOIRE.

Dans le premier Mémoire ſur ce ſujet j'ai rapporté des expériences qui tendent à faire connoître l'action de l'arſenic ſur pluſieurs ſubſtances métalliques; il reſte encore à examiner de quelle maniere l'arſenic agit ſur l'argent, le fer, le cuivre, le régule de cobalt, & le mercure, lorsqu'il eſt diſtillé avec ces métaux ſans autre addition.

Expérience I.

Je diſtillai dans une cornue de grès une demi-once d'argent en limaille avec autant d'arſenic; l'arſenic s'attacha dans le cou de la cornue & forma un ſublimé blanc en partie poudreux, & en partie criſtallin; l'argent n'avoit ni augmenté ni diminué de poids; il n'avoit pas éprouvé la fuſion: je le fis fondre dans un creuſet; il en réſulta un bouton qui étoit aſſez malléable à la ſurface; il avoit la couleur de l'argent, mais dans la fraction il étoit couleur d'ardoiſe.

Expérience II.

Je diſtillai deux onces de mercure avec autant d'arſenic; ces deux ſubſtances ſe ſublimerent enſemble ſans ſe combiner; il ſuffiſoit de broyer ce ſublimé pour ſéparer entierement l'argent vif de l'arſenic.

Expérience III.

Je diſtillai une demi-once de limaille de fer avec autant d'arſenic; l'arſenic ſe ſublima, en partie ſous la forme d'une poudre blanche, & en partie ſous

ſous une forme réguliere; le fer reſta dans la cornue ſous la forme d'une maſſe noire; il étoit privé du brillant métallique, mais l'aiman l'attiroit encore aſſez fort.

Expérience IV.

Je diſtillai une once de limaille de cuivre avec autant d'arſenic; l'arſenic ſe ſublima dans le cou de la cornue. Le cuivre avoit éprouvé la fuſion; il ne paroiſſoit changé ni pour la couleur ni pour la malléabilité; mais il s'en étoit calciné une partie conſidérable, ce qui ne peut provenir que de l'arſenic; car dans des vaiſſeaux diſtillatoires l'air n'a pas aſſez d'accès pour qu'on puiſſe attribuer cette calcination au feu ſeul.

Expérience V.

Je diſtillai une demi-once de régule de cobalt avec autant d'arſenic; l'arſenic ſe ſublima dans le récipient & dans le cou de la cornue en forme de poudre; il ne ſe forma pas de régule d'arſenic, en ſorte qu'il ne paroît s'être fait aucune décompoſition du régule de cobalt. Je le trouvai dans la cornue ſous la forme d'une maſſe noire qui n'avoit pas d'apparence métallique; cette maſſe peſoit une demi-once 10 gr. donc le régule de cobalt avoit retenu 10 gr. d'arſenic. Je fis fondre cette maſſe dans un creuſet; il en réſulta un bouton qui ne paroiſſoit différer en rien du régule de cobalt pur.

Je paſſe au récit des expériences que j'ai faites pour déterminer l'action de l'arſenic ſur les chaux métalliques.

Expérience VI.

Je diſtillai une once de chaux d'étain avec autant d'arſenic; dans le récipient il ſe trouva un ſublimé blanc en poudre, & quelques gouttes d'un fluide aqueux; l'embouchure du cou de la cornue étoit rempli d'un ſemblable ſublimé; plus en arriere il étoit gris, & la voute de la cornue étoit couverte de régule d'arſenic: la chaux d'étain n'avoit pas éprouvé de fuſion; elle formoit une maſſe griſâtre qu'il étoit aiſé de pulvériſer entre les doigts. Je diviſai cette maſſe, qui peſoit une demi-once 3 drachmes 2 ſcrupules, en deux parties, & fis éprouver à l'une dans un creuſet un feu très fort; elle devint couleur de chair, mais elle n'éprouva pas de fuſion; je fis bouillir

l'autre partie avec de l'eau diſtillée, afin de voir s'il ſe feroit une diſtillation; après avoir continué l'ébullition pendant plus d'une heure, je filtrai le fluide; il paſſa trouble par le papier, & après quelques heures il ſe dépoſa un précipité blanc; je le filtrai de nouveau, & il ſe forma encore par le repos de la liqueur filtrée un précipité; j'y ajoutai quelques gouttes d'huile de tartre par défaillance; mais je ne remarquai pas que la liqueur devînt plus trouble qu'elle n'étoit. Je n'avois pas une aſſez grande quantité de ce précipité pour pouvoir le ſoumettre à quelque expérience; ce que je me réſerve de faire dans mon troiſieme Mémoire.

Expérience VII.

Je diſtillai du minium avec une égale quantité d'arſenic; dans le récipient je trouvai quelques gouttes d'un fluide aqueux, mais point de ſublimé; une partie de l'arſenic s'étoit ſublimée en poudre & en criſtaux dans le cou de la cornue, qui contenoit une maſſe qui avoit éprouvé la fuſion; elle étoit jaune, opaque, & reſſembloit pour l'apparence extérieure à de l'arſenic jaune. Je l'expoſai au feu de fuſion dans un creuſet; elle forma encore une maſſe opaque & jaune, dont la ſurface étoit criſtalliſée en ramifications, ſans agir ſenſiblement ſur le creuſet; d'où il ſuit que l'arſenic a beaucoup changé la chaux de plomb, qui, comme l'on ſait, lorſqu'elle eſt pure ſe fond en un verre jaune très tranſparent qui attaque & détruit le creuſet; je pulvériſai une partie de cette maſſe & la fis bouillir avec de l'eau diſtillée; il ne ſe fit aucune diſtillation, & l'huile de tartre par défaillance ajoutée au fluide filtré n'occaſionna pas de précipitation.

Expérience VIII.

Je diſtillai une once d'arſenic avec une égale quantité de chaux de fer faite avec l'acide du vinaigre; il ne paſſa rien dans le récipient; le cou de la cornue renfermoit de l'arſenic en poudre, de l'arſenic criſtalliſé & du régule d'arſenic; dans la cornue je trouvai une maſſe noire qui n'avoit pas éprouvé de fuſion & qui peſoit 1 once & 1 ſcrupule. Une partie de cette maſſe fut expoſée dans un creuſet au feu de fuſion, ſans qu'elle ait ſubi de changement; l'autre partie fut bouillie avec de l'eau diſtillée. Le fluide ayant été

Digitized by Google

filtré, j'y ajoutai de l'huile de tartre par défaillance; elle ne se troubla pas & il ne se forma point de précipité.

Expérience IX.

Je distillai une once de chaux de cuivre que j'avois obtenue par la calcination des cristaux de Vénus, avec autant d'arsenic; le récipient contenoit quelques gouttes d'un fluide aqueux, & un peu de sublimé blanc en poudre; dans le cou de la cornue il se trouva un semblable sublimé, & aussi un sublimé cristallin; la cornue renfermoit une masse du poids d'une once 1 scrupule; sa surface avoit une apparance métallique & la couleur du cuivre; dans la fraction elle étoit poreuse & composée de petits cristaux formés en aiguilles; l'ayant fait bouillir avec de l'eau, je trouvai qu'elle étoit entierement indissoluble.

Expérience X.

Je distillai une once de fleurs de zinc avec autant d'arsenic; il passa dans le récipient quelques gouttes d'un fluide aqueux & un peu d'arsenic en forme de sublimé blanc poudreux; il y avoit un semblable sublimé à l'embouchure du cou de la cornue; plus en arriere il y avoit de l'arsenic cristallisé, & une petite quantité de régule d'arsenic; dans la cornue je trouvai une masse jaunâtre qui n'avoit pas éprouvé de fusion; elle pesoit une & demi-once: je la divisai en deux portions; l'une fut exposée au feu de fusion dans un fourneau à vent; elle devint noire & commença à éprouver les premiers degrés de la fusion; l'autre partie fut bouillie dans de l'eau distillée; cette eau passa toujours trouble par le filtre, quoique la filtration fût souvent réitérée, & toujours il se déposoit au bout de quelques heures un précipité blanc assez abondant; l'huile de tartre par défaillance, ajoutée à la liqueur filtrée, ne la troubla pas d'avantage.

Expérience XI.

Je distillai un mélange de magistere de bismuth & d'arsenic fait à parties égales; il passa dans le récipient quelques gouttes d'une liqueur acide qui provenoit probablement de l'acide nitreux encore adhérent au magistere de bismuth; dans le cou de la retorte je trouvai de l'arsenic sublimé en pou-

P 2

poudre, de l'arſenic criſtalliſé & un peu de régule d'arſenic, la cornue renfermoit une maſſe jaune, opaque, qui avoit éprouvé la fuſion & qui dans la fraction étoit criſtalliſée en aiguilles. Par une ſeconde fuſion j'obtins une maſſe qui reſſembloit à tous égards à celle que j'obtins en faiſant fondre le réſidu de la diſtillation du minium avec l'arſenic; cette expérience confirme encore l'analogie qu'on a déjà obſervée entre la chaux de plomb & celle de bismuth.

Expérience XII.

Je diſtillai un mélange d'antimoine diaphorétique & d'arſenic, fait à parties égales; je trouvai dans le récipient quelques gouttes d'un fluide aqueux; le cou de la cornue contenoit de l'arſenic ſublimé en poudre & en criſtaux; dans la cornue il ſe trouva une maſſe couleur de ſoufre, opaque, qui avoit éprouvé une entiere fuſion; ce qui prouve l'action de l'arſenic ſur la chaux d'antimoine.

Expérience XIII.

Je répétai l'expérience précédente avec de l'antimoine calciné *per ſe;* il s'attacha aux parois du récipient un ſublimé jaune; dans le cou de la cornue il ſe trouva des ſublimés jaunes, rouges & noirs, & à la voûte du régule d'arſenic; la cornue renfermoit un verre très foncé couleur de foie.

Expérience XIV.

Je diſtillai un mélange d'une once de cobalt de Saxe calciné par un feu très fort & continué pendant pluſieurs jours; l'arſenic ſe ſublima en entier & le cobalt reſta dans la cornue ſans ſubir aucun changement. Je le fis bouillir avec de l'eau diſtillée; cette eau paſſa toujours trouble par le filtre de papier, & au bout de quelques heures elle ſe troubla encore beaucoup plus & il ſe forma un précipité blanc aſſez abondant; je n'en ai pas eu une quantité aſſez conſidérable pour pouvoir l'examiner.

Je paſſe au récit de quelques expériences que j'ai faites en traitant l'arſenic par diſtillation avec l'acide vitriolique & quelques ſels neutres qui ont cet acide pour baſe.

Expérience XV.

Je distillai dans une cornue de grès une once d'arsenic avec autant d'huile de vitriol; l'acide passa dans le récipient avec une petite portion d'arsenic; il étoit devenu sulphureux & avoit une odeur extremement forte & suffoquante; dans le cou de la cornue il n'y avoit que quelques grains d'arsenic sublimé: la plus grande partie de l'arsenic étoit restée dans la cornue & il étoit entré en fusion & formoit une masse vitriforme, qui étant exposée à l'air perdit dans quelques heures sa transparence. La chaleur ayant été assez forte pour faire très bien rougir la cornue, il faut, puisque l'arsenic ne s'est pas volatilisé, mais qu'il est entré en fusion, que l'acide du vitriol lui ait donné un degré de fixité bien supérieur à celui qu'il a lorsqu'il est pur.

Expérience XVI.

Je soumis à la distillation un mélange d'une once de sel de Glauber & autant d'arsenic; il ne passa dans le récipient que quelques gouttes d'un fluide purement aqueux qui ne faisoit pas effervescence avec les alcalis; dans le cou de la cornue il se trouva un sublimé en partie poudreux & en partie cristallisé; la cornue renfermoit une masse saline qui étoit entrée en fusion. Il est à remarquer qu'en ouvrant les vaisseaux & en séparant le récipient de la cornue, l'on remarqua une odeur très forte & parfaitement semblable à celle de l'acide marin.

Expérience XVII.

Je distillai un mélange d'une once de tartre vitriolé avec autant d'arsenic; il ne passa ni fluide ni sublimé dans le récipient; dans le cou de la cornue il s'étoit sublimé de l'arsenic: le sel étoit resté dans la cornue sans avoir subi de changement; il avoit seulement perdu 10 grains de son poids, ce qui peut provenir de la volatilisation des parties aqueuses qu'il contenoit.

Expérience XVIII.

Je distillai un mélange fait à parties égales de sel ammoniac vitriolique & d'arsenic; ces deux substances se sublimerent ensemble sans se décomposer; à l'ouverture des vaisseaux je remarquai une odeur très forte & semblable à celle de l'acide marin.

Expérience XIX.

Je diſtillai un mélange de ſélénite & d'arſenic fait à parties égales; il paſſa dans le récipient quelques gouttes d'un fluide aqueux qui ne fit pas d'effervescence avec les alcalis; l'arſenic ſe ſublima en poudre & en criſtaux dans le cou de la cornue qui contenoit la ſélénite; elle n'avoit ſubi aucun changement. En ouvrant les vaiſſeaux, il en ſortit une vapeur extrémement ſuffoquante, qui reſſembloit pour l'odeur beaucoup à celle qu'on obſerve lorsqu'on ouvre les vaiſſeaux dans lesquels l'on a diſtillé le fluor de ſpath avec l'acide vitriolique.

Expérience XX.

Je diſtillai de l'alun mêlé avec une égale quantité d'arſenic, & trouvai dans le récipient un fluide qui faiſoit effervescence avec les alcalis; il avoit une odeur très forte & bien reſſemblante à celle de l'acide marin; l'arſenic s'étoit ſublimé dans le cou de la cornue, qui contenoit l'alun privé d'une partie de ſon acide.

Expérience XXI.

Je diſtillai du ſel d'Angleterre avec une égale quantité d'arſenic; je trouvai dans le récipient une liqueur acide, dont il s'exhaloit des vapeurs très ſuffoquantes en forme de fumée blanche; ſon odeur étoit très ſemblable à celle de l'acide marin. Dans le cou de la cornue il s'étoit ſublimé de l'arſenic, en poudre & en criſtaux; le réſidu de la cornue étoit jaunâtre; c'étoit la partie terreuſe du ſel d'Angleterre, c'eſt à dire la magnéſie combinée avec une partie de l'arſenic.

Dans le Mémoire ſuivant je rapporterai les expériences que j'ai faites pour découvrir de quelle maniere les autres acides & les ſels neutres, dans la compoſition desquels ils entrent, agiſſent ſur l'arſenic.

SUR
l'arsenic & sa combinaison avec différents corps.

PAR M. ACHARD.

TROISIEME MÉMOIRE.

Dans les deux premiers Mémoires que j'ai eu l'honneur de lire sur ce sujet, j'ai examiné l'effet de l'arsenic sur les métaux, les chaux métalliques, l'acide vitriolique & les sels neutres dans la composition desquels cet acide entre; je vai maintenant rapporter les expériences que j'ai faites afin de réduire les chaux métalliques traitées avec l'arsenic, & celles que j'ai tentées pour déterminer de quelle maniere l'arsenic agit sur les terres simples, sur les sels neutres qui ont les acides marins & nitreux pour base, sur ces acides mêmes, sur l'acide du vinaigre, l'acide des fourmis, le sel sédatif, le borax, l'acide phosphorique, & le phosphore.

Expérience I.

Je mêlai le verre couleur d'hyacinthe que je trouvai dans la cornue qui servit à la distillation du plomb avec l'arsenic dont j'ai parlé dans mon premier Mémoire, & qui étoit le résultat de la combinaison de l'arsenic & de la chaux du plomb dont il avoit occasionné en grande partie la calcination, avec autant de flux noir, & fis fondre ce mélange; j'obtins du plomb sous forme métallique, qui ne différoit rien du plomb pur; donc l'arsenic étant combiné avec la chaux de plomb ne lui ôte pas la propriété de pouvoir être réduite à l'aide du phlogistique; il est très probable qu'à cause de la grande affinité du phlogistique avec l'arsenic il le sépare d'abord de la chaux du plomb & se volatilise avec lui sous la forme de régule d'arsenic.

Expérience II.

L'expérience précédente fut répétée avec la masse qui résulta de la fusion du minium & de l'arsenic faite dans un creuset; le résultat fut le même & le plomb fut également réduit.

Expérience III.

Je fis fondre avec du flux noir, de la chaux d'étain que j'avois exposée avec autant d'arsenic au feu de fusion dans un creuset de Hesse; il se réduisit de l'étain, mais seulement une petite quantité; cet étain étoit cristallisé en lamines rhomboïdales comme celui qui est fort arsenical. Toute la chaux d'étain ne paroissoit pas s'être réduite, & celui qui avoit éprouvé la réduction étoit fort arsenical. Avant de pouvoir décider avec certitude si l'arsenic en se combinant avec la chaux d'étain lui ôte la propriété de pouvoir être entierement réduite, il faudroit répéter cette expérience, & faire attention à toutes les autres circonstances qui peuvent avoir privé la chaux d'être susceptible de la réductibilité; toujours paroît-il que l'arsenic a une très grande affinité avec l'étain, puisque le phlogistique n'a pas pu l'en priver entierement.

Expérience IV.

Je fis fondre avec du flux noir, de l'antimoine diaphorétique distillé auparavant dans une cornue de grès avec une égale quantité d'arsenic; le mélange entra complettement en fusion, mais il ne se fit pas la moindre *réduction*; ce manque de réduction ne peut pas être attribué à l'arsenic, puisqu'on sait que l'antimoine diaphorétique ne se réduit toujours que très difficilement & que souvent il ne se fait pas du tout de réduction lorsqu'on le fond avec des substances qui sont capables d'opérer la réduction des autres chaux métalliques.

Expérience V.

Je fis fondre avec du flux noir, de la chaux de cobalt distillée avec de l'arsenic, de la maniere que j'ai indiquée dans mon second Mémoire sur l'arsenic; le cobalt fut réduit & il ne paroissoit différer en aucune maniere du régule de cobalt pur.

Il ſuit de ces expériences que l'arſenic ne rend pas les chaux métalliques auxquelles il eſt combiné irréductibles; l'expérience faite pour réduire la chaux d'étain arſenicale & la petite portion de cette chaux qui a éprouvé la réduction ne prouvent pas le contraire, comme je l'ai déjà remarqué.

Je paſſe au récit des expériences que j'ai faites pour déterminer l'action de l'arſenic ſur les terres pures.

Expérience VI.

Je diſtillai un mélange d'une demi-once de ſable blanc broyé très fin & d'autant d'arſenic; je trouvai dans le récipient quelques gouttes d'un fluide aqueux, & un ſublimé blanc en poudre. En ſéparant le récipient de la cornue je remarquai une odeur aſſez ſemblable à celle qu'on obſerve quand on diſtille le fluor de ſpath avec des acides; le cou de la cornue contenoit de l'arſenic criſtalliſé, & au fond je trouvai une maſſe blanche du poids d'une demi-once, une & demi-drachme & un ſcrupule; elle étoit aſſez dure & n'avoit cependant pas éprouvé de fuſion. Il eſt très remarquable qu'il s'élevoit de ſa ſurface des criſtaux qui paroiſſoient être entierement terreux; ils avoient une poſition oblique: enſuite qu'en ſe coupant avec la ſurface de cette maſſe ils faiſoient des angles aigus; ces criſtaux avoient la figure de parallélipipedes, plus étendus en largeur qu'en profondeur. Ces criſtaux ſont-ils effectivement entierement terreux? l'arſenic peut-il donner aux parties de la terre vitrifiable la propriété de prendre une forme criſtalline réguliere? comment produit-il cet effet? toutes ces queſtions, qui ſont très intéreſſantes, ne peuvent être réſolues que par des expériences réitérées, & en donnant beaucoup d'attention aux circonſtances qui dans cette expérience peuvent favoriſer ou empêcher la formation des criſtaux qui ſe forment à la ſurface de la maſſe qui reſte dans la cornue.

Expérience VII.

Je diſtillai dans une cornue de grès une once de craie avec autant d'arſenic; il ne paſſa pas de fluide dans le récipient, mais un ſublimé griſâtre en poudre; dans le cou de la cornue il s'étoit ſublimé de l'arſenic blanc criſtalliſé & de l'arſenic en régule; le fond de la cornue renfermoit une maſſe qui

Digitized by Google

n'avoit pas éprouvé de fusion; elle pesoit une once, une demi-drachme, 10 grains; donc une once de terre calcaire fixe & retient une demi-drachme & 10 grains d'arsenic.

Expérience VIII.

Je distillai une demi-once de magnésie du sel d'Angleterre avec autant d'arsenic; il passa dans le récipient quelques gouttes d'un fluide aqueux & quelques grains d'arsenic en poudre; dans le cou de la cornue il s'étoit sublimé une petite partie de régule d'arsenic, & elle contenoit comme résidu une masse qui avoit éprouvé la fusion; elle étoit blanche à la surface & jaune dans la fraction, & étoit trop adhérente à la cornue pour que je pusse l'en séparer assez exactement pour pouvoir la peser; il paroît par la petite quantité d'arsenic qui se sublima, que la magnésie en avoit retenu une portion considérable.

Expérience IX.

Je distillai une demi-once de terre d'alun avec autant d'arsenic; il se sublima dans le récipient & dans le cou de la cornue en poudre & en forme cristalline; le résidu formoit une masse qu'il étoit aisé de pulvériser en la serrant entre les doigts; elle pesoit $3\frac{1}{2}$ drachmes 27 grains; la terre avoit donc perdu 3 grains de son poids, perte qu'on peut attribuer sans erreur à la volatilisation des parties aqueuses qu'elle contenoit.

Expérience X.

Je distillai un mélange d'une demi-once de fluor de spath réduit en poudre très fine avec autant d'arsenic; à l'ouverture des vaisseaux je ne remarquai aucune odeur particuliere; il s'étoit sublimé dans le récipient de l'arsenic en poudre & dans le cou de la cornue de l'arsenic cristallisé; le résidu de la cornue étoit en poudre & pesoit une demi-once: c'étoit le fluor de spath sur lequel l'arsenic n'avoit produit aucun effet, d'où il suit que l'acide de l'arsenic n'a pas sur le fluor de spath l'action des autres acides minéraux, qui, comme l'on sait, en volatilise une partie.

Je passe au détail des expériences que j'ai faites pour reconnoître l'action de l'arsenic sur l'acide nitreux & les sels neutres dans la composition desquels il entre.

Expérience XI.

Je distillai un mélange d'une once d'argile & d'autant d'arsenic; l'arsenic se sublima en poudre, en cristaux & en régule, dans le récipient, & dans le cou de la cornue, qui pour résidu renfermoit une masse reducrcie qui pesoit une once, une drachme; donc la terre argilleuse avoit retenu une drachme d'arsenic.

Expérience XII.

Je distillai dans une cornue de verre échauffée vers la fin de l'opération jusqu'à la faire rougir, de l'arsenic avec trois fois son poids d'esprit de nitre bien concentré, mais non fumant; l'acide passa dans la distillation sans changer d'odeur, avec une petite portion d'arsenic; il s'en trouva aussi quelques grains dans le cou de la cornue. La plus grande partie avoit beaucoup augmenté de fixité, & se trouva dans la cornue sous la forme d'une masse demi-transparente grise, rougeâtre, qui avoit éprouvé la fusion. Il paroît par cette expérience que l'acide nitreux donne de la fixité à l'arsenic comme l'acide vitriolique.

Expérience XIII.

Je distillai un mélange d'une once de nitre avec autant d'arsenic; je trouvai dans le récipient quelques gouttes d'acide nitreux qui exhaloit des vapeurs blanches très concentrées, & une petite quantité d'arsenic sublimé en poudre; il ne s'en trouva aussi que peu dans le cou de la cornue, qui renfermoit une masse blanche qui n'avoit pas éprouvé de fusion; elle pesoit $1\frac{1}{2}$ once $\frac{1}{2}$ drachme $1\frac{1}{2}$ scrupule 27 grains; donc la partie alcaline d'une once de nitre peut fixer & arrêter $\frac{1}{2}$ once $\frac{1}{2}$ drachme $1\frac{1}{2}$ scrupule d'arsenic.

Expérience XIV.

Je distillai un mélange d'une demi-once de nitre cubique & d'autant d'arsenic; en séparant les vaisseaux distillatoires je remarquai une très forte odeur d'acide nitreux; le récipient contenoit une petite portion d'arsenic sublimé en poudre; il s'en trouva aussi dans le cou de la cornue, dont le fond renfermoit une masse qui avoit éprouvé la fusion; elle étoit opaque, du poids d'une demi-once, 2 drachmes 32 grains; exposée à l'air elle en attira très promptement l'humidité. Il suit de cette expérience que le sel al-

Digitized by Google

cali minéral qui contient $\frac{1}{2}$ once de nitre cubique, peut fixer 2 drachmes 31 grains d'arſenic.

Expérience XV.

Je diſtillai une demi-once de nitre ammoniacal avec autant d'arſenic, & trouvai dans le récipient quelques gouttes d'un fluide aqueux d'une odeur fétide déſagréable & une petite portion d'arſenic ſublimé en poudre; le cou de la cornue en contenoit d'avantage; dans la cornue il ſe trouva pour réſidu un verre jaunâtre laiteux, du poids de 3 drachmes, 10 grains. L'examen de la nature de ce verre m'occupera dans les Mémoires ſuivants.

Je paſſe maintenant au récit des expériences que j'ai faites dans la vue de découvrir l'action de l'arſenic ſur l'acide marin & les ſels neutres dans la compoſition deſquels il entre.

Expérience XVI.

Je diſtillai de l'arſenic avec trois fois ſon poids d'acide marin; l'acide paſſa dans la diſtillation ſans paroître changé; l'arſenic ſe ſublima auſſi en entier en poudre blanche & en criſtaux.

Il paroît par cette expérience que l'acide marin n'a pas autant d'action ſur l'arſenic que les autres acides minéraux, & qu'il ne le prive pas d'une partie de ſa volatilité.

Expérience XVII.

Je diſtillai une once de ſel commun avec autant d'arſenic; il ne paſſa pas de fluide dans le récipient, mais une forte portion de ſublimé en poudre. A l'ouverture des vaiſſeaux diſtillatoires je remarquai cependant une odeur très marquée d'acide marin; le cou de la cornue étoit rempli d'arſenic ſublimé en poudre & en criſtaux; la cornue renfermoit une maſſe opaque qui avoit éprouvé la fuſion; elle peſoit une demi-once, $2\frac{1}{2}$ drachmes; cette perte de poids du ſel commun peut être attribuée aux parties aqueuſes qu'il contient toujours, & il ne ſemble pas que le ſel ait été décompoſé par l'arſenic.

Expérience XVIII.

Je diſtillai une once de ſel commun régénéré avec autant d'arſenic; je trouvai dans le récipient quelques gouttes d'un fluide aqueux & de l'arſenic

ſublimé en poudre blanche; il s'en trouva auſſi en poudre & en criſtaux dans le cou de la cornue, qui renfermoit une maſſe demi-tranſparente jaunâtre, qui avoit éprouvé la fuſion; elle peſoit une demi-once, $3\frac{1}{2}$ drachmes, 10 grains. Il ne paroît pas que l'arſenic ait décompoſé le ſel commun régénéré, puiſqu'il ne s'eſt pas trouvé d'acide dans le récipient; ce qu'il a perdu de ſon poids peut être attribué à la volatiliſation de ſon eau de criſtalliſation.

Expérience XIX.

Je diſtillai un mélange de ſel ammoniac & d'arſenic à parties égales; ces deux ſubſtances ſe ſublimerent enſemble ſans ſe décompoſer; ce qui paroît par le manque d'odeur du produit de cette opération, qui dans le cas où le ſel ammoniac auroit été décompoſé, auroit dû avoir l'odeur d'alcali volatil ou celle d'acide marin.

Expérience XX.

Je diſtillai une once de ſel ſédatif avec autant d'arſenic; il paſſa dans le récipient quelques gouttes d'un fluide aqueux & une petite quantité de ſublimé blanc en poudre; dans le cou de la cornue il ne ſe trouva pas d'arſenic, mais ſeulement quelques grains de ſel ſédatif ſublimé en criſtaux feuilletés; dans la cornue je trouvai un verre laiteux verdâtre qui peſoit 1 once, 2 drachmes, 2 ſcrupules. Il paroît par cette expérience que le ſel ſédatif fixe l'arſenic & qu'une once en retient 2 drachmes 2 ſcrupules.

Expérience XXI.

Je diſtillai une once de borax avec autant d'arſenic; je trouvai dans le récipient un fluide purement aqueux, & de l'arſenic ſublimé en poudre blanche; il s'en trouva auſſi dans le cou de la cornue. Elle renfermoit un verre jaune qui attira l'humidité de l'air avec beaucoup de promptitude, propriété que n'a pas le verre de borax pur & qu'il ne peut avoir acquiſe que par l'arſenic avec lequel il s'eſt combiné, ou qui lui a fait éprouver une décompoſition.

Expérience XXII.

Je diſtillai de l'arſenic avec 4 fois ſon poids de vinaigre très concentré; l'acide paſſa dans le récipient avec une petite portion d'arſenic qui ſe ſublima en poudre blanche; le cou de la cornue contenoit de l'arſenic en poudre, en criſtaux & en forme réguliere; la cornue étoit entierement vuide.

Digitized by Google

Expérience XXIII.

Je distillai de l'arsenic avec trois fois autant d'acide de fourmis très concentré; le résultat de cette distillation fut semblable à celui de la distillation de l'expérience précédente, avec l'exception cependant qu'il ne se forma pas de régule d'arsenic.

Il suit des deux dernieres expériences, que l'acide du vinaigre, de même que celui du vinaigre, n'agit pas sur l'arsenic comme les acides minéraux, & qu'il ne diminue pas sa volatilité naturelle.

Expérience XXIV.

Je distillai de l'acide phosphorique tiré des os avec autant d'arsenic; je ne trouvai rien dans le récipient; dans le cou de la cornue il s'étoit sublimé de l'arsenic en poudre & en cristaux; la cornue contenoit une masse vitriforme, qui avoit éprouvé la fusion; elle étoit si adhérente au verre de la cornue, qu'il me fut impossible de l'en séparer pour la peser; il me parut cependant, à en juger par la petite portion d'arsenic qui s'étoit sublimée, que l'acide phosphorique avoit retenu une partie de l'arsenic.

Expérience XXV.

Je distillai 2 drachmes de phosphore avec autant d'arsenic, & assez d'eau pour recevoir le tout; ce qui étoit nécessaire, pour empêcher que le phosphore ne se consumât ou ne se volatilisât trop vite, avant que l'arsenic eût pu agir sur lui; je trouvai dans le récipient des parties de phosphore, & un sublimé noir, adhérent au verre, qui s'enflamma peu après qu'il fut exposé à l'air. Dans le cou de la cornue il se trouva un sublimé de la même couleur qui s'enflamma au moment où j'ouvris les vaisseaux; la cornue étoit entierement vuide. Il paroît par cette expérience que l'arsenic n'agit pas sur le phosphore, puisqu'il a passé dans la distillation sans être décomposé; la noirceur du sublimé provient probablement de l'union de l'arsenic avec le phlogistique d'une portion du phosphore qui se détruit toujours aussi souvent qu'on le distille.

EXTRAIT
des Observations météorologiques faites à Berlin en l'année 1781.
PAR M. BEGUELIN.

Les éclairciſſemens ſur la méthode d'obſerver ſont rapportés dans les Mémoires des années 1769 & 1770, p. 128 & 75. Il ſuffira d'en répéter ici que l'échelle du Baromètre eſt diviſée en pouces & lignes du pied de Paris; & que la graduation du Thermomètre de mercure eſt celle qu'on nomme de Réaumur, dans laquelle la chaleur de l'eau ſous la glace, ou le point du dégel, eſt o; & l'eſpace entre ce point & celui de la chaleur de l'eau bouillante eſt diviſé en 80 parties égales.

TABLEAU
des hauteurs barométriques extrêmes & moyennes pour chaque mois de l'année 1781.

Mois.	Jours.	La plus grande élévation.	Jours.	La moindre élévation.	Variation totale.	Le milieu.	Hauteur moyenne.
Janvier.	le 10.	28″.8‴,6.	le 25.	27″.4‴,6.	16‴.	28″. 8‴,6.	28″. 0‴,6.
Février.	le 3.	28. 5, 0.	le 13.	27. 2, 5.	14, 5.	27. 9, 7.	27. 10, 0.
Mars.	le 13.	28. 6, 0.	le 26.27.	27. 8, 0.	10, 0.	28. 1, 0.	28. 2, 0.
Avril.	le 19.	28. 3, 5.	le 13.	27. 8.	7, 5.	27. 11, 7.	28. 0, 6.
Mai.	le 24.	28. 5.	le 5. 9.	27. 9.	8.	28. 1.	28. 1, 1.
Juin.	le 29.	28. 3, 8.	le 25.	27. 9.	6, 8.	28. 0, 4.	28. 0, 1.
Juillet.	le 5.	28. 4.	le 26.	27.10.	6.	28. 1.	28. 1, 3
Août.	le 5.	28. 4, 5.	le 20.	27. 8, 2.	8, 3.	28. 0, 3.	28. 0, 9.
Sept.	le 12.	28. 5, 2.	le 26.	27. 1, 4.	15, 8.	27. 9, 1.	27. 11, 8.
Octobre.	le 8.	28. 6, 2.	le 30.	27. 5, 5.	12, 7.	27. 11, 8.	28. 0, 9.
Nov.	le 26.	28. 4, 2.	le 15.	27. 2.	14. 2.	27. 9, 1.	27. 11, 1.
Déc.	le 21.	28. 5, 1.	le 31.	27. 8.	9, 1.	28. 0, 5.	28. 1, 5.
Année 1781	le 10. Janvier.	28″.8,‴6.	le 26. Sept.	27″.1‴,4.	19‴,2.	27″.11‴.	28″. 0‴,6.

Remarque. La hauteur moyenne du Barométre à Berlin, conclue des 13 dernieres années 1769-1781 est = 28″. 0,3845‴.

Pl. I. La Planche qui accompagne ces extraits, repréſente les hauteurs quotidiennes du Barométre pendant toute l'année.

TABLEAU

des hauteurs extrêmes & moyennes du Thermométre aux heures de la plus grande chaleur diurne, vers les 2 heures de l'après-midi, pour chaque mois de l'année 1781.

Mois.	Jours.	La plus grande chaleur.	Jours.	La moindre chaleur.	Différence.	Milieu.	Chaleur moyenne.
Janvier.	le 30.	5ᵈ, 5.	le 24.	— 6ᵈ.	11ᵈ, 5.	— 0ᵈ, 25.	— 0ᵈ, 5.
Février.	le 13.	9.	le 7.	— 3.	12.	+ 3.	2, 2.
Mars.	le 26.	12, 5.	le 28.	+ 3.	9, 5.	7, 7.	6, 3.
Avril.	le 20.	19.	le 3, 4.	3.	16.	11.	11, 6.
Mai.	le 20.	23.	le 5.	7.	16.	15.	16, 1.
Juin.	le 24.	24	le 5.	12, 5.	11, 5.	18, 2.	19, 7.
Juillet.	le 4.	27, 6.	le 23.	13, 5.	14, 1.	20, 5.	18, 8.
Août.	le 13.	26.	le 4, 21.	14.	12.	20.	20, 7.
Septembre.	le 2.	25, 2.	le 25.	7, 5.	17, 7.	16, 3.	16, 25.
Octobre.	le 15.	12.	le 22,24.	3, 5.	8, 5.	7, 7.	8, 6.
Novembre.	le 6.	11, 5.	le 26.	0.	11, 5.	5, 7.	5.
Décembre.	le 28.	6, 3.	le 11.	— 4, 6.	10, 9.	0, 85.	1, 9.
Année 1781.	4. Juillet.	27ᵈ, 6.	24. Janv.	— 6ᵈ.	33ᵈ, 6.	10ᵈ, 8.	10ᵈ,64

Remarque. La chaleur moyenne du midi à Berlin conclue des treize dernieres années 1769-1781, est = 9ᵈ,846.

Le

Digitized by Google

Le même Tableau pour les heures du matin & du soir.

Mois.	Jours.	Le plus haut deg.	Jours.	Le plus bas degré.	Différence.	Milieu.	Chaleur moyenne.	Variation totale.
Janvier.	le 30.	4d.	le 23, 24.	— 8d.	12d.	—2½d.	— 1d, 8.	13d, 5.
Février.	le 13.	5.	le 7.	— 6.	11.	— 0, 5.	+ 0, 7.	15.
Mars.	le 26.	7, 5.	le 28.	0.	7, 5.	+ 3, 7.	3, 4.	12, 5.
Avril.	le 20.	13, 7.	le 1.	1.	12, 7.	7, 4.	7, 6.	18.
Mai.	le 20.	17.	le 5, 8.	4.	13.	10, 5.	10. 3.	19.
Juin.	le 23, 28.	19.	le 5.	9, 2.	9, 7.	14, 1.	14, 7.	14, 2.
Juillet.	le 2.	21.	le 23.	10, 5.	10, 5.	15, 7.	14, 9.	17, 1.
Août.	le 13.	21.	le 22, 23.	12.	9.	16, 5.	16, 1.	14.
Septembre.	le 2.	18, 5.	le 26.	5, 5.	13.	12.	12, 3.	19, 7.
Octobre.	le 1, 15.	9.	le 24.	— 1.	10.	4.	5, 3.	13.
Novembre.	le 6.	10.	le 25.	— 1, 3.	11, 3.	4, 3.	2, 6.	12, 8.
Décembre.	le 28, 29.	6.	le 12.	— 8, 6.	14, 6.	— 1, 3.	— 1, 14.	14, 9.
Année 1781.	le 2 Juillet & le 13 Août.	21d.	le 12 Déc.	— 8d, 6.	29d, 6.	6d, 2.	7d, 08.	36d, 2.

Remarques. 1. Chaleur moyenne de la nuit à Berlin, conclue des treize dernieres années 1769-1781 = 6d,1057.

2. Chaleur moyenne des 24 heures en 1781 = 8d,86.

3. Chaleur moyenne des 24 heures dans les treize dernieres années - - - = 7d,976.

4. L'année 1781. a été plus chaude que l'année 1780. dans le rapport d'environ 7. à 6. & plus chaude que l'année commune ne l'est à Berlin dans le rapport de 10. à 9.

TABLEAU

de la direction du Vent pendant l'année 1781.

Plages.	Janv.	Fév.	Mars.	Avril.	Mai.	Juin.	Juill.	Août.	Sept.	Oct.	Nov.	Déc.	Total.
N.	5	2	3	6	7	9	2	3	4	5	3	3	52 j.
N. E.	3	3	4	5	6	5	1	5	3	1	3	7	46
E.	6	1	1	3	8	7	0	5	3	2	2	7	45
S. E.	1	1	0	3	0	1	0	1	2	0	1	1	11
S.	5	5	1	3	2	1	1	2	4	1	7	4	36
S. W.	6	8	4	2	0	1	3	8	3	2	5	4	46
W.	1	2	3	2	0	1	11	4	5	12	6	2	49
N. W.	4	6	15	6	8	5	13	3	6	8	3	3	80

TABLEAU

de l'état de l'Atmosphere pendant l'année 1781.

	Janv.	Fév.	Mars.	Av.	Mai.	Juin.	Juill.	Août.	Sept.	Oct.	Nov.	Déc.	Total.
Jours ſereins.	5	1	9	11	12	8	2	6	6	2	7	8	77
A moitié couv.	14	13	13	12	17	15	23	21	17	21	15	8	189
Couverts.	12	14	9	7	2	7	6	4	7	8	8	15	99
Nébuleux.	2	2	7	0	0	0	0	0	1	6	7	8	33
Un peu de pluie	2	6	7	4	2	3	10	6	4	2	3	2	51
Beauc. de pluie.	4	8	4	5	3	10	10	9	10	10	5	8	86
Un peu de neige	7	10	2	0	0	0	0	0	0	1	0	5	25
Beauc. de neige	4	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	7
Gelée de nuit.	3	1	1	0	2	0	0	0	0	1	4	4	16
Gelée continue.	20	10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	12	42
Orages & écl.	0	2	0	3	3	8	2	14	2	1	0	0	35
Gréle, gréſil.	0	3	1	0	0	0	0	1	0	2	0	0	7
Vent médiocre.	2	7	6	9	10	3	12	6	5	4	2	7	73
Vent fort.	4	2	5	1	2	4	5	3	3	1	2	1	33
Vent très fort.	0	1	2	0	0	0	0	0	1	1	0	0	5
Auror. Bor.	0	1	3	0	5	0	0	0	3	2	0	2	16

OBSERVATIONS PLUS DÉTAILLÉES

pour chaque Mois de l'Année.

JANVIER 1781.

Le Barométre a été:

1 jour	entre 27″.	4 à 6‴.	le 25.
3	- - -	6 à 8.	le 2. 19. 21.
4	- - -	8 à 10.	le 3. 23. 24. 26.
5	- - -	10 à 12.	le 1. 4. 18. 22. 31.
5	- - 28″.	0 à 2.	le 5. 16. 17. 27. 30.
5	- - -	2 à 4.	le 6. 8. 15. 20. 29.
4	- - -	4 à 6.	le 7. 13. 14. 28.
3	- - -	6 à 8.	le 9. 11. 12.
1	- - -	8 à 9.	le 10.

Digitized by Google

Le Thermomètre vers les 2 heures après midi.

1 jour entre	— 6 & — 5^d.	le 24.
3 - -	— 5 & — 4.	le 13. 14. 23.
4 - -	— 4 & — 3.	le 12. 15-17.
2 - -	— 3 & — 2.	le 11. 22.
2 - -	— 2 & — 1.	le 10. 18.
4 - -	— 1 & 0.	le 4. 5. 8. 20.
5 - -	0 & + 1.	le 6. 7. 9. 21. 26.
4 - -	1 & 2.	le 3. 19. 27. 28.
2 - -	2 & 3.	le 2. 25.
2 - -	3 & 4.	le 1. 31.
1 - -	4 & 5.	le 29.
1 - -	5 & 6.	le 30.

Direction du Vent.

5 jours *N.* le 5. 8-10. 12.
3 - *N.E.* le 11. 23. 24.
6 - *E.* le 12-17.
1 - *S.E.* le 18.
5 - *S.* le 19. 25. 28-30.
6 - *S.W.* le 1-3. 21. 26. 31.
1 - *W.* le 20.
4 - *N.W.* le 4. 6. 7. 27.

Vent médiocrement fort, le 11. 21. - - - II jours.
Vent fort, le 26. 27. 30. 31. - - - IV -

État de l'Atmosphere.

5 jours sereins, le 14. 16. 22. 29. 30.
14 - à moitié couverts, le 3. 8-10. 13. 15. 17-20. 24. 26-28.
12 - couverts, le 1. 2. 4-7. 11. 12. 21. 23. 25. 31.

Un peu de pluie,	le 1. 2. - - -	II	jours.
Beaucoup de pluie,	19. 25. 28. 31. - - -	IV	-
Brume & bruine,	le 1. 7. - - -	II	-
Un peu de neige,	le 5. 6. 12. 15. 18. 23. 24. -	VII	-
Beaucoup de neige,	le 4. 8. 19. 21. - -	IV	-
Gelée de nuit,	le 3. 19. 28. - - -	III	-
Gelée continue,	le 4-18. 20-24. - -	XX	-

FÉVRIER 1781.

Le Baromètre a été:

2	jours entre 27″.	2	à	4‴.	le 13. 27.
3	- - -	4	à	6.	le 14. 25. 26.
3	- - -	6	à	8.	le 15. 23. 24.
3	- - -	8	à	10.	le 16. 19. 28.
8	- - -	10	à	12.	le 2. 4. 5. 9. 10. 12. 17. 18.
5	- - 28″.	0	à	2.	le 1. 11. 20-22.
3	- - -	2	à	4.	le 6-8.
1	- - -	4	à	5.	le 3.

Le Thermomètre vers les 2 heures après midi.

1	jour entre	— 3	&	— 2ᵈ.	le 7.
3	- -	— 2	&	— 1.	le 6. 22. 24.
1	- -	— 1	&	0.	le 3.
4	- -	0	&	+ 1.	le 8. 21. 23. 25.
4	- -	1	&	2.	le 4. 5. 19. 20.
3	- -	2	&	3.	le 2. 27. 28.
6	- -	3	&	4.	le 1. 9. 16-18. 26.
2	- -	4	&	5.	le 14. 15.
3	- -	5	&	6.	le 10-12.
1	- -	6	&	9.	le 13.

Digitized by Google

Direction du Vent.

2 jours *N.* le 3. 20.
3 - *N.E.* le 6. 21. 22.
1 - *E.* le 7.
1 - *S.E.* le 8.
5 - *S.* le 9. 13. 19. 25. 27.
8 - *S.W.* le 1. 4. 10-12. 15. 18. 26.
2 - *W.* le 14. 16.
6 - *N.W.* le 2. 5. 17. 23. 24. 28.
Vent médiocre, le 1. 4. 9. 15. 23-25. - - VII jours.
Vent fort, le 14. 16. - - - II -
Vent très fort, le 13. - - - - - I -

État de l'Atmosphere.

1 jour serein, le 6.
13 - à moitié couverts, le 3. 7. 8. 10. 12. 15. 16. 20. 21. 23. 25-27.
14 - couverts, le 1. 2. 4. 5. 9. 11. 13. 14. 17-19. 22. 24. 28.
Nébuleux, le 1. 11. - - - - II jours.
Un peu de pluie, le 1. 11. 16-19. - - - VI -
Beaucoup de pluie, le 2. 4. 5. 9. 13-15. 25. - VIII -
Un peu de neige, le 3-5. 16. 18. 19. 23-25. 28. - X -
Beaucoup de neige, le 21. 22. - - - II -
Petite grêle ou grésil, le 15-17. - - - III -
Givre, le 17. - - - - - I -
Gelée continue, le 3. 5-8. 21-25. - - - X -
Gelée de nuit, le 26. - - - - I -
Aurore boréale tranquille, le 15. - - - I -
Éclairs, la nuit du 25, & du 26. - - - II -

Remarque. On a observé depuis longtems qu'une chûte rapide du mercure dans le barométre est accompagnée d'un vent violent, & réci-

Digitized by Google

proquement; ces deux phénomenes s'accordent ensemble comme cause & effet. Mais il n'est pas aisé de décider lequel des deux est l'effet de l'autre. Le 13. de ce mois le baromêtre baissa en moins de dix heures de sept lignes de Paris, & continua de baisser encore de deux lignes en neuf heures. On sait qu'il y eut dans le Canal & sur les dunes d'Angleterre une furieuse tempête depuis le 11. jusqu'au 15 Février; & qu'on ressentit près du Necker à deux lieues de Manheim trois secousses de tremblement de terre le 11 Février à $6\frac{1}{2}$ heures du soir. Le dérangement dans l'équilibre de l'air n'a certainement pas commencé à Berlin; mais il seroit intéressant de savoir où il a commencé, & s'il a précédé le 11. de Février.

Du 25. au 27. le Baromêtre descendit ici encore assez rapidement de cinq lignes. Il y eut le 25. un violent ouragan près de la Havane dans le Golfe du Mexique, & le 27. un pareil à 2 h. après midi, à Londres & à Spithead. On l'a vivement ressenti à Paris & à Versailles trois heures plus tard.

MARS 1781.

Le Baromêtre a été:

2	jours entre	27". 8	à	9'''.	le 26. 27.
1	- - -	9	à	10.	le 8.
4	- - -	11	à	12.	le 7. 19. 22. 28.
2	- - -	28". 0	à	1.	le 9. 30.
6	- - -	1	à	2.	le 1. 6. 10. 11. 29. 31.
3	- - -	2	à	3.	le 5. 21. 23.
7	- - -	3	à	4.	le 2-4. 17. 18. 20. 25.
3	- - -	4	à	5.	le 12. 15. 24.
3	- - -	5	à	6.	le 13. 14. 16.

Digitized by Google

Le Thermomêtre vers les 2 heures après midi.

4	jours entre	3	&	4d.	le 1. 15. 28. 29.
8	- -	4	&	6.	le 2. 3. 11. 12. 17 18. 20. 31.
16	- -	6	&	8.	le 4-10. 13. 14. 16. 21-24. 27. 30.
2	- -	8	&	10.	le 19. 25.
1	- -	10	&	$12\frac{1}{2}$.	le 26.

Direction du Vent.

3	jours	*N.*	le 1. 13. 14.
4	-	*N.E.*	le 28-31.
1	-	*E.*	le 12.
1	-	*S.*	le 2.
4	-	*S. W.*	le 5. 19. 21. 26.
3	-	*W.*	le 3. 4. 6.
15	-	*N. W.*	le 7-11. 15-18. 20. 22-25. 27.

Vent médiocre,	le 11. 12. 20-23. - - -	VI	jours.
Vent fort,	le 6. 8. 9. 19. 25. - -	V	-
Vent très fort,	le 7. 26. - - - -	II	-

État de l'Atmosphere.

9 jours sereins, le 9. 13. 14. 16. 23. 26. 29-31.
13 - à moitié couverts, le 1. 6-8. 11. 12. 15. 18-20. 22. 27. 28.
9 - couverts, le 2-5. 10. 17. 21. 24. 25.

Brouillards,	le 2-5. 10. 14. 21. - -	VII	jours.
Un peu de pluie,	le 2-4. 8. 15. 20. 27. - -	VII	-
Beaucoup de pluie,	le 6. 7. 10. 21. - -	IV	-
Un peu de neige,	le 27. 28. - - -	II	-
Grêsil,	le 27 - - - - -	I	-
Givre,	le 14. 16. 23. - - -	III	-
Gelée de nuit	du 28. au 29. - - -	I	-
Aurores boréales,	le 19. 28. 29. - -	III	-

Celle du 28. étoit haute & belle, quoique tranquille.

Digitized by Google

AVRIL 1781.

Le Baromêtre a été:

1 jour entre	27″.	8	à	9‴.	le 12.
2 - - - -		9	à	10.	le 6. 15.
3 - - - -		10	à	11.	le 4. 5. 13.
6 - - - -		11	à	12.	le 3. 7-11.
5 - - -	28″.	0	à	1.	le 14. 17. 23. 29. 30.
5 - - - -		1	à	2.	le 2. 16. 24. 25. 28.
6 - - - -		2	à	3.	le 1. 18. 20. 22. 26. 27.
2 - - - -		3	à	4.	le 19. 21.

Le Thermomêtre à $2\frac{1}{2}$ heures après midi.

2 jours entre	3	&	4ᵈ.	le 3. 4.
2 - - -	4	&	6.	le 1. 2.
2 - - -	6	&	8.	le 6. 7.
5 - - -	8	&	10.	le 5. 13. 14. 25. 26.
2 - - -	10	&	12.	le 16. 24.
7 - - -	12	&	14.	le 8. 9. 15. 27-30.
5 - - -	14	&	16.	le 10. 17-19. 21.
4 - - -	16	&	17.	le 11. 12. 22. 23.
1 - - -	17	&	19.	le 20.

Direction du Vent.

6 jours	*N.*	le 1. 4. 18. 23-25.
5 -	*N.E.*	le 3. 7. 19. 27. 28.
3 -	*E.*	le 2. 29. 30.
3 -	*S.E.*	le 5. 6. 20.
3 -	*S.*	le 8. 9. 17.
2 -	*S.W.*	le 12. 13.
2 -	*W.*	le 10. 22.
6 -	*N.W.*	le 11. 14-16. 21. 26.

Vent médiocre, le 2. 6. 8. 10. 13. 15. 26. 29. 30. - IX jours.

Vent fort, le 12. - - - - I -

État

État de l'Atmosphere.

11 jours sereins, le 1. 2. 14-20. 27. 28.			
12 - à moitié couverts, le 5-8. 10-13. 21-23. 29.			
7 - couverts, le 3. 4. 9. 24-26. 30.			
Un peu de pluie, le 3. 7. 21. 30.	- -	IV	jours.
Beaucoup de pluie, le 5. 9. 10. 23. 24.	- -	V	-
Éclairs, le 10. 11. soir	- - - -	II	-
Orages: un grand coup de tonnerre le 23.	-	I	-

MAI 1781.

Le Barométre a été:

2 jours entre	27″.	9 à 10‴.	le 5. 9.
1 - - -		10 à 11.	le 20.
3 - - -		11 à 12.	le 4. 10. 11.
5 - -	28″.	0 à 1.	le 3. 6. 8. 17. 19.
12 - - -		1 à 2.	le 1. 2. 7. 12. 14-16. 18. 21. 29-31.
5 - - -		2 à 3.	le 13. 22. 26-28.
2 - - -		3 à 4.	le 23. 25.
1 - - -		4 à 5.	le 24.

Le Thermométre vers les 2 heures après midi.

4 jours entre	7 & 9^{d}.	le 5-8.
2 - -	9 & 11.	le 10. 24.
2 - -	11 & 13.	le 4. 25.
3 - -	13 & 15.	le 9. 23. 26.
4 - -	15 & 17.	le 11. 18. 22. 27.
8 - -	17 & 19.	le 1. 12-15. 19. 21. 28.
6 - -	19 & 21.	le 2. 3. 16. 29-31.
2 - -	21 & 23.	le 17. 20.

Direction du Vent.

7 jours	*N.*	le 17. 18. 21. 22. 26-28.		
6 -	*N.E.*	le 8. 10. 13. 23-25.		
8 -	*E.*	le 1. 2. 9. 11. 14-16. 19.		
2 -	*S.*	le 3. 20.		
8 -	*N.W.*	le 4-7. 12. 29-31.		
Vent médiocre,		le 4. 7. 10. 12. 20. 22. 23. 28. 29. 31.	X	jours.
Vent fort,		le 5. 6. - - - -	II	-

État de l'Atmosphere.

12 jours sereins, le 2. 3. 8. 14-16. 23. 25. 27. 29-31.
17 - à moitié couverts, le 1. 4. 6. 9-13. 17-22. 24. 26. 28.
2 - couverts, le 5. 7.

Un peu de pluie, le 9. 10. - - -	II	jours.
Beaucoup de pluie, le 5. 18. 20 - - -	III	-
Éclairs le 3 au soir - - - - -	I	-
Tonnerre, le 17. soir au loin, le 20. un coup -	II	-
Gelée de nuit le 23. & 24. soir; fatale à la vigne, aux plantes, & aux mûriers - - - -	II	-
Aurores boréales foibles, le 11. 14. 16-18. -	V	-

JUIN 1781.

Le Baromètre a été:

5 jours entre	27".	9 à 10'''.	le 7. 8. 22. 25. 26.
5 - - -		10 à 11.	le 9. 14. 21. 23. 24.
7 - - -		11 à 12.	le 2-4. 12. 15. 16. 27.
7 - -	28".	0 à 1.	le 1. 5. 6. 10. 11. 13. 17.
2 - - -		1 à 2.	le 20. 28.
2 - - -		2 à 3.	le 18. 19.
2 - - -		3 à 4.	le 29. 30.

Digitized by Google

Le Thermométre vers les 2 heures après midi.

1	jour entre	12 & 14d.	le 5.
4	- -	14 & 16.	le 4. 6. 7. 10.
2	- -	16 & 18.	le 3. 30.
7	- -	18 & 20.	le 1. 2. 8. 11. 15. 26. 29.
9	- -	20 & 22.	le 9. 12-14. 16-19. 27.
7	- -	22 & 24.	le 20-25. 28.

Direction du Vent.

9 jours	*N.*	le 10. 17-22. 26. 29.
5 -	*N. E.*	le 11-13. 27. 28.
7 -	*E.*	le 4-7. 9. 15. 16.
1 -	*S. E.*	le 14.
1 -	*S.*	le 25.
1 -	*S. W.*	le 8.
1 -	*W.*	le 1.
5 -	*N. W.*	le 2. 3. 23. 24. 30.

Vent médiocre,	le 8. 9. 27. - - -	III jours.
Vent fort,	le 1. 2. 29. 30. - - -	IV -

État de l'Atmosphere.

8 jours sereins, le 11. 18-22. 27. 28.

15 - à moitié couverts, le 1-3. 5. 6. 8-10. 12. 16. 17. 23. 24. 29. 30.

7 - couverts, le 4. 7. 13-15. 25. 26.

Un peu de pluie,	le 10. 16. 26. - - -	III jours.
Beaucoup de pluie,	le 4. 5. 7-9. 12-15. 25. -	X -
Tonnerre au loin,	le 2. 13. 16. 17. 24. -	V -
Orages sur la ville,	le 13-15. 25. - - -	IV -

Digitized by Google

JUILLET 1781.

Le Baromètre a été:

2 jours entre 27".	10 à	11'''.	le 23. 26.
6 - - -	11 à	12.	le 2. 11. 22. 24. 25. 27.
4 - - 28".	0 à	1.	le 3. 10. 15. 28.
8 - - -	1 à	2.	le 4. 8. 9. 12. 14. 16. 18. 29.
6 - - -	2 à	3.	le 1. 7. 13. 17. 19. 30.
5 - - -	3 à	4.	le 5. 6. 20. 21. 31.

Le Thermomètre vers les 2 heures après midi.

4 jours entre	13 & 15^d.	le 18. 22-24.
4 - -	15 & 17.	le 6. 16. 17. 19.
12 - -	17 & 19.	le 5. 9-12. 15. 20. 21. 25. 27-29.
5 - -	19 & 21.	le 1. 13. 14. 30. 31.
3 - -	21 & 23.	le 7. 8. 26.
1 - -	25 & 26.	le 2.
1 - -	26 & 27.	le 3.
1 - -	27 & 28.	le 4.

Direction du Vent.

2 jours	*N.*	le 6. 20.	
1 -	*N.E.*	le 7.	
1 -	*S.*	le 2.	
3 -	*S.W.*	le 10. 26. 28.	
11 -	*W.*	le 8. 9. 13. 14. 16-18. 24. 25. 27. 29.	
13 -	*N.W.*	le 1. 3-5. 11. 12. 15. 19. 21-23. 30. 31.	
Vent médiocre,		le 8-12. 16. 17. 23. 24. 26. 28. 29.	XII jours
Vent fort,		le 13. 14. 18. 21. 22. - -	V -

Digitized by Google

État de l'Atmosphere.

2 jours sereins, le 1. 31.
23 - à moitié couverts, le 2-5. 7-12. 15-22. 24-26. 28. 30.
6 - couverts, le 6. 13. 14. 23. 27. 29.

Un peu de pluie, le 8. 10. 14. 17. 20-23. 26. 28. - X jours.
Beaucoup de pluie, le 3-6. 9. 11. 15. 16. 18. 29. - X -
Eclairs, le 4.
Orage, le 5.

AOUT 1781.

Le Barométre a été:

1 jour entre			27".	8	à	9'''.	le 20.
1	-	- -		9	à	10.	le 21.
3	-	- -		10	à	11.	le 19. 25. 28.
5	-	- -		11	à	12.	le 14-16. 26. 29.
8	-	-	28".	0	à	1.	le 2. 13. 17. 18. 22-24. 27.
3	-	- -		1	à	2.	le 1. 7. 12.
8	-	- -		2	à	3.	le 3. 6. 8-11. 30. 31.
2	-	- -		4	à	5.	le 4. 5.

Le Thermometre vers les 2 heures après midi.

4 jours entre		14	&	16^d.	le 3. 14. 21. 22.
3	- -	16	&	18.	le 20. 23. 26.
4	- -	18	&	20.	le 14. 24. 27. 30.
8	- -	20	&	22.	le 5. 10. 16-18. 25. 29. 31.
8	- -	22	&	24.	le 1. 2. 8. 9. 11. 15. 19. 28.
4	- -	24	&	26.	le 6. 7. 12. 13.

Digitized by Google

Direction du Vent.

3 jours	*N.*	le 3. 4. 24.	
5 -	*N.E.*	le 8. 9. 11. 12. 19.	
5 -	*E.*	le 2. 5. 7. 8. 31.	
1 -	*S.E.*	le 6.	
2 -	*S.*	le 1. 13.	
8 -	*S.W.*	le 15-17. 20. 21. 25. 28. 29.	
4 -	*W.*	le 14. 26. 27. 30.	
3 -	*N.W.*	le 10. 22. 23.	
Vent médiocre,		le 3. 15. 16. 20. 23. 28. -	VI jours.
Vent fort,		le 21. 26. 29. - -	III -

État de l'Atmosphere.

6 jours sereins, le 1. 2. 11. 15. 30. 31.

21 - à moitié couverts, le 5-10. 12-14. 16-21. 23-25. 27-29.

4 - couverts, le 3. 4. 22. 26.

Un peu de pluie,	le 3. 7. 10. 21. 22. 25. - -	VI jours.
Beaucoup de pluie,	le 4. 6. 8. 14. 16. 18. 20. 26. 28.	IX -
Éclairs,	le 5. 7. 9. 19. - - - -	IV -
Tonnerre & orages,	le 6. le 8. deux, le 10. le 17. deux, le 20. le 28. trois - -	X -
Un peu de grêle,	le 6. - - - -	I -

SEPTEMBRE 1781.

Le Barometre a été:

1	jour entre 27″.	1	à	2‴.	le 26.
2	- - -	4	à	6.	le 25. 27.
2	- - -	6	à	8.	le 23. 24.
2	- - -	8	à	10.	le 17. 28.
7	- - -	10	à	12.	le 4-6. 16. 18. 21. 22.
8	- - 28″.	0	à	2.	le 1-3. 7. 14. 15. 19. 20.
5	- - -	2	à	4.	le 8. 10. 13. 29. 30.
3	- - -	4	à	6.	le 9. 11. 12.

Digitized by Google

Le Thermométre vers les 2 heures après midi.

2 jours	entre	7 & 9^{d}.	le 25. 26.
5	- -	9 & 11.	le 23. 24. 27-29.
1	- -	11 & 13.	le 30.
4	- -	13 & 15.	le 19-22.
4	- -	15 & 17.	le 12. 15. 16. 18.
4	- -	17 & 19.	le 7-9. 17.
5	- -	19 & 21.	le 6. 10. 11. 13. 14.
1	- -	21 & 23.	le 5.
3	- -	23 & 25.	le 1. 3. 4.
1	- -	25 & 26.	le 2.

Direction du Vent.

4 jours	*N.*	le 3. 6. 7. 11.
3 -	*N.E.*	le 5. 9. 10.
3 -	*E.*	le 1. 12. 13.
2 -	*S.E.*	le 2. 27.
4 -	*S.*	le 17. 23. 26. 28.
3 -	*S.W.*	le 15. 18. 21.
5 -	*W.*	le 4. 20. 22. 24. 30.
6 -	*N.W.*	le 8. 14. 16. 19. 25. 29.

Vent médiocre,	le 3. 14. 15. 18. 28.	- -	V jours.
Vent fort,	le 12. 23. 25.	- - -	III -
Vent très fort,	le 26.	- - -	I -

État de l'Atmosphere.

6 jours sereins, le 1. 2. 5. 10. 11. 12.

17 - à moitié couverts, le 3. 4. 6. 7. 9. 13-19. 22. 24. 27. 29. 30.

7 - couverts, le 8. 20. 21. 23. 25. 26. 28.

Digitized by Google

Brouillards,	le 21.	I	jour.
Un peu de pluie,	le 3. 16. 23. 29.	IV	-
Beaucoup de pluie,	le 6. 8. 14. 17. 20. 21. 25-28.	X	-

Éclairs le 3. à deux reprises.

Éclairs & tonnerre vif, le 14.

Aurores boréales foibles,	le 18. 19. 24.	III	-

Remarque, le 26. de Septembre le Baromêtre a été au point le plus bas de toute l'année: les oscillations avoient commencé quinze jours auparavant; les plus hautes tomberent sur le 12. 20. 24. les plus basses sur le 17. 23. 26; ce dernier jour il y eut un violent ouragan dans le Sund, & sur les côtes de Hollande.

OCTOBRE 1781.

Le Baromêtre a été:

2	jours entre	27″.	5	à	6‴.	le 21. 30.
2	- - -		6	à	8.	le 29. 31.
3	- - -		8	à	10.	le 19. 20. 22.
4	- - -		10	à	12.	le 2. 23. 25. 28.
6	- -	28″.	0	à	2.	le 1. 3. 6. 12. 16. 24.
8	- - -		2	à	4.	le 4. 5. 7. 11. 17. 18. 26. 27.
5	- - -		4	à	6.	le 9. 10. 13-15.
1	- - -		6	à	7.	le 8.

Le Thermomêtre vers les 2 heures après midi.

1	jour entre	5	&	6^{d}.	le 20.
1	- -	7	&	8.	le 19.
5	- -	8	&	9.	le 17. 18. 25-27.
12	- -	9	&	10.	le 2. 3. 7-10. 22. 23. 28-31.
8	- -	10	&	11.	le 4. 11-14. 16. 21. 24.
4	- -	11	&	12.	le 1. 5. 6. 15.

Direction

Digitized by Google

Direction du Vent.

5 jours	*N.*	le 7. 8. 17. 26. 31.	
1 -	*N.E.*	le 29.	
2 -	*E.*	le 3. 4.	
1 -	*S.*	le 15.	
2 -	*S.W.*	le 18. 28.	
12 -	*W.*	le 1. 2. 6. 10. 12. 13. 19. 21. 22. 25. 27. 30.	
8 -	*N.W.*	le 5. 9. 11. 14. 16. 20. 23. 24.	

Vent médiocre,	le 6. 7. 20. 22. - - -	IV jours.
Vent fort,	le 19. - - -	I -
Vent très fort,	le 21. - - - -	I -

État de l'Atmosphere.

2 jours	sereins,	le 8. 24.
21 -	à moitié couverts,	le 4-7. 9-12. 15-17. 19-23. 26-28. 30. 31.
8 -	couverts,	le 1. 2. 3. 13. 14. 18. 25. 29.

Brouillards,	le 4. 5. 10. 18. 27. 29. - -	VI jours.
Un peu de pluie,	le 6. 18. 23. - - -	III -
Beaucoup de pluie,	le 1. 2. 13. 16. 19-22. 29. 30.	X -
Premiere neige passagere,	le 23. - - -	I -
Orage, trois coups de tonnerre,	le 19. - -	I -
Grêle,	le 19. 23. - - - -	II -
Gelée de nuit,	le 23. - - - -	I -
Aurore boréale,	- le 19. - - -	I -
Lumiere zodiacale,	le 15. - - -	I -

NOVEMBRE 1781.

Le Baromètre a été:

2 jours entre	27″.	2 à 4‴.	le 15. 16.
2 - - -		4 à 6.	le 13. 18.
2 - - -		6 à 8.	le 12. 17.
6 - - -		8 à 10.	le 6. 7. 11. 14. 22. 23.
4 - - -		10 à 12.	le 1. 3. 8. 19.
4 - -	28″.	0 à 2.	le 2. 4. 24. 28.
8 - - -		2 à 4.	le 5. 9. 20. 21. 25. 27. 29. 30.
2 - - -		4 à 5.	le 10. 26.

Le Thermomètre vers les 2 heures après midi.

3 jours entre	0 & 2ᵈ.	le 21. 25. 26.
10 - -	2 & 4.	le 11. 12. 20. 22-24. 27-30.
5 - -	4 & 6.	le 3. 5. 9. 10. 19.
7 - -	6 & 8.	le 1. 2. 4. 13. 14. 17. 18.
4 - -	8 & 10.	le 7. 8. 15. 16.
1 - -	10 & 12.	le 6.

Direction du Vent.

3 jours	*N.*	le 24. 28. 30.
3 -	*N. E.*	le 22. 27. 29.
2 -	*E.*	le 25. 26.
1 -	*S. E.*	le 21.
7 -	*S.*	le 2. 3. 7. 8. 12. 17. 23.
5 -	*S. W.*	le 4. 6. 11. 14. 15.
6 -	*W.*	le 1. 10. 13. 16. 18. 19.
3 -	*N. W.*	le 5. 9. 20.

Vent médiocre, le 8. 13. - - - II jours.
Vent fort, le 16. 18. - - - - II -

État de l'Atmosphere.

7 jours sereins, le 1. 2. 11. 17. 19. 24. 25.
15 - à moitié couverts, le 3-10. 13-16. 18. 20. 21.
8 - couverts, le 12. 22. 23. 26-30.

Nébuleux,	le 1. 6. 12. 22. 24. 26. 27.	VII	jours.
Un peu de pluie,	le 9. 13. 22.	III	-
Beaucoup de pluie,	le 12. 14-16. 18.	V	-
Givre,	le 5. 11. 19. 20. 21. 25. 26.	VII	-
Gelée de nuit,	le 11. 21. 25. 26.	IV	-

DÉCEMBRE 1781.

Le Baromètre a été:

1 jour entre	27″.	8	à	9‴.	le 31.
2 - - -		9	à	10.	le 16. 29.
1 - - -		10	à	11.	le 30.
3 - - -		11	à	12.	le 15. 17. 18.
2 - -	28″.	0	à	1.	le 19. 27.
7 - - -		1	à	2.	le 3. 4. 13. 14. 20. 24. 28.
7 - - -		2	à	3.	le 5-8. 12. 23. 25.
4 - - -		3	à	4.	le 1. 2. 9. 26.
4 - - -		4	à	5.	le 10. 11. 21. 22.

Le Thermomètre vers les 2 heures après midi.

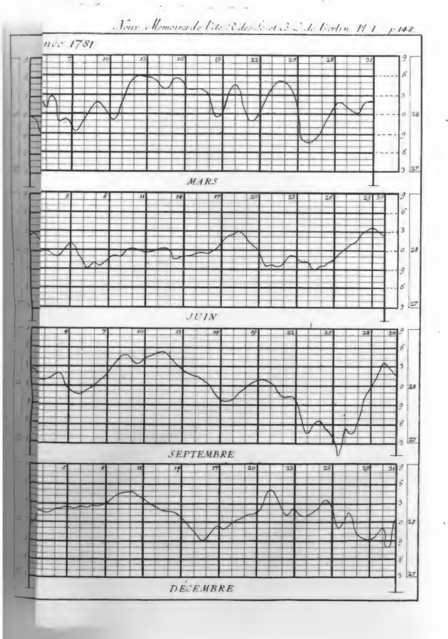
3 jours entre	— 5	&	— 4ᵈ.	le 10-12.
2 - -	— 4	&	— 3.	le 13. 31.
3 - -	— 3	&	— 2.	le 7. 9. 14.
2 - -	— 2	&	— 1.	le 6. 8.
3 - -	— 1	&	0.	le 5. 18. 22.
4 - -	0	&	1.	le 3. 4. 15. 19.
2 - -	1	&	2.	le 2. 20.
4 - -	2	&	3.	le 1. 16. 23. 27.
3 - -	3	&	4.	le 21. 25. 26.
3 - -	4	&	5.	le 17. 24. 30.
1 - -	5	&	6.	le 29.
1 - -	6	&	7.	le 28.

Direction du Vent.

3 jours	*N.*	le 2. 3. 18.		
7 -	*N.E.*	le 1. 5. 6. 8. 19. 20. 22.		
7 -	*E.*	le 7. 9-14.		
1 -	*S.E.*	le 23.		
4 -	*S.*	le 15. 16. 24. 25.		
4 -	*S.W.*	le 26-29.		
2 -	*W.*	le 4. 30.		
3 -	*N.W.*	le 17. 21. 31.		
Vent médiocre,		le 15. 16. 25-28. 30. - -	VII	jours.
Vent fort,		le 29. - - - -	I	-

État de l'Atmosphere.

8 jours sereins, le 6. 9. 11. 12. 13. 15. 24. 29.			
8 - à moitié couverts, le 5. 7. 8. 10. 14. 26. 27. 31.			
15 - couverts, le 1-4. 16-23. 25. 28. 30.			
Nébuleux,	le 1. 2. 4. 17. 20-22. 26. - -	VIII	jours.
Un peu de pluie & bruine,	le 17. 18. 23. - -	III	-
Beaucoup de pluie,	le 1. 16. 20. 21. 25. 27. 28. 31.	VIII	-
Un peu de neige,	le 3. 4. 8. 18. 19. - -	V	-
Beaucoup de neige,	le 31. - - - -	I	-
Gelée blanche,	le 3. 9. 10. 24. 27. - -	V	-
Gelée de nuit,	le 3. 15. 18. 22. - -	IV	-
Gelée continue,	le 4-14. 31. - - -	XII	-
Aurore boréale,	le 11. 12. - - -	II	-



Digitized by Google

Digitized by Google

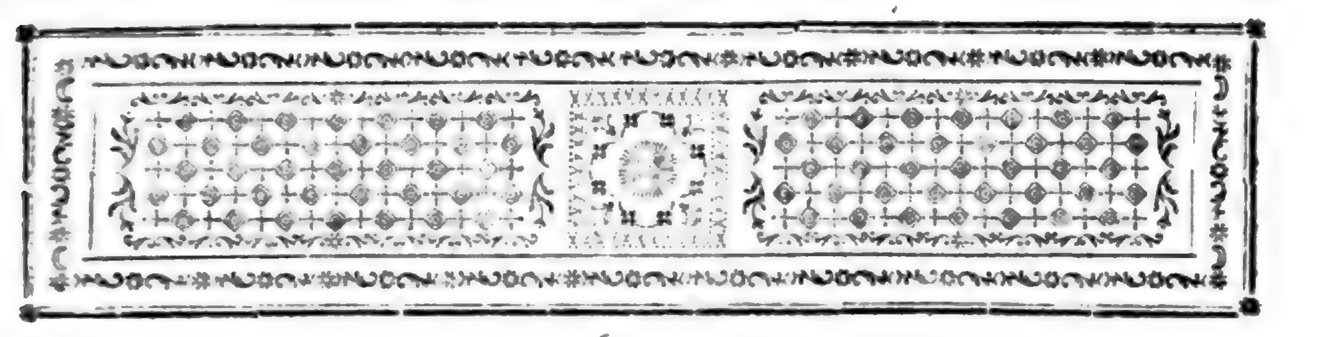
NOUVEAUX MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE DES SCIENCES ET BELLES-LETTRES.

CLASSE DE MATHÉMATIQUE.

T 3

Digitized by Google

Digitized by Google



MÉMOIRE
sur la Théorie du mouvement des fluides (*).

PAR M. DE LA GRANGE.

Depuis que M. d'Alembert a réduit à des équations analytiques les vraies loix du mouvement des fluides, cette matiere est devenue l'objet d'un grand nombre de recherches qui se trouvent répandues dans les Opuscules de M. d'Alembert, & dans les Recueils de cette Académie & de celle de Pétersbourg. La théorie générale a été beaucoup perfectionnée dans ces différentes recherches; mais il n'en est pas de même de la partie de cette théorie qui concerne la maniere de l'appliquer aux questions particulieres. M. d'Alembert paroît même porté à croire que cette application est impossible dans la plupart des cas, surtout lorsqu'il s'agit du mouvement des fluides qui coulent dans des vases.

Après avoir soigneusement étudié tout ce qui a déjà été écrit sur la théorie rigoureuse du mouvement des fluides, je me suis appliqué à lever,

(*) Lu le 22. Novembre 1781.

Digitized by Google

où du moins à diminuer les difficultés qui ont retardé les progrès de cette théorie, & ont obligé les Géometres à se contenter, pour la solution des problemes les plus simples, de méthodes indirectes, ou fondées sur des suppositions précaires. C'est ce qui a occasionné les recherches dont je vais donner le résultat dans ce Mémoire.

SECTION PREMIERE.

Considérations générales sur les équations fondamentales du mouvement des fluides.

1. Soit une masse quelconque de fluide, que l'on considérera comme composée d'une infinité de particules $\mathrm{d}m$; & soient x, y, z, les coordonnées rectangles de chaque particule $\mathrm{d}m$; p, q, r, les vitesses de cette particule parallelement aux mêmes coordonnées & dans le sens dans lequel ces coordonnées augmentent; & enfin t le tems écoulé depuis le commencement du mouvement. Ces quantités p, q, r, devant appartenir en général à chaque particule & à chaque instant du mouvement, ne peuvent être que des fonctions des variables x, y, z, t; & c'est de la détermination de ces fonctions que dépend celle du mouvement du fluide.

Ces fonctions étant connues on aura, pour le mouvement de chaque particule, les équations $\mathrm{d}x = p\,\mathrm{d}t$, $\mathrm{d}y = q\,\mathrm{d}t$, $\mathrm{d}z = r\,\mathrm{d}t$; lesquelles étant intégrées, donneront les valeurs de x, y, z exprimées en t & en trois constantes arbitraires a, b, c, dépendantes du lieu initial de la particule; ainsi on connoîtra le lieu de chaque particule du fluide, après un tems quelconque.

Si on chasse $\mathrm{d}t$ de ces équations, on aura ces deux-ci $p\,\mathrm{d}y = q\,\mathrm{d}x$, $p\,\mathrm{d}z = r\,\mathrm{d}x$, lesquelles expriment la nature des différentes courbes dans lesquelles tout le fluide se meut à chaque instant, courbes qui changent de place & de forme d'un instant à l'autre.

2. Maintenant, à cause de la continuité du fluide, on peut imaginer que chaque particule $\mathrm{d}m$ ait la figure d'un parallélipipede rectangle, & que son volume soit par conséquent exprimé par $\delta x\ \delta y\ \delta z$; en supposant que

que δx, δy, δz, soient les côtés du parallélipipede, & représentent les variations des coordonnées x, y, z, pour les particules adjacentes, dans la direction de ces coordonnées.

Si donc on nomme Δ la densité de chaque particule dm, on aura $dm = \Delta\, \delta x\, \delta y\, \delta z$, & la quantité Δ devra être pareillement une fonction de x, y, z, t.

3. Dans l'instant suivant, le parallélipipede changera à la fois de place & de forme; mais la masse dm demeurera la même. Pour voir ce que devient le volume, ou l'espace $\delta x\, \delta y\, \delta z$, on remarquera que les coordonnées x, y, z, de la particule dm deviennent, par le mouvement de cette particule, $x + p\,dt$, $y + q\,dt$, $z + r\,dt$ (art. 1.); donc faisant varier successivement dans ces dernieres expressions les variables x, y, z, de δx, δy, δz, les coordonnées $x + \delta x$, y, z de la particule adjacente dans la direction de la ligne x deviendront $x + p\,dt + \left(1 + \frac{dp}{dx}\,dt\right)\delta x$, $y + q\,dt + \frac{dq}{dx}\,dt\,\delta x$, $z + r\,dt + \frac{dr}{dx}\,dt\,\delta x$; ainsi le côté δx, lequel joint les angles du parallélipipede relatifs aux coordonnées x, y, z, & $x + \delta x$, y, z, deviendra évidemment $= \delta x \sqrt{\left(\left(1 + \frac{dp}{dx}\,dt\right)^2 + \left(\frac{dq}{dx}\,dt\right)^2 + \left(\frac{dr}{dx}\,dt\right)^2\right)}$ $= \delta x \left(1 + \frac{dp}{dx}\,dt\right)$, en négligeant les quantités infiniment petites du troisieme ordre. A l'égard des deux autres côtés égaux & paralleles à δx, dont l'un joint les angles relatifs aux coordonnées x, $y + \delta y$, z, & $x + \delta x$, $y + \delta y$, z; & l'autre joint les angles relatifs aux coordonnées x, y, $z + \delta z$, & $x + \delta x$, y, $z + \delta z$; il est visible que, pour avoir ce que deviennent ces côtés, il n'y aura qu'à augmenter, dans l'expression précédente, y de δy, & ensuite z de δz; ainsi ces côtés deviendront $\delta x \left(1 + \frac{dp}{dx}\,dt\right) + \frac{d^2 p}{dx\,dy}\,dt\,\delta x\,\delta y$, $\delta x \left(1 + \frac{dp}{dx}\,dt\right) + \frac{d^2 p}{dx\,dz}\,dt\,\delta x\,\delta z$; valeurs qui se réduisent à $\delta x \left(1 + \frac{dp}{dx}\,dt\right)$ en négligeant les infiniment petits du troisieme ordre.

Il s'enfuit de là que les trois côtés paralleles & égaux à δx, du parallélipipede rectangle $\delta x\ \delta y\ \delta z$, deviendront dans l'instant suivant $\delta x\left(1+\frac{dp}{dx}dt\right)$, & feront par conféquent encore égaux entr'eux. On trouvera par une analyfe femblable que les trois côtés paralleles & égaux à δy fe changeront en $\delta y\left(1+\frac{dq}{dy}dt\right)$, & que les trois côtés paralleles & égaux à δz fe changeront en $\delta z\left(1+\frac{dr}{dz}dt\right)$. Deforte que le parallélipipede rectangle $\delta x\ \delta y\ \delta z$ fe trouvera changé en un autre parallélipipede dont les côtés feront $\delta x\left(1+\frac{dp}{dx}dt\right)$, $\delta y\left(1+\frac{dq}{dy}dt\right)$, $\delta z\left(1+\frac{dr}{dz}dt\right)$. Or fi ces côtés étoient encore dans la direction des lignes x, y, z il n'y auroit qu'à les multiplier enfemble pour avoir la capacité du parallélipipede; laquelle feroit donc, en négligeant ce qu'on doit négliger,

$$\delta x\ \delta y\ \delta z\ \left(1+\frac{dp}{dx}dt+\frac{dq}{dy}dt+\frac{dr}{dz}dt\right).$$

Mais quelle que puiffe être leur déviation, il eft certain qu'elle ne peut être qu'infiniment petite; en effet le côté δx, en devenant $\delta x\sqrt{\left(\left(1+\frac{dp}{dx}dt\right)^2+\left(\frac{dq}{dx}dt\right)^2+\left(\frac{dr}{dx}dt\right)^2\right)}$ fera avec la ligne des x un angle dont la tangente fera égale à $\delta x\sqrt{\left(\left(\frac{dq\,dt}{dx}\right)^2+\left(\frac{dr\,dt}{dx}\right)^2\right)}$ divifé par $\delta x\left(1+\frac{dp}{dx}dt\right)$; deforte qu'en négligeant les infiniment petits du fecond ordre on aura $dt\sqrt{\left(\left(\frac{dq}{dx}\right)^2+\left(\frac{dr}{dx}\right)^2\right)}$ pour l'expreffion de cet angle; & ainfi des autres angles de déviation. D'ailleurs, de ce que le parallélipipede rectangle eft celui qui a la plus grande capacité parmi tous ceux qui ont les mêmes côtés, il s'enfuit qu'en faifant varier infiniment peu les angles d'un parallélipipede rectangle, fa capacité ne fauroit varier que dans une proportion qui ne différera de l'unité que par des quantités infiniment petites du fecond ordre, celles du premier devant difparoître par la

Digitized by Google

propriété du *maximum*. Donc la quantité $1 + \frac{dp}{dx}dt + \frac{dq}{dy}dt + \frac{dr}{dz}dt$, que nous avons trouvée pour le rapport entre la capacité du nouveau parallélipipede & celle du parallélipipede primitif $\delta x\ \delta y\ \delta z$, ne pourra varier, en conséquence de la déviation infiniment petite de ses côtés, que de quantités infiniment petites du second ordre, lesquelles devront par conséquent être négligées vis à vis des termes du premier ordre $\frac{dp}{dx}dt + \frac{dq}{dy}dt + \frac{dr}{dz}dt$.

4. Ainsi la quantité $\delta x\ \delta y\ \delta z$ deviendra simplement dans l'instant suivant $\delta x\ \delta y\ \delta z \left(1 + \frac{dp}{dx}dt + \frac{dq}{dy}dt + \frac{dr}{dz}dt\right)$. Mais la densité Δ devient en même tems (en y faisant varier t, x, y, z, de dt, $p\,dt$, $q\,dt$, $r\,dt$) $\Delta + \frac{d\Delta}{dt}dt + \frac{d\Delta}{dx}p\,dt + \frac{d\Delta}{dy}q\,dt + \frac{d\Delta}{dz}r\,dt$. Par conséquent la quantité $\Delta\ \delta x\ \delta y\ \delta z$ deviendra $\Delta\,\delta x\,\delta y\,\delta z\left(1 + \frac{dp}{dx}dt + \frac{dq}{dy}dt + \frac{dr}{dz}dt\right) + \delta x\,\delta y\,\delta z\left(\frac{d\Delta}{dt}dt + \frac{d\Delta}{dx}p\,dt + \frac{d\Delta}{dy}q\,dt + \frac{d\Delta}{dz}r\,dt\right)$; laquelle devant toujours être $= dm = \Delta\ \delta x\ \delta y\ \delta z$, on aura, en divisant par $\delta x\ \delta y\ \delta z\ dt$, l'équation $\Delta\left(\frac{dp}{dx} + \frac{dq}{dy} + \frac{dr}{dz}\right) + \frac{d\Delta}{dx}p + \frac{d\Delta}{dy}q + \frac{d\Delta}{dz}r + \frac{d\Delta}{dt} = 0$; ou

$$\frac{d(\Delta p)}{dx} + \frac{d(\Delta q)}{dy} + \frac{d(\Delta r)}{dz} + \frac{d\Delta}{dt} = 0.$$

C'est la premiere équation fondamentale de la théorie du mouvement des fluides; & comme elle est relative à la densité du fluide, elle peut être nommée en général l'*équation de la densité*.

5. Lorsque le fluide est incompressible, la densité de chaque particule dm ne varie point d'un instant à l'autre; ainsi il faudra que l'on ait dans

Digitized by Google

ce cas $\frac{d\Delta}{dt} + \frac{d\Delta}{dx} p + \frac{d\Delta}{dy} q + \frac{d\Delta}{dz} r = 0$; & l'équation précédente se réduira alors à celle-ci $\frac{dp}{dx} + \frac{dq}{dy} + \frac{dr}{dz} = 0$.

Donc pour les fluides incompressibles l'équation de la densité se décompose en deux de cette forme

$$\frac{d\Delta}{dt} + \frac{d\Delta}{dx} p + \frac{d\Delta}{dy} q + \frac{d\Delta}{dz} r = 0,$$

$$\frac{dp}{dx} + \frac{dq}{dy} + \frac{dr}{dz} = 0;$$

dont la premiere sert à déterminer la densité en fonction de x, y, z, t; & la seconde renferme la condition de l'incompressibilité du fluide, & peut être nommée en conséquence *équation de l'incompressibilité*.

6. Considérons présentement l'effet des forces accélératrices qui agissent sur le fluide.

Soient P, Q, R les forces par lesquelles chaque point du fluide est sollicité parallelement aux coordonnées x, y, z, & dans le sens suivant lequel ces coordonnées augmentent. Si on suppose d'abord le fluide en repos & en équilibre en vertu de ces forces, il faudra, par les principes connus de l'équilibre des fluides, que la quantité $\Delta(P\,dx + Q\,dy + R\,dz)$ soit une différentielle exacte par rapport à x, y, z; & son intégrale exprimera la pression du fluide sur le point qui répond aux coordonnées x, y, z; pression qui sera ainsi représentée par une fonction finie de ces mêmes variables.

Si donc on nomme en général Π cette pression produite par les forces P, Q, R, on aura, dans le cas où le fluide doit être en équilibre en vertu de ces forces,

$$d\Pi = \Delta(P\,dx + Q\,dy + R\,dz),$$

équation qui doit être intégrable d'elle-même, & dont les conditions de l'intégrabilité donneront celles auxquelles doivent être soumises les forces données pour l'existence de l'équilibre.

A la ſurface exterieure la preſſion Π doit être nulle, lorsque le fluide eſt libre; mais ſi le fluide eſt preſſé par une force quelconque donnée, il faut que cette force ſoit balancée par la même preſſion Π. Ainſi la valeur de la fonction Π ſera donnée à la ſurface du fluide, ce qui fournira une équation entre les variables x, y, z, laquelle déterminera la figure de cette ſurface dans l'état d'équilibre.

7. Suppoſons maintenant que le fluide animé des mêmes forces P, Q, R ſoit en mouvement, & que chaque particule dm ait les viteſſes p, q, r fonctions de x, y, z, t (art. 1.). Dans l'inſtant ſuivant le tems t devient $t + dt$, & les coordonnées x, y, z de la particule dm deviennent $x + p\,dt$, $y + q\,dt$, $z + r\,dt$ à cauſe du mouvement de cette particule. Donc les variations des quantités p, q, r ſeront

$$\left(\frac{dp}{dt} + p\frac{dp}{dx} + q\frac{dp}{dy} + r\frac{dp}{dz}\right) dt,$$
$$\left(\frac{dq}{dt} + p\frac{dq}{dx} + q\frac{dq}{dy} + r\frac{dq}{dz}\right) dt,$$
$$\left(\frac{dr}{dt} + p\frac{dr}{dx} + q\frac{dr}{dy} + r\frac{dr}{dz}\right) dt.$$

Or, par les principes de la mécanique, ces variations étant diviſées par l'élément dt du tems, donnent les forces accélératrices capables de les produire, lesquelles doivent être par conſéquent équivalentes aux forces P, Q, R qui agiſſent réellement ſur le fluide. Donc les premieres dirigées en ſens contraire doivent faire équilibre à ces dernieres; d'où il s'enſuit que le fluide étant animé dans chaque point par les forces accélératrices

$$P - \frac{dp}{dt} - p\frac{dp}{dx} - q\frac{dp}{dy} - r\frac{dp}{dz},$$
$$Q - \frac{dq}{dt} - p\frac{dq}{dx} - q\frac{dq}{dy} - r\frac{dq}{dz},$$
$$R - \frac{dr}{dt} - p\frac{dr}{dx} - q\frac{dr}{dy} - r\frac{dr}{dz}$$

Digitized by Google

dirigées ſuivant les lignes x, y, z dans le ſens où ces lignes augmentent, devra être en équilibre de lui-même.

Ainſi en nommant Π la preſſion qui naît de toutes ces forces dans chaque point du fluide, on aura (art. 6.)

$$\begin{aligned} d\Pi = {} & \Delta\left(P - \frac{dp}{dt} - p\frac{dp}{dx} - q\frac{dp}{dy} - r\frac{dp}{dz}\right) dx \\ & + \Delta\left(Q - \frac{dq}{dt} - p\frac{dq}{dx} - q\frac{dq}{dy} - r\frac{dq}{dz}\right) dy \\ & + \Delta\left(R - \frac{dr}{dt} - p\frac{dr}{dx} - q\frac{dr}{dy} - r\frac{dr}{dz}\right) dz \end{aligned}$$

équation qui devra pareillement être intégrable par rapport aux variables x, y, z, le tems t étant regardé comme conſtant.

C'eſt la ſeconde équation fondamentale du mouvement des fluides, & qui peut être nommée *équation de la preſſion.*

8. L'intégrabilité de cette équation donne (en regardant Π comme une fonction finie de x, y, z) ces trois équations partielles

$$\frac{d\Pi}{dx} = \Delta\left(P - \frac{dp}{dt} - p\frac{dp}{dx} - q\frac{dp}{dy} - r\frac{dp}{dz}\right),$$

$$\frac{d\Pi}{dy} = \Delta\left(Q - \frac{dq}{dt} - p\frac{dq}{dx} - q\frac{dq}{dy} - r\frac{dq}{dz}\right),$$

$$\frac{d\Pi}{dz} = \Delta\left(R - \frac{dr}{dt} - p\frac{dr}{dx} - q\frac{dr}{dy} - r\frac{dr}{dz}\right).$$

Or dans les fluides compreſſibles la denſité Δ eſt toujours donnée par une fonction connue de Π, x, y, z, t, dépendante de la loi de l'élaſticité du fluide, & de celle de la chaleur qui eſt ſuppoſée régner à chaque inſtant dans tous les points de l'eſpace. Ainſi combinant les trois équations précédentes avec l'équation générale de la denſité (art. 4.), on aura quatre équations aux différences partielles entre les quatre inconnues p, q, r, Δ & les variables x, y, z, t, leſquelles équations contiendront toute la théorie du mouvement des fluides compreſſibles & élaſtiques.

9. Pour les fluides incompressibles nous avons vu (art. 5.) que l'on a deux équations, l'une relative à la loi de la densité, l'autre relative à la condition de l'incompressibilité.

Or éliminant la quantité Π des trois équations de l'art. préc., on a ces deux-ci

$$\frac{d.\Delta\left(P - \frac{dp}{dt} - p\frac{dp}{dx} - q\frac{dp}{dy} - r\frac{dp}{dz}\right)}{dy} = \frac{d.\Delta\left(Q - \frac{dq}{dt} - p\frac{dq}{dx} - q\frac{dq}{dy} - r\frac{dq}{dz}\right)}{dx},$$

$$\frac{d.\Delta\left(P - \frac{dp}{dt} - p\frac{dp}{dx} - q\frac{dp}{dy} - r\frac{dp}{dz}\right)}{dz} = \frac{d.\Delta\left(R - \frac{dr}{dt} - p\frac{dr}{dx} - q\frac{dr}{dy} - r\frac{dr}{dz}\right)}{dx},$$

lesquelles étant combinées avec les deux dont nous venons de parler, on aura de nouveau quatre équations aux différences partielles entre les inconnues p, q, r, Δ & les variables x, y, z, t; & ces équations contiendront toute la théorie du mouvement des fluides incompressibles.

10. Les équations que nous venons de donner étant aux différences partielles, leurs intégrales renfermeront nécessairement des fonctions arbitraires des variables x, y, z, t; & la détermination de ces fonctions dépendra de l'état initial du fluide, c'est à dire de valeurs de p, q, r, Δ lorsque $t = 0$, & des conditions particulieres auxquelles la surface même du fluide devra être assujettie pendant le mouvement.

On suppose tacitement dans la théorie du mouvement des fluides que les particules qui sont une fois à la surface du fluide, y restent toujours pendant tout le mouvement. Cette condition paroît en effet nécessaire pour que le fluide ne se divise pas, mais forme toujours une masse continue; cependant nous verrons qu'il y a des cas où elle ne doit pas avoir lieu.

Digitized by Google

Soit en général $A = 0$ l'équation de la surface du fluide, A étant une fonction de x, y, z, t. Puisque par le mouvement du fluide les coordonnées x, y, z d'une particule quelconque deviennent $x + p\,dt$ $y + q\,dt$, $z + q\,dt$, tandis que le tems t devient $t + dt$ (art. 1.); pour que les mêmes particules se trouvent encore à la surface après l'instant dt, il faudra que l'équation $A = 0$ ait lieu également en y mettant $x + p\,dt$, $y + q\,dt$, $z + r\,dt$, $t + dt$ à la place de x, y, z, t. Mais par ces substitutions il est visible que A devient $A + \frac{dA}{dt}dt + \frac{dA}{dx}p\,dt + \frac{dA}{dy}q\,dt + \frac{dA}{dz}r\,dt$; donc on aura pour la condition dont il s'agit l'équation

$$\frac{dA}{dt} + p\frac{dA}{dx} + q\frac{dA}{dy} + r\frac{dA}{dz} = 0;$$

laquelle devra par conséquent avoir lieu en même tems que l'équation $A = 0$ de la surface.

Si le fluide est contenu par des parois d'une figure donnée, il est clair que la partie de la surface du fluide laquelle sera contiguë à ces parois devra avoir la même figure que les parois; ainsi l'équation $A = 0$ devra être celle de la figure donnée des parois.

Mais dans les endroits où la surface du fluide sera libre il faudra que la pression Π y soit nulle; & si le fluide y étoit comprimé à l'extérieur par des forces quelconques données F, il faudroit que ces forces fussent égales & de direction contraire aux pressions Π. Ainsi on aura dans le premier cas $\Pi = 0$, & dans le second $\Pi = F$, pour l'équation de la surface libre du fluide.

Désignant donc en général ces équations par $B = 0$, on prendra B à la place de A, & l'on aura, pour la condition que les mêmes particules du fluide soient toujours à la surface, l'équation

$$\frac{dB}{dt} + p\frac{dB}{dx} + q\frac{dB}{dy} + r\frac{dB}{dz} = 0$$

laquelle devra subsister en même tems que l'équation $B = 0$, & par conséquent appartenir à la même surface courbe.

11. L'é-

Digitized by Google

11. L'équation $\frac{dA}{dt} + p\frac{dA}{dx} + q\frac{dA}{dy} + r\frac{dA}{dz} = 0$ est intégrable par la méthode générale que j'ai donnée pour ces sortes d'équations dans les Mémoires de 1779 pag. 152. Suivant cette méthode il faut intégrer les quatre équations $dx = p\,dt$, $dy = q\,dt$, $dz = r\,dt$, $dA = 0$, & nommant a, b, c, h les quatre constantes arbitraires on aura $h = f.(a, b, c)$ pour l'intégrale de la proposée, dans laquelle il faudra mettre pour h, a, b, c leurs valeurs en x, y, z, t, A; la caractéristique f dénotant une fonction quelconque de a, b, c. L'équation $dA = 0$ donne d'abord $A = h$; ainsi on aura $A = f.(a, b, c)$, les quantités a, b, c étant les trois constantes arbitraires qui entreront dans les intégrales des équations $dx = p\,dt$, $dy = q\,dt$, $dz = r\,dt$, ou plutôt les valeurs de ces constantes en x, y, z, t, déduites de ces intégrales. Or nous avons vu dans l'art. 1. que ces intégrales servent à déterminer les valeurs des coordonnées x, y, z de chaque particule pour un tems quelconque t, & que les constantes arbitraires a, b, c dépendent du lieu initial de la particule. Ainsi l'équation $A = f.(a, b, c)$ indique que la quantité A, regardée comme une fonction de x, y, z, t, doit être telle que si on y substitue pour x, y, z leurs valeurs en t & en a, b, c, elle devienne une fonction de a, b, c, sans t, c'est à dire que t s'évanouisse. C'est aussi ce qu'on peut démontrer *a priori*, par le raisonnement suivant.

Puisque $A = 0$ est l'équation de la surface du fluide, A étant une fonction des coordonnées x, y, z & du tems t qui est comme le parametre variable de cette surface; il s'ensuit que, si on y substitue pour x, y, z, leurs valeurs en t & a, b, c, & qu'on suppose pour plus de simplicité que a, b, c soient les valeurs de x, y, z, lorsque $t = 0$, c'est à dire les coordonnées initiales de chaque particule, il s'ensuit, dis-je, que l'équation $A = 0$ sera entre ces coordonnées a, b, c & le tems t, & représentera par conséquent la surface que formoient dans l'état initial les mêmes particules, qui après le tems t forment la surface représentée par l'équation donnée $A = 0$ entre x, y, z, t. Donc, pour que les

particules qui ſont une fois à la ſurface, y demeurent toujours, il faudra que l'équation $A = 0$ entre a, b, c repréſente la ſurface initiale du fluide, & ne contienne par conſéquent point le tems t. Par conſéquent, ſi la ſurface initiale eſt connue, en ſorte que pour cette ſurface on ait c exprimé par une fonction donnée de a & b, & qu'on ſubſtitue cette valeur de c dans l'équation $A = 0$, l'équation réſultante devra ſubſiſter d'elle-même, c'eſt à dire indépendamment d'aucune relation entre a, b, t; donc $\frac{dA}{da} = 0$, $\frac{dA}{db} = 0$.

Ce que nous venons de démontrer à l'égard des équations $A = 0$ & $\frac{dA}{dt} +$ &c. $= 0$, doit s'appliquer également aux équations $B = 0$ & $\frac{dB}{dt} +$ &c. $= 0$.

12. Tels ſont les principes & les formules générales de la théorie des fluides. La difficulté ne conſiſte que dans leur application; mais cette difficulté eſt ſi grande que jusqu'à préſent, même dans la ſolution des queſtions les plus ſimples, on s'eſt contenté d'employer des méthodes particulieres & fondées ſur des hypotheſes très limitées. Pour diminuer autant qu'il eſt poſſible cette difficulté, nous allons examiner maintenant, comment & dans quels cas les formules générales peuvent être ſimplifiées; nous en ferons enſuite l'application au mouvement des fluides dans des vaſes ou des canaux de figure quelconque.

13. Conſidérons d'abord l'équation de la denſité trouvée dans l'art. 4. pour les fluides compreſſibles; & ſuppoſons $\Delta p = \frac{d\alpha}{dt}$, $\Delta q = \frac{d\beta}{dt}$, $\Delta r = \frac{d\gamma}{dt}$, en regardant les quantités α, β, γ comme des fonctions inconnues de x, y, z, t. Cette équation deviendra par ces ſubſtitutions

$$\frac{d\Delta}{dt} + \frac{d^2\alpha}{dt\,dx} + \frac{d^2\beta}{dt\,dy} + \frac{d^2\gamma}{dt\,dz} = 0,$$

Digitized by Google

laquelle eſt intégrable relativement à t, & dont l'intégrale donnera

$$\Delta = D - \frac{d\alpha}{dx} - \frac{d\beta}{dy} - \frac{d\gamma}{dz},$$

D étant une fonction arbitraire de x, y, z ſans t, dépendante de la denſité initiale du fluide.

Enſuite on aura

$$p = \frac{\frac{d\alpha}{dt}}{D - \frac{d\alpha}{dx} - \frac{d\beta}{dy} - \frac{d\gamma}{dz}},$$

$$q = \frac{\frac{d\beta}{dt}}{D - \frac{d\alpha}{dx} - \frac{d\beta}{dy} - \frac{d\gamma}{dz}},$$

$$r = \frac{\frac{d\gamma}{dt}}{D - \frac{d\alpha}{dx} - \frac{d\beta}{dy} - \frac{d\gamma}{dz}}.$$

Donc faiſant ces ſubſtitutions dans les trois équations de l'art. 8., & mettant pour Π ſa valeur donnée en Δ, x, y, z, t, on n'aura plus à intégrer que trois équations entre les inconnues α, β, γ & les variables x, y, z, t; mais cette intégration ſurpaſſera les forces de l'analyſe connue.

Si le fluide eſt incompreſſible, on conſidérera l'équation de l'incompreſſibilité $\frac{dp}{dx} + \frac{dq}{dy} + \frac{dr}{dz} = 0$ (art. 5.), & l'on y fera $p = \frac{d\alpha}{dz}$, $q = \frac{d\beta}{dz}$, ce qui la réduira à la forme $\frac{d^2\alpha}{dx\,dz} + \frac{d^2\beta}{dy\,dz} + \frac{dr}{dz} = 0$, laquelle eſt intégrable relativement à z & donne $r = -\frac{d\alpha}{dx} - \frac{d\beta}{dy}$; n'étant point néceſſaire d'ajouter ici aucune fonction arbitraire, à cauſe des valeurs indéterminées de α & β.

Ainſi l'équation dont il s'agit ſera ſatisfaite par ces valeurs

$$p = \frac{d\alpha}{dz},\ q = \frac{d\beta}{dz},\ r = -\frac{d\alpha}{dx} - \frac{d\beta}{dy}$$

lesquelles étant ensuite substituées dans l'équation de la densité du même article 5., ainsi que dans les deux équations de l'art. 9., on aura de nouveau trois équations entre les inconnues α, β, Δ, & les variables x, y, z, t; & la théorie du mouvement des fluides incompressibles sera réduite à l'intégration de ces équations; mais cette intégration surpasse aussi les forces de l'analyse.

14. Considérons présentement l'équation générale de la pression trouvée dans l'art. 7.; & voyons si cette équation n'est pas susceptible en elle-même de quelque simplification.

Nous supposerons ici que la densité Δ soit ou constante, ou simplement proportionelle à une fonction quelconque de la pression Π; ce qui est le cas de tous les fluides connus, tant qu'on y fait abstraction de la chaleur.

Nous supposerons de plus que les forces accélératrices P, Q, R du fluide soient telles que $P\,dx + Q\,dy + R\,dz$ soit une différentielle complette; ce qui a lieu en général lorsque ces forces viennent d'une ou de plusieurs attractions proportionelles à des fonctions quelconques des distances.

De cette maniere, si on fait

$$dV = P\,dx + Q\,dy + R\,dz;$$

l'équation proposée étant divisée par Δ se réduira à cette forme

$$\begin{aligned}&\left(\frac{dp}{dt} + p\frac{dp}{dx} + q\frac{dp}{dy} + r\frac{dp}{dz}\right)dx\\ &+ \left(\frac{dq}{dt} + p\frac{dq}{dx} + q\frac{dq}{dy} + r\frac{dq}{dz}\right)dy\\ &+ \left(\frac{dr}{dt} + p\frac{dr}{dx} + q\frac{dr}{dy} + r\frac{dr}{dz}\right)dz\\ &= dV - \frac{d\Pi}{\Delta}.\end{aligned}$$

Ainsi le premier membre de cette équation devra être en particulier une différentielle complette relativement à x, y, z, puisque le second en est une.

Digitized by Google

Qu'on retranche de part & d'autre la différentielle de $\frac{p^2+q^2+r^2}{2}$ prise relativement à x, y, z, laquelle est $\left(\frac{p\,dp}{dx}+\frac{q\,dq}{dx}+\frac{r\,dr}{dx}\right)dx + \left(\frac{p\,dp}{dy}+\frac{q\,dq}{dy}+\frac{r\,dr}{dy}\right)dy + \left(\frac{p\,dp}{dz}+\frac{q\,dq}{dz}+\frac{r\,dr}{dz}\right)dz$; l'on aura, en ordonnant les termes, cette transformée

$$\frac{dp}{dt}dx+\frac{dq}{dt}dy+\frac{dr}{dt}dz$$
$$+\left(\frac{dp}{dy}-\frac{dq}{dx}\right)(q\,dx-p\,dy)$$
$$+\left(\frac{dp}{dz}-\frac{dr}{dx}\right)(r\,dx-p\,dz)$$
$$+\left(\frac{dq}{dz}-\frac{dr}{dy}\right)(r\,dy-q\,dz)$$
$$=dV-\frac{d\Pi}{\Delta}-\frac{d.\,(p^2+q^2+r^2)}{2}.$$

Donc le premier membre de cette équation devra être pareillement une différentielle exacte.

15. Il est visible que si on suppose que la quantité $p\,dx+q\,dy+r\,dz$ soit elle-même la différentielle exacte d'une fonction quelconque φ composée de x, y, z & t; on aura $p=\frac{d\varphi}{dx}$, $q=\frac{d\varphi}{dy}$, $r=\frac{d\varphi}{dz}$. Donc $\frac{dp}{dt}=\frac{d^2\varphi}{dt\,dx}$, $\frac{dq}{dt}=\frac{d^2\varphi}{dt\,dy}$, $\frac{dr}{dt}=\frac{d^2\varphi}{dt\,dz}$, $\frac{dp}{dy}=\frac{d^2\varphi}{dx\,dy}$, $\frac{dq}{dx}=\frac{d^2\varphi}{dx\,dy}$ &c.

Ainsi l'équation précédente deviendra par ces substitutions

$$\frac{d^2\varphi}{dt\,dx}dx+\frac{d^2\varphi}{dt\,dy}dy+\frac{d^2\varphi}{dt\,dz}dz$$
$$=dV-\frac{d\Pi}{\Delta}-\frac{d.\,(p^2+q^2+r^2)}{2};$$

Digitized by Google

laquelle eſt évidemment intégrable par rapport à x, y, z; de ſorte qu'en intégrant, on aura

$$\frac{d\varphi}{dt} = V - \int \frac{d\Pi}{\Delta} - \frac{p^2 + q^2 + r^2}{2}.$$

On pourroit ajouter à l'un des membres de cette équation intégrale une fonction arbitraire de t, puiſque la variable t a été regardée dans l'intégration comme conſtante. Mais j'obſerve que cette fonction arbitraire peut être cenſée renfermée dans la valeur de φ; en effet ſi on augmente φ d'une fonction quelconque T de t, le premier membre de l'équation précédente ſe trouvera augmenté de la fonction arbitraire $\frac{dT}{dt}$, & les valeurs des quantités p, q, r demeureront les mêmes qu'auparavant. Ainſi on peut ſans déroger à la généralité de l'équation ſe diſpenſer d'y ajouter aucune fonction arbitraire de t.

On aura donc, dans la ſuppoſition dont il s'agit, l'équation

$$\int \frac{d\Pi}{\Delta} = V - \frac{d\varphi}{dt} - \frac{1}{2}\left(\frac{d\varphi}{dx}\right)^2 - \frac{1}{2}\left(\frac{d\varphi}{dy}\right)^2 - \frac{1}{2}\left(\frac{d\varphi}{dz}\right)^2;$$

par laquelle on connoîtra la preſſion Π, Δ étant ſuppoſée une fonction donnée de Π.

Et il ne reſtera plus qu'à ſatisfaire à la premiere équation fondamentale de l'art. 4., laquelle en y mettant auſſi pour p, q, r leurs valeurs $\frac{d\varphi}{dx}$, $\frac{d\varphi}{dy}$, $\frac{d\varphi}{dz}$, deviendra

$$\frac{d.\left(\Delta \frac{d\varphi}{dx}\right)}{dx} + \frac{d.\left(\Delta \frac{d\varphi}{dy}\right)}{dy} + \frac{d.\left(\Delta \frac{d\varphi}{dz}\right)}{dz} + \frac{d\Delta}{dt} = 0.$$

Ainſi en ſubſtituant à Δ ſa valeur donnée par l'équation précédente, on aura une ſeule équation finale en φ, de l'intégration de laquelle dépendra la détermination du mouvement du fluide.

16. Dans les fluides élaſtiques connus la denſité eſt toujours proportionelle à la preſſion; de ſorte qu'on a pour ces fluides $\Pi = k\Delta$, k étant

Digitized by Google

un coëfficient conſtant qu'on déterminera en connoiſſant la valeur de la preſſion pour une denſité donnée.

Ainſi pour l'air, la preſſion étant déterminée par la peſanteur de la colonne de mercure dans le barometre, il eſt clair que ſi on nomme g la force accélératrice de la gravité (force qui doit être exprimée, comme l'on fait, par le double de l'eſpace qu'un corps grave abandonné à lui-même parcourt dans le vuide pendant le tems qu'on prend pour l'unité des tems) h la hauteur du barometre pour une certaine denſité de l'air qu'on prendra pour l'unité des denſités, ϱ le rapport numérique de la denſité du mercure à celle de l'air, rapport qui eſt le même que celui des gravités ſpécifiques de ces deux fluides; il eſt clair, dis-je, qu'on aura pour cet état de l'air $\Pi = \varrho g h$ & $\Delta = 1$; donc $k = \varrho g h$.

Faiſant donc $\Pi = k\Delta$ on aura $\int \frac{d\Pi}{\Delta} = k\,l.\Delta$; par conſéquent la premiere équation de l'art. préc. ſera

$$k\,l.\Delta = V - \frac{d\varphi}{dt} - \frac{1}{2}\left(\frac{d\varphi}{dx}\right)^2 - \frac{1}{2}\left(\frac{d\varphi}{dy}\right)^2 - \frac{1}{2}\left(\frac{d\varphi}{dz}\right)^2.$$

Or la ſeconde équation du même article ſe réduit à cette forme

$$\frac{d^2\varphi}{dx^2} + \frac{d^2\varphi}{dy^2} + \frac{d^2\varphi}{dz^2} + \frac{d\varphi}{dx} \times \frac{d.\,l\Delta}{dx}$$
$$+ \frac{d\varphi}{dy} \times \frac{d.\,l\Delta}{dy} + \frac{d\varphi}{dz} \times \frac{d.\,l\Delta}{dz} + \frac{d.\,l\Delta}{dt} = 0.$$

Donc ſubſtituant pour $l\Delta$ ſa valeur donnée par la premiere, on aura après avoir ordonné les termes

$$k\left(\frac{d^2\varphi}{dx^2} + \frac{d^2\varphi}{dy^2} + \frac{d^2\varphi}{dz^2}\right) - \frac{d^2\varphi}{dt^2}$$
$$+ \frac{d\varphi}{dx} \times \frac{dV}{dx} + \frac{d\varphi}{dy} \times \frac{dV}{dy} + \frac{d\varphi}{dz} \times \frac{dV}{dz}$$
$$- 2\,\frac{d\varphi}{dx} \times \frac{d^2\varphi}{dx\,dt} - 2\,\frac{d\varphi}{dy} \times \frac{d^2\varphi}{dy\,dt} - 2\,\frac{d\varphi}{dz} \times \frac{d^2\varphi}{dz\,dt}$$
$$- \left(\frac{d\varphi}{dx}\right)^2 \times \frac{d^2\varphi}{dx^2} - \left(\frac{d\varphi}{dy}\right)^2 \times \frac{d^2\varphi}{dy^2} - \left(\frac{d\varphi}{dz}\right)^2 \times \frac{d^2\varphi}{dz^2}$$

$$- 2\,\frac{d\varphi}{dx} \times \frac{d\varphi}{dy} \times \frac{d^2\varphi}{dx\,dy} - 2\,\frac{d\varphi}{dx} \times \frac{d\varphi}{dz} \times \frac{d^2\varphi}{dx\,dz}$$

$$- 2\,\frac{d\varphi}{dy} \times \frac{d\varphi}{dz} \times \frac{d^2\varphi}{dy\,dz} = 0.$$

équation qui contient ſeule la théorie du mouvement des fluides élaſtiques dans l'hypotheſe dont il s'agit.

Si le fluide eſt incompreſſible & la denſité Δ conſtante, alors la preſſion ſera donnée par l'équation

$$\frac{\Pi}{\Delta} = V - \frac{d\varphi}{dt} - \frac{1}{2}\left(\frac{d\varphi}{dx}\right)^2 - \frac{1}{2}\left(\frac{d\varphi}{dy}\right)^2 - \frac{1}{2}\left(\frac{d\varphi}{dz}\right)^2$$

& l'équation de l'incompreſſibilité (art. 5.) deviendra (par la ſubſtitution de $\frac{d\varphi}{dx}$, $\frac{d\varphi}{dy}$, $\frac{d\varphi}{dz}$ au lieu de p, q, r)

$$\frac{d^2\varphi}{dx^2} + \frac{d^2\varphi}{dy^2} + \frac{d^2\varphi}{dz^2} = 0,$$

laquelle ſervira à déterminer la quantité φ.

17. On voit donc que la ſuppoſition que $p\,dx + q\,dy + r\,dz$ ſoit une différentielle exacte d'une fonction de x, y, z ſimplifie beaucoup la théorie du mouvement des fluides élaſtiques ou non; ainſi il eſt important d'examiner dans quels cas cette ſuppoſition peut & doit avoir lieu.

Soit pour abréger

$$\alpha = \frac{dp}{dy} - \frac{dq}{dx}, \quad \beta = \frac{dp}{dz} - \frac{dr}{dx}, \quad \gamma = \frac{dq}{dz} - \frac{dr}{dy},$$

le premier membre de l'équation de l'art. 14. deviendra de cette forme

$$\frac{dp}{dt}\,dx + \frac{dq}{dt}\,dy + \frac{dr}{dt}\,dz$$
$$+ \alpha\,(q\,dx - p\,dy) + \beta\,(r\,dx - p\,dz) + \gamma\,(r\,dy - q\,dz);$$

& la queſtion ſe réduit à faire en ſorte que cette quantité ſoit une différentielle exacte; p, q, r étant des fonctions de x, y, z, t.

Suppo-

Supposons que t soit une quantité fort petite, il est visible qu'on pourra donner à p, q, r les formes suivantes

$$p = p' + p''t + p'''t^2 + p^{IV}t^3 + \&c.$$
$$q = q' + q''t + q'''t^2 + q^{IV}t^3 + \&c.$$
$$r = r' + r''t + r'''t^2 + r^{IV}t^3 + \&c.$$

dans lesquelles p', p'', p''' &c. q', q'', q''' &c. r', r'', r''' &c. seront des fonctions de x, y, z sans t.

Ces valeurs étant substituées dans les trois quantités α, β, γ elles deviendront

$$\alpha = \alpha' + \alpha''t + \alpha'''t^2 + \alpha^{IV}t^3 + \&c.$$
$$\beta = \beta' + \beta''t + \beta'''t^2 + \beta^{IV}t^3 + \&c.$$
$$\gamma = \gamma' + \gamma''t + \gamma'''t^2 + \gamma^{IV}t^3 + \&c.$$

en supposant

$$\alpha' = \frac{dp'}{dy} - \frac{dq'}{dx}, \quad \alpha'' = \frac{dp''}{dx} - \frac{dq''}{dy}, \quad \alpha''' = \frac{dp'''}{dx} - \frac{dq'''}{dy} \ \&c.$$

$$\beta' = \frac{dp'}{dz} - \frac{dr'}{dx}, \quad \beta'' = \frac{dp''}{dz} - \frac{dr''}{dx}, \quad \beta''' = \frac{dp'''}{dz} - \frac{dr'''}{dx} \ \&c.$$

$$\gamma' = \frac{dq'}{dz} - \frac{dr'}{dy}, \quad \gamma'' = \frac{dq''}{dz} - \frac{dr''}{dy}, \quad \gamma''' = \frac{dq'''}{dz} - \frac{dr'''}{dy} \ \&c.$$

Ainsi la quantité $\frac{dp}{dt}dx + \frac{dq}{dt}dy + \frac{dr}{dt}dz + \alpha(q\,dx - p\,dy) + \beta(r\,dx - p\,dz) + \gamma(r\,dy - q\,dz)$ deviendra après ces différentes substitutions, & en ordonnant les termes par rapport aux puissances de t,

$$p''dx + q''dy + r''dz +$$
$$\alpha'(q'dx - p'dy) + \beta'(r'dx - p'dz) + \gamma'(r'dy - q'dz)$$
$$+ t(2(p'''dx + q'''dy + r'''dz) +$$
$$\alpha'(q''dx - p''dy) + \beta'(r''dx - p''dz) + \gamma'(r''dy - q''dz) +$$
$$\alpha''(q'dx - p'dy) + \beta''(r'dx - p'dz) + \gamma''(r'dy - q'dz))$$

Digitized by Google

$$+ t^2 (3(p^{\text{IV}} dx + q^{\text{IV}} dy + r^{\text{IV}} dz) +$$
$$\alpha'(q''' dx - p''' dy) + \beta'(r''' dx - p''' dz) + \gamma'(r''' dy - q''' dz) +$$
$$\alpha''(q'' dx - p'' dy) + \beta''(r'' dx - p'' dz) + \gamma''(r'' dy - q'' dz) +$$
$$\alpha'''(q' dx - p' dy) + \beta'''(r' dx - p' dz) + \gamma'''(r' dy - q' dz))$$
$$+ \ \&c.$$

& comme cette quantité doit être une différentielle exacte indépendamment de la valeur de t, il faudra que les quantités qui multiplient chaque puissance de t soient chacune en particulier une différentielle exacte.

18. Cela posé, supposons que $p' dx + q' dy + r' dz$ soit une différentielle exacte, on aura par les théoremes connus $\frac{dp'}{dy} = \frac{dq'}{dx}$, $\frac{dp'}{dz} = \frac{dr'}{dx}$, $\frac{dq'}{dz} = \frac{dr'}{dy}$; donc $\alpha' = 0$, $\beta' = 0$, $\gamma' = 0$; donc la premiere quantité qui doit être une différentielle exacte sera $p'' dx + q'' dy + r'' dz$. Il faudra donc que cette quantité soit aussi une différentielle exacte, ce qui donnera les conditions $\alpha'' = 0$, $\beta'' = 0$, $\gamma'' = 0$; & alors la seconde quantité qui doit être une différentielle exacte se réduira à $2(p''' dx + q''' dy + r''' dz)$. Ainsi il faudra que l'on ait aussi $\alpha''' = 0$, $\beta''' = 0$, $\gamma''' = 0$; de sorte que la troisieme quantité qui doit être une différentielle exacte sera $3(p^{\text{IV}} dx + q^{\text{IV}} dy + r^{\text{IV}} dz)$. On aura donc de même $\alpha^{\text{IV}} = 0$, $\beta^{\text{IV}} = 0$, $\gamma^{\text{IV}} = 0$; & ainsi de suite.

Donc si $p' dx + q' dy + r' dz$ est une différentielle exacte, il faudra que $p'' dx + q'' dy + r'' dz$, $p''' dx + q''' dy + r''' dz$, $p^{\text{IV}} dx + q^{\text{IV}} dy + r^{\text{IV}} dz$ &c. soient aussi chacune en particulier des différentielles complettes. Par conséquent la quantité $p\, dx + q\, dy + r\, dz$ sera elle-même une différentielle complette, le tems t étant supposé fort petit.

19. Il s'ensuit de là que si la quantité $p\, dx + q\, dy + r\, dz$ est une différentielle exacte lorsque $t = 0$, elle devra l'être aussi lorsque t aura une valeur quelconque très petite; d'où l'on peut conclure en général que

Digitized by Google

cette quantité devra être toujours une différentielle exacte, quelle que soit la valeur de t. Car puisqu'elle doit l'être depuis $t = 0$, jusqu'à $t = \theta$, (θ étant une quantité quelconque donnée très petite) si on y substitue par tout $\theta + t'$ à la place de t, on prouvera de même qu'elle devra être une différentielle exacte depuis $t' = 0$ jusqu'à $t' = \theta$; par conséquent elle le sera depuis $t = 0$ jusqu'à $t = 2\theta$; & ainsi de suite.

Donc en général, comme l'origine des t est arbitraire, & qu'on peut prendre également t positif, ou négatif, il s'ensuit que si la quantité $p\,dx + q\,dy + r\,dz$ est une différentielle exacte dans un instant quelconque, elle devra l'être pour tous les autres instans. Par conséquent s'il y a un seul instant dans lequel elle ne soit pas une différentielle exacte, elle ne pourra jamais l'être pendant tout le mouvement; car si elle l'étoit dans un autre instant quelconque, elle devroit l'être aussi dans le premier.

20. Lorsque le mouvement commence du repos, on a alors $p = 0$, $q = 0$, $r = 0$ lorsque $t = 0$; donc $p\,dx + q\,dy + r\,dz$ sera intégrable pour ce moment, & par conséquent devra l'être toujours pendant toute la durée du mouvement.

Mais s'il y a des vitesses imprimées au fluide au commencement du mouvement, tout dépend de la nature de ces vitesses, selon qu'elles seront telles que $p\,dx + q\,dy + r\,dz$ soit une quantité intégrable ou non; dans le premier cas la quantité $p\,dx + q\,dy + r\,dz$ sera toujours intégrable, & dans le second elle ne le sera jamais.

Lorsque les vitesses initiales sont produites par une impulsion quelconque sur la surface du fluide, on peut démontrer que $p\,dx + q\,dy + r\,dz$ doit être intégrable dans le premier instant. Car il faut que les vitesses p, q, r que chaque point du fluide reçoit en vertu de l'impulsion donnée à la surface, soient telles, que si on détruisoit ces vitesses en imprimant en même tems à chaque point du fluide des vitesses égales & en sens contraire, toute la masse du fluide demeurât en repos ou en équilibre. Donc il faudra qu'il y ait équilibre dans cette masse en vertu de l'impulsion appliquée à la surface, & des vitesses ou forces $-p$, $-q$, $-r$ appli-

quées à chacun des points de son intérieur; par conséquent, suivant la loi connue de l'équilibre des fluides, les quantités p, q, r devront être telles que $p\,dx + q\,dy + r\,dz$ soit une différentielle exacte. Ainsi dans ce cas la même quantité devra toujours être une différentielle exacte dans chaque instant du mouvement.

21. On pourroit peut-être douter s'il y a des mouvemens possibles dans un fluide, pour lesquels $p\,dx + q\,dy + r\,dz$ ne soit pas une différentielle exacte.

Pour lever ce doute par un exemple très simple, il n'y a qu'à considérer le cas où l'on auroit $p = gy$, $q = -gx$, $r = 0$, g étant une constante quelconque. On voit d'abord que dans ce cas $p\,dx + q\,dy + r\,dz$ ne sera pas complette, puisqu'elle devient $g(y\,dx - x\,dy)$ qui n'est pas intégrable; cependant la quantité $\frac{dp}{dt}dx + \frac{dq}{dt}dy + \frac{dr}{dt}dz + \alpha(q\,dx - p\,dy) + \beta(r\,dx - p\,dz) + \gamma(r\,dy - q\,dz)$ de l'art. 16. est intégrable; car on aura $\frac{dp}{dt} = 0$, $\frac{dq}{dt} = 0$, $\frac{dr}{dt} = 0$, $\alpha = \frac{dp}{dy} - \frac{dq}{dx} = 2g$, $\beta = \frac{dp}{dz} - \frac{dr}{dx} = 0$, $\gamma = \frac{dq}{dz} - \frac{dr}{dy} = 0$; de sorte que la quantité dont il s'agit sera $-2g^2(x\,dx + y\,dy)$ dont l'intégrale est $-g^2(x^2 + y^2)$. A l'égard de l'équation dépendante de l'incompressibilité du fluide, savoir $\frac{dp}{dx} + \frac{dq}{dy} + \frac{dr}{dz} = 0$ (art. 5.) elle est aussi satisfaite, puisque $\frac{dp}{dx} = 0$, $\frac{dq}{dy} = 0$, $\frac{dr}{dz} = 0$.

Au reste il est visible que la supposition précédente de $p = gy$, $q = -gx$ représente le mouvement d'un fluide qui tourne autour de l'axe fixe des coordonnées z avec une vitesse angulaire constante & égale à g; & l'on sait qu'un pareil mouvement peut toujours avoir lieu dans un fluide.

Il s'ensuit de là que dans le calcul des oscillations de la mer en vertu de l'attraction du Soleil & de la Lune, on ne peut pas supposer que la quantité $p\,dx + q\,dy + r\,dz$ soit intégrable, puisqu'elle ne l'est pas lorsque le fluide est en repos par rapport à la Terre, & qu'il n'a que le mouvement de rotation qui lui est commun avec elle.

En général si on suppose p & q fonctions de x & y sans z ni t, & r constante, on aura $\frac{dp}{dt} = 0$, $\frac{dq}{dt} = 0$, $\frac{dr}{dt} = 0$, $\alpha = \frac{dp}{dy} - \frac{dq}{dx}$, $\beta = 0$, $\gamma = 0$; & la quantité qui doit être intégrable (art. 17.) sera $\left(\frac{dp}{dy} - \frac{dq}{dx}\right)(q\,dx - p\,dy)$. Or par l'incompressibilité du fluide on aura $\frac{dp}{dx} + \frac{dq}{dy} = 0$, $\frac{dr}{dz}$ étant nul; donc $p\,dy - q\,dx$ devra être intégrable. Soit donc $p\,dy - q\,dx = d\omega$, on aura $p = \frac{d\omega}{dy}$, $q = -\frac{d\omega}{dx}$, & la quantité $\left(\frac{dp}{dy} - \frac{dq}{dx}\right)(q\,dx - p\,dy)$ deviendra $-\left(\frac{d^2\omega}{dx^2} + \frac{d^2\omega}{dy^2}\right) d\omega$, laquelle devant être elle-même intégrable, il faudra que l'on ait $\frac{d^2\omega}{dx^2} + \frac{d^2\omega}{dy^2} =$ fonct. ω. Ainsi, pourvu que ω soit une fonction de x, y, sans z ni t, laquelle satisfasse à cette équation, on aura un mouvement possible dans le fluide en prenant $p = \frac{d\omega}{dy}$, $q = -\frac{d\omega}{dx}$, $r =$ const.; sans qu'il soit nécessaire que $p\,dx + q\,dy$ soit intégrable.

Si on fait $\omega = \frac{g(x^2 + y^2)}{2}$, on aura fonct. $\omega = g$, & $p = gy$, $q = -gx$, comme dans l'exemple précédent.

22. Il y a encore un cas très étendu dans lequel la quantité $p\,dx + q\,dy + r\,dz$ doit être une différentielle exacte. C'est celui où l'on suppose que les vitesses p, q, r soient très petites & qu'on néglige les

Digitized by Google

quantités très petites du second ordre & des ordres suivans. Car alors l'équation de l'art. 14. se réduit à celle-ci

$$\frac{dp}{dt}dx + \frac{dq}{dt}dy + \frac{dr}{dt}dz = dV - \frac{d\Pi}{\Delta};$$

de sorte que $\frac{dp}{dt}dx + \frac{dq}{dt}dy + \frac{dr}{dt}dz$ doit être intégrable par rapport à x, y, z, & par conséquent aussi la quantité $p\,dx + q\,dy + r\,dz$, laquelle étant représentée par $d\varphi$, en supposant φ une fonction très petite de x, y, z, t, on aura les mêmes formules que dans les art. 15. & 16., en y négligeant seulement les secondes & les ultérieures dimensions de φ.

On pourra de plus dans ce cas déterminer les valeurs mêmes des coordonnées x, y, z pour un tems quelconque. Car il n'y aura pour cela qu'à intégrer les équations $dx = p\,dt$, $dy = q\,dt$, $dz = r\,dt$ (art. 1.) dans lesquelles, à cause que p, q, r sont supposées très petites & que par conséquent dx, dy, dz sont très petites vis à vis de dt, on pourra regarder x, y, z comme constantes vis à vis de t. De sorte qu'en traitant t seule comme variable dans p, q, r, & ajoutant les constantes arbitraires a, b, c, on aura sur le champ $x = a + \int p\,dt$, $y = b + \int q\,dt$, $z = c + \int r\,dt$.

Donc si on fait pour abréger $\Phi = \int \varphi\,dt$, & qu'on y change x, y, z en a, b, c, on aura

$$x = a + \frac{d\Phi}{da},\quad y = b + \frac{d\Phi}{db},\quad z = c + \frac{d\Phi}{dc};$$

& les quantités a, b, c, seront les valeurs initiales de x, y, z pour chaque particule du fluide, si on prend la fonction Φ de maniere qu'elle soit nulle lorsque $t = 0$.

23. Le cas dont nous venons de traiter a lieu surtout dans la théorie de la propagation du son. En supposant, comme dans l'art. 16., $\Pi = k\Delta$, & ne conservant que les premieres dimensions de la quantité φ supposée très petite, on aura $k\,l.\Delta = V - \frac{d\varphi}{dt}$, & l'équation en φ sera

Digitized by Google

$$k\left(\frac{d^2\varphi}{dx^2}+\frac{d^2\varphi}{dy^2}+\frac{d^2\varphi}{dz^2}\right)-\frac{d^2\varphi}{dt^2}$$
$$+\frac{d\varphi}{dx}\times\frac{dV}{dx}+\frac{d\varphi}{dy}\times\frac{dV}{dy}+\frac{d\varphi}{dz}\times\frac{dV}{dz}=0.$$

Or dans l'état de repos ou d'équilibre on a $\varphi = 0$, donc $kl.\Delta = V$, & par conſéquent $\Delta = e^{\frac{V}{k}}$.

Suppoſons donc que la denſité naturelle de l'air ſoit augmentée, lorsque l'air eſt en vibration, en raiſon de $1+s$ à 1, s étant une quantité fort petite, on aura $\Delta = e^{\frac{V}{k}}(1+s)$, & de là, en négligeant les carrés de s, $l\Delta = \frac{V}{k} - s$; donc $s = \frac{d\varphi}{k\,dt}$.

Comme $dV = P\,dx + Q\,dy + R\,dz$ (art. 14.), il eſt clair qu'on aura $\frac{dV}{dx} = P$, $\frac{dV}{dy} = Q$, $\frac{dV}{dz} = R$; P, Q, R étant les forces accélératrices de chaque particule ſuivant les lignes x, y, z (art. 6.). Donc ſi on prend les ordonnées z verticales & dirigées de haut en bas, & qu'on nomme, comme dans l'art. 16., g la force accélératrice de la gravité, on aura $P=0$, $Q=0$, $R=g$, & la théorie de la propagation du ſon ſera renfermée dans l'équation

$$k\left(\frac{d^2\varphi}{dx^2}+\frac{d^2\varphi}{dy^2}+\frac{d^2\varphi}{dz^2}\right)+g\frac{d\varphi}{dz}=\frac{d^2\varphi}{dt^2}.$$

Ayant déterminé φ par cette équation on aura les viteſſes p, q, r & la condenſation s de l'air par les formules $p=\frac{d\varphi}{dx}$, $q=\frac{d\varphi}{dy}$, $r=\frac{d\varphi}{dz}$, $s=\frac{d\varphi}{k\,dt}$. Le coëfficient k eſt $=\varrho g h$, en nommant h la hauteur du barometre & ϱ le rapport de la gravité ſpécifique du mercure à celle de l'air (art. 16.).

24. Au reſte, ſi la maſſe du fluide étoit telle que l'une de ſes dimenſions fût conſidérablement plus petite que chacune des deux autres, en for-

Digitized by Google

te que les coordonnées z, par exemple, fussent très petites vis à vis de x & y, cette circonstance pourroit servir aussi à faciliter & simplifier l'intégration des équations principales.

Car il est clair qu'on pourroit alors donner aux inconnues p, q, r, Δ la forme suivante

$$p = p' + p''z + p'''z^2 + \&c.$$
$$q = q' + q''z + q'''z^2 + \&c.$$
$$r = r' + r''z + r'''z^2 + \&c.$$
$$\Delta = \Delta' + \Delta''z + \Delta'''z^2 + \&c.$$

dans laquelle p', p'' &c. q', q'' &c. r', r'' &c. Δ', Δ'' &c. seroient des fonctions de x, y, t sans t. De sorte qu'en faisant ces substitutions on auroit des équations en séries, lesquelles ne contiendroient que des différences partielles relatives à x, y, t.

Pour donner là-dessus un essai de calcul, nous supposerons, pour plus de simplicité, qu'il ne s'agisse que d'un fluide incompressible & homogene dont la densité Δ soit $= 1$.

Substituant premierement les valeurs précédentes dans l'équation de l'incompressibilité $\frac{dp}{dx} + \frac{dq}{dy} + \frac{dr}{dz} = 0$, & ordonnant les termes par rapport à z, on aura

$$\frac{dp'}{dx} + \frac{dq'}{dy} + r''$$
$$+ z\left(\frac{dp''}{dx} + \frac{dq''}{dy} + 2r'''\right)$$
$$+ z^2\left(\frac{dp'''}{dx} + \frac{dq'''}{dy} + 3r^{\text{IV}}\right)$$
$$+ \&c. = 0.$$

De sorte

Digitized by Google

De ſorte que comme p', p'', &c. q', &c. ne doivent point contenir z, on aura ces équations particulieres

$$\frac{dp'}{dx} + \frac{dq'}{dy} + r'' = 0$$
$$\frac{dp''}{dx} + \frac{dq''}{dy} + 2r''' = 0$$
$$\frac{dp'''}{dx} + \frac{dq'''}{dy} + 3r^{iv} = 0$$

&c.

par lesquelles on déterminera d'abord les quantités r'', r''', r^{iv} &c.; & les quantités r', p', p'', p''' &c., q', q'', q''' &c. demeureront encore indéterminées.

On fera enſuite les mêmes ſubſtitutions dans l'équation de la preſſion (art. 14.), & il eſt viſible qu'elle ſe réduira à cette forme

$$\alpha\, dx + \beta\, dy + \gamma\, dz + z(\alpha' dx + \beta' dy + \gamma' dz)$$
$$+ z^2(\alpha'' dx + \beta'' dy + \gamma'' dz) + \&c. = dV - d\Pi;$$

en faiſant pour abréger

$$\alpha = \frac{dp'}{dt} + p'\frac{dp'}{dx} + q'\frac{dp'}{dy} + r'p''$$
$$\beta = \frac{dq'}{dt} + p'\frac{dq'}{dx} + q'\frac{dq'}{dy} + r'q''$$
$$\gamma = \frac{dr'}{dt} + p'\frac{dr'}{dx} + q'\frac{dr'}{dy} + r'r''$$
$$\alpha' = \frac{dp''}{dt} + p'\frac{dp''}{dx} + p''\frac{dp'}{dx} + q'\frac{dp''}{dy}$$
$$+ q''\frac{dp'}{dy} + 2r'p''' + r''p''$$
$$\beta' = \frac{dq''}{dt} + p'\frac{dq''}{dx} + p''\frac{dq'}{dx} + q'\frac{dq''}{dy}$$
$$+ q''\frac{dq'}{dy} + 2r'q''' + r''q''$$

$$\gamma' = \frac{d r''}{d t} + p' \frac{d r''}{d x} + p'' \frac{d r'}{d x} + q' \frac{d r''}{d y}$$
$$+ q'' \frac{d r'}{d y} + 2 r' r''' + r'' r''$$

& ainſi de ſuite.

Donc, pour que le premier membre de cette équation ſoit intégrable, il faudra que les quantités

$$\alpha\, dx + \beta\, dy,$$
$$\gamma\, dz + z(\alpha'\, dx + \beta'\, dy),$$
$$\gamma' z\, dz + z^2 (\alpha''\, dx + \beta''\, dy),$$
&c.

ſoient chacune intégrable en particulier.

Si donc on dénote par ω une fonction de x, y, t ſans z, on aura ces conditions

$$\alpha = \frac{d\omega}{dx}, \quad \beta = \frac{d\omega}{dy}, \quad \alpha' = \frac{d\gamma}{dx}, \quad \beta' = \frac{d\gamma}{dy},$$
$$\alpha'' = \frac{d\gamma'}{2\,dx}, \quad \beta'' = \frac{d\gamma'}{2\,dy} \quad \&c.$$

Alors l'équation intégrée ſera

$$\omega + \gamma z + \tfrac{1}{2} \gamma' z^2 + \&c. = V - \Pi$$

& il ne s'agira plus que de ſatisfaire aux conditions précédentes par le moyen des fonctions indéterminées ω, r', p', p'' &c. q', q'' &c.

25. Le calcul deviendroit encore plus facile ſi les deux variables y & z étoient très petites vis à vis de x; car alors on pourroit ſuppoſer

$$p = p' + p'' y + p''' z + p^{\text{IV}} y^2 + p^{\text{V}} y z + \&c.$$
$$q = q' + q'' y + q''' z + q^{\text{IV}} y^2 + q^{\text{V}} y z + \&c.$$
$$r = r' + r'' y + r''' z + r^{\text{IV}} y^2 + r^{\text{V}} y z + \&c.$$

& les quantités p', p'' &c. q', q'' &c. r', r'' &c. ſeroient ſimplement des fonctions de x & t.

Digitized by Google

Ainsi l'équation de l'incompressibilité donneroit d'abord

$$\frac{dp'}{dx} + q'' + r''' = 0,$$

$$\frac{dp''}{dx} + 2q^{iv} + r^{v} = 0$$

&c.

Ensuite l'équation de la pression deviendroit

$$\alpha\, dx + \beta\, dy + \gamma\, dz + y(\alpha' dx + \beta' dy + \gamma' dz)$$
$$+ z(\alpha'' dx + \beta'' dy + \gamma'' dz) + \&c. = dV - d\Pi,$$

dans laquelle

$$\alpha = \frac{dp'}{dt} + p'\frac{dp'}{dx} + q'p'' + r'p'''$$

$$\beta = \frac{dq'}{dt} + p'\frac{dq'}{dx} + q'q'' + r'q'''$$

$$\gamma = \frac{dr'}{dt} + p'\frac{dr'}{dx} + q'r'' + r'r'''$$

$$\alpha' = \frac{dp''}{dt} + p'\frac{dp''}{dx} + p''\frac{dp'}{dx} + 2q'p^{iv}$$
$$+ q''p'' + r'p^{v} + r''p'''$$

&c.

Et il faudra, pour que l'équation soit intégrable, que l'on ait ces conditions

$$\alpha' = \frac{d\beta}{dx}, \quad \alpha'' = \frac{d\gamma}{dx} \ \&c.$$

moyennant quoi l'équation intégrée sera

$$\int \alpha\, dx + \beta y + \gamma z + \&c. = V - \Pi.$$

26. Enfin on pourra aussi quelquefois simplifier le calcul par le moyen des substitutions, en introduisant à la place des coordonnées x, y, z d'autres variables ξ, η, ζ lesquelles soient des fonctions données de x, y, z.

Supposons qu'on ait différentié ces fonctions & qu'on en ait tiré les valeurs de $d\xi$, $d\eta$, $d\zeta$, lesquelles seront de cette forme

$$d\xi = \lambda\, dx + \mu\, dy + \nu\, dz$$
$$d\eta = \lambda'\, dx + \mu'\, dy + \nu'\, dz$$
$$d\zeta = \lambda''\, dx + \mu''\, dy + \nu''\, dz,$$

λ, μ, ν, λ', μ' &c. étant des fonctions données de ξ, η, ζ.

En regardant la quantité p, d'abord comme fonction de x, y, z, & ensuite comme fonction de ξ, η, ζ, on aura $dp = \frac{dp}{dx} dx + \frac{dp}{dy} dy + \frac{dp}{dz} dz = \frac{dp}{d\xi} d\xi + \frac{dp}{d\eta} d\eta + \frac{dp}{d\zeta} d\zeta$. Donc, substituant à la place de $d\xi$, $d\eta$, $d\zeta$ les valeurs précédentes, & comparant les termes affectés de dx, dy, dz, on aura

$$\frac{dp}{dx} = \lambda \frac{dp}{d\xi} + \lambda' \frac{dp}{d\eta} + \lambda'' \frac{dp}{d\zeta},$$
$$\frac{dp}{dy} = \mu \frac{dp}{d\xi} + \mu' \frac{dp}{d\eta} + \mu'' \frac{dp}{d\zeta},$$
$$\frac{dp}{dz} = \nu \frac{dp}{d\xi} + \nu' \frac{dp}{d\eta} + \nu'' \frac{dp}{d\zeta},$$

& l'on aura de pareilles formules pour les valeurs de $\frac{dq}{dx}$, $\frac{dq}{dy}$ &c.

Faisant ces substitutions dans les équations fondamentales, elles ne contiendront plus que des différences partielles relatives à ξ, η, ζ & t; & si par la nature de la question proposée la variable ζ, par exemple, ou les deux variables η & ζ, sont très petites vis à vis de ξ, on pourra employer des réductions analogues à celles que nous avons développées dans l'art. préc.

27. Telles sont les méthodes & les formules principales par lesquelles on peut déterminer rigoureusement les loix du mouvement des fluides. Nous allons maintenant en montrer l'application à quelques cas particuliers.

Digitized by Google

SECTION SECONDE.

Du mouvement des fluides pesans & homogenes dans des vases ou des canaux de figure quelconque.

28. Nous supposerons d'abord que le fluide parte du repos, ou qu'il soit mis en mouvement par l'impulsion d'un piston appliqué à sa surface; moyennant quoi les vitesses p, q, r de chaque particule devront être telles que $p\,dx + q\,dy + r\,dz$ soit une différentielle exacte (art. 20.); de sorte qu'on pourra employer les formules données dans l'art. 16.

29. Soit donc φ une fonction de x, y, z, t, dépendante de l'équation

$$\frac{d^2\varphi}{dx^2} + \frac{d^2\varphi}{dy^2} + \frac{d^2\varphi}{dz^2} = 0;$$

on aura d'abord pour les vitesses p, q, r de chaque particule suivant les directions des coordonnées x, y, z, ces expressions

$$p = \frac{d\varphi}{dx}, \quad q = \frac{d\varphi}{dy}, \quad r = \frac{d\varphi}{dz}.$$

Ensuite la pression Π dans chaque point du fluide sera (en supposant la densité $\Delta = 1$)

$$\Pi = V - \frac{d\varphi}{dt} - \frac{1}{2}\left(\frac{d\varphi}{dx}\right)^2 - \frac{1}{2}\left(\frac{d\varphi}{dy}\right)^2 - \frac{1}{2}\left(\frac{d\varphi}{dz}\right)^2.$$

La quantité V est $= \int(P\,dx + Q\,dy + R\,dz)$ en nommant P, Q, R les forces accélératrices tendantes à augmenter les coordonnées x, y, z. Or nous supposons ici que le fluide n'est animé que par sa gravité naturelle. Donc prenant g pour exprimer la force accélératrice de la gravité, ainsi que nous l'avons déjà fait plus haut (art. 16.), & nommant ξ, η, ζ, les angles que la verticale fait avec les axes des coordonnées x, y, z, on aura $P = g \cos \xi$, $Q = g \cos \eta$, $R = g \cos \zeta$, & par conséquent

$$V = gx \cos \xi + gy \cos \eta + gz \cos \zeta.$$

Digitized by Google

30. Maintenant ſoit $z = \alpha$, l'équation d'une des parois du vaſe, ou du canal, α étant une fonction donnée de x, y ſans z ni t. On aura donc, ſuivant les formules de l'art. 10., $A = z - \alpha$; & les deux équations $A = 0$, $\frac{dA}{dt} + p\frac{dA}{dx} + q\frac{dA}{dy} + r\frac{dA}{dz}$ ſe réduiront à $z - \alpha = 0$, & $-\frac{d\varphi}{dx} \times \frac{d\alpha}{dx} - \frac{d\varphi}{dy} \times \frac{d\alpha}{dy} + \frac{d\varphi}{dz} = 0$.

Ces deux équations devant avoir lieu à la fois, il faudra qu'elles donnent l'une & l'autre la même valeur de z; donc, en ſubſtituant dans la ſeconde à la place de z ſa valeur α donnée par la premiere, il faudra que l'équation réſultante ait lieu d'elle-même.

Ainſi l'équation

$$\frac{d\varphi}{dz} - \frac{d\varphi}{dx} \times \frac{d\alpha}{dx} - \frac{d\varphi}{dy} \times \frac{d\alpha}{dy} = 0$$

devra être ſatisfaite en faiſant $z = \alpha$. Et chaque paroi fournira une condition ſemblable à remplir.

31. A la ſurface extérieure du fluide la preſſion Π doit être nulle, lorsque le fluide eſt libre; mais ſi le fluide eſt preſſé par une force donnée, alors la valeur de Π doit être égale à cette force.

Nous ſuppoſerons, pour plus de ſimplicité, que le fluide ſe meuve uniquement en vertu de ſa gravité; ainſi la quantité Π devra être nulle à ſa ſurface extérieure; par conſéquent $\Pi = 0$ ſera l'équation de cette ſurface.

On fera donc dans les formules de l'art. 10. $B = \Pi$, & l'on aura ces deux équations

$$\Pi = 0,$$

$$\frac{d\Pi}{dt} + \frac{d\varphi}{dx} \times \frac{d\Pi}{dx} + \frac{d\varphi}{dy} \times \frac{d\Pi}{dy} + \frac{d\varphi}{dz} \times \frac{d\Pi}{dz} = 0$$

lesquelles devant avoir lieu en même tems, il s'enſuit que ſi on en élimine une des variables comme z, l'équation réſultante devra ſubſiſter d'elle-même.

Au reſte, comme la ſeconde de ces équations réſulte de la condition, que les particules du fluide qui ſont une fois à la ſurface, y demeurent toujours, elle ne ſera pas néceſſaire lorsque cette condition ceſſera d'avoir lieu (art. cité).

32. Cela poſé, il faut commencer par déterminer la fonction φ au moyen de l'équation $\frac{d^2\varphi}{dx^2} + \frac{d^2\varphi}{dy^2} + \frac{d^2\varphi}{dz^2} = 0$. Mais cette équation n'étant intégrable en général par aucune des méthodes connues, nous ſuppoſerons que l'une des dimenſions de la maſſe fluide ſoit fort petite à l'égard des deux autres, en ſorte que les coordonnées z, par exemple, ſoient très petites vis à vis des coordonnées x & y.

Par le moyen de cette ſuppoſition il eſt viſible qu'on pourra repréſenter la fonction φ par une ſérie de cette forme

$$\varphi = \varphi' + z\varphi'' + z^2\varphi''' + z^3\varphi^{\text{IV}} + \&c.$$

dans laquelle φ', φ'', φ''' &c. ſeront des fonctions de x, y, t ſans z.

Faiſant cette ſubſtitution dans l'équation précédente, elle deviendra

$$\frac{d^2\varphi'}{dx^2} + \frac{d^2\varphi'}{dy^2} + 2\varphi''' +$$
$$z\left(\frac{d^2\varphi''}{dx^2} + \frac{d^2\varphi''}{dy^2} + 2.3\,\varphi^{\text{IV}}\right) +$$
$$z^2\left(\frac{d^2\varphi'''}{dx^2} + \frac{d^2\varphi'''}{dy^2} + 3.4\,\varphi^{\text{V}}\right) + \&c. = 0.$$

De ſorte qu'en égalant ſéparément à zéro les termes affectés des différentes puiſſances de z, on aura

$$\varphi''' = -\frac{d^2\varphi'}{2\,dx^2} - \frac{d^2\varphi'}{2\,dy^2}$$
$$\varphi^{\text{IV}} = -\frac{d^2\varphi''}{2.3\,dx^2} - \frac{d^2\varphi''}{2.3\,dy^2}$$
$$\varphi^{\text{V}} = -\frac{d^2\varphi'''}{3.4\,dx^2} - \frac{d^2\varphi'''}{3.4\,dy^2}$$
$$= \frac{d^4\varphi'}{2.3.4\,dx^4} + \frac{d^4\varphi'}{3.4\,dx^2\,dy^2} + \frac{d^4\varphi'}{2.3.4\,dy^4}$$

&c.

Digitized by Google

Ainſi l'expreſſion de Φ deviendra

$$\Phi = \Phi' + z\Phi'' - \frac{z^2}{2}\left(\frac{d^2\Phi'}{dx^2} + \frac{d^2\Phi'}{dy^2}\right)$$
$$- \frac{z^3}{2.3}\left(\frac{d^2\Phi''}{dx^2} + \frac{d^2\Phi''}{dy^2}\right) + \frac{z^4}{2.3.4}\left(\frac{d^4\Phi'}{dx^4} + \frac{2\,d^4\Phi'}{dx^2\,dy^2} + \frac{d^4\Phi'}{dy^4}\right)$$
&c.

dans laquelle les fonctions Φ' & Φ'' ſont indéterminées, ce qui fait voir que cette expreſſion eſt intégrale complette de l'équation propoſée.

33. Ayant ainſi l'expreſſion de Φ, nous aurons en différentiant

$$p = \frac{d\Phi}{dx} = \frac{d\Phi'}{dx} + z\frac{d\Phi''}{dx} - z^2\left(\frac{d^3\Phi'}{dx^3} + \frac{d^3\Phi'}{dx\,dy^2}\right)$$
$$- \frac{z^3}{2.3}\left(\frac{d^3\Phi''}{dx^3} + \frac{d^3\Phi''}{dx\,dy^2}\right) + \&c.$$
$$q = \frac{d\Phi}{dy} = \frac{d\Phi'}{dy} + z\frac{d\Phi''}{dy} - \frac{z^2}{2}\left(\frac{d^3\Phi'}{dx^2\,dy} + \frac{d^3\Phi'}{dy^3}\right)$$
$$- \frac{z^3}{2.3}\left(\frac{d^3\Phi''}{dx^2\,dy} + \frac{d^3\Phi''}{dy^3}\right) + \&c.$$
$$r = \frac{d\Phi}{dz} = \Phi'' - z\left(\frac{d^2\Phi'}{dx^2} + \frac{d^2\Phi'}{dy^2}\right) - \frac{z^2}{2}\left(\frac{d^2\Phi''}{dx^2} + \frac{d^2\Phi''}{dy^2}\right)$$
$$+ \frac{z^3}{2.3}\left(\frac{d^4\Phi'}{dx^4} + \frac{2\,d^4\Phi'}{dx^2\,dy^2} + \frac{d^4\Phi'}{dy^4}\right) + \&c.$$

Et ſubſtituant ces valeurs dans l'expreſſion de Π de l'art. 29. elle deviendra de cette forme

$$\Pi = \Pi' + z\Pi'' + z^2\Pi''' + z^3\Pi^{IV} + \&c.$$

dans laquelle

$$\Pi' = g\,(x\cos\xi + y\cos\eta) - \frac{d\Phi'}{dt}$$
$$- \frac{1}{2}\left(\frac{d\Phi'}{dx}\right)^2 - \frac{1}{2}\left(\frac{d\Phi'}{dy}\right)^2 - \frac{1}{2}\Phi''^2,$$
$$\Pi'' = g\cos\zeta - \frac{d\Phi''}{dt} - \frac{d\Phi'}{dx} \times \frac{d\Phi''}{dx}$$
$$- \frac{d\Phi'}{dy} \times \frac{d\Phi''}{dy} + \Phi''\left(\frac{d^2\Phi'}{dx^2} + \frac{d^2\Phi'}{dy^2}\right),$$

$\Pi''' =$

Digitized by

$$
\begin{aligned}
\Pi''' = {} & \tfrac{1}{2}\left(\frac{d^3\varphi'}{dt\,dx^2} + \frac{d^3\varphi'}{dt\,dy^2}\right) \\
& - \tfrac{1}{2}\left(\frac{d\varphi''}{dx^2}\right)^2 + \tfrac{1}{2}\cdot\frac{d\varphi'}{dx} \times \left(\frac{d^3\varphi'}{dx^3} + \frac{d^3\varphi'}{dx\,dy^2}\right) \\
& - \tfrac{1}{2}\left(\frac{d\varphi''}{dy^2}\right) + \tfrac{1}{2}\cdot\frac{d\varphi'}{dy} \times \left(\frac{d^3\varphi'}{dx^2\,dy} + \frac{d^3\varphi'}{dy^3}\right) \\
& - \tfrac{1}{2}\left(\frac{d^2\varphi'}{dx^2} + \frac{d^2\varphi'}{dy^2}\right)^2 + \tfrac{1}{2}\,\varphi''\left(\frac{d^2\varphi''}{dx^2} + \frac{d^2\varphi''}{dy^2}\right),
\end{aligned}
$$

& ainsi de suite.

34. Maintenant si $z = \alpha$ est l'équation des parois, α étant une fonction fort petite de x, y, sans z, l'équation de condition pour que les mêmes particules du fluide soient toujours contiguës aux parois sera (art. 30.)

$$
\begin{aligned}
& \varphi'' - \frac{d\varphi'}{dx} \times \frac{d\alpha}{dx} - \frac{d\varphi'}{dy} \times \frac{d\alpha}{dy} - \\
& z\left(\frac{d^2\varphi'}{dx^2} + \frac{d^2\varphi'}{dy^2} + \frac{d\varphi''}{dx} \times \frac{d\alpha}{dx} + \frac{d\varphi''}{dy} \times \frac{d\alpha}{dy}\right) - \\
& \frac{z^2}{2}\left(\frac{d^2\varphi''}{dx^2} + \frac{d^2\varphi''}{dy^2} - \left(\frac{d^3\varphi'}{dx^3} + \frac{d^3\varphi'}{dx\,dy^2}\right)\frac{d\alpha}{dx}\right. \\
& \left. - \left(\frac{d^3\varphi'}{dx^2\,dy} + \frac{d^3\varphi'}{dy^3}\right)\frac{d\alpha}{dy}\right) + \&c. = 0,
\end{aligned}
$$

laquelle devant avoir lieu en même tems que l'équation $z = \alpha$, il faudra qu'elle soit vraie en y mettant α à la place de z.

Ainsi l'équation de condition dont il s'agit se réduira à cette forme plus simple

$$
\begin{aligned}
& \varphi'' - \frac{d.\,\alpha\,\frac{d\varphi'}{dx}}{dx} - \frac{d.\,\alpha\,\frac{d\varphi'}{dy}}{dy} - \frac{d.\,\alpha^2\,\frac{d\varphi''}{dx}}{2\,dx} - \frac{d.\,\alpha^2\,\frac{d\varphi''}{dy}}{2\,dy} \\
& + \frac{d.\,\alpha^3\left(\frac{d^3\varphi'}{dx^3} + \frac{d^3\varphi'}{dx\,dy^2}\right)}{2.3\,dx} + \frac{d.\,\alpha^3\left(\frac{d^3\varphi'}{dx^2\,dy} + \frac{d^3\varphi'}{dy^3}\right)}{2.3\,dy} \\
& + \&c. = 0.
\end{aligned}
$$

laquelle devra avoir lieu pour tous les points de la paroi donnée.

35. Enfin l'équation de la surface extérieure du fluide sera $\Pi = 0$, savoir

$$\Pi' + z\Pi'' + z^2\Pi''' + z^3\Pi^{\text{IV}} + \&c. = 0.$$

Et l'équation de condition pour que les mêmes particules demeurent toujours à la surface, sera après les substitutions & les réductions (art. 31. & 33.)

$$\frac{d\Pi'}{dt} + \frac{d\varphi'}{dx} \times \frac{d\Pi'}{dx} + \frac{d\varphi'}{dy} \times \frac{d\Pi'}{dy} + \varphi''\Pi'' +$$
$$z\left(\frac{d\Pi''}{dt} + \frac{d\varphi''}{dx} \times \frac{d\Pi'}{dx} + \frac{d\varphi'}{dx} \times \frac{d\Pi''}{dx}\right.$$
$$+ \frac{d\varphi''}{dy} \times \frac{d\Pi'}{dy} + \frac{d\varphi'}{dy} \times \frac{d\Pi''}{dy} + 2\varphi''\Pi'''$$
$$\left. - \left(\frac{d^2\varphi'}{dx^2} + \frac{d^2\varphi'}{dy^2}\right)\Pi''\right) +$$
$$z^2\left(\frac{d\Pi'''}{dt} + \frac{d\varphi''}{dx} \times \frac{d\Pi''}{dx} + \frac{d\varphi'}{dx} \times \frac{d\Pi'''}{dx}\right.$$
$$- \frac{1}{2}\left(\frac{d^3\varphi'}{dx^3} + \frac{d^3\varphi'}{dx\,dy^2}\right) \times \frac{d\Pi'}{dx} + \frac{d\varphi''}{dy} \times \frac{d\Pi''}{dy}$$
$$+ \frac{d\varphi'}{dy} \times \frac{d\Pi'''}{dy} - \frac{1}{2}\left(\frac{d^3\varphi'}{dx^2\,dy} + \frac{d^3\varphi'}{dy^3}\right) \times \frac{d\Pi'}{dy}$$
$$- 2\left(\frac{d^2\varphi'}{dx^2} + \frac{d^2\varphi'}{dy^2}\right)\Pi''' + 3\varphi''\Pi^{\text{IV}}$$
$$\left. - \frac{1}{2}\left(\frac{d^2\varphi''}{dx^2} + \frac{d^2\varphi''}{dy^2}\right)\Pi''\right) + \&c. = 0.$$

Ainsi chassant z de ces deux équations on aura une équation sans z qui devra subsister d'elle-même pour tous les points de la surface dont il s'agit.

Du mouvement d'un fluide qui coule dans un vase étroit & presque vertical.

36. Imaginons maintenant que le fluide coule dans un vase étroit & à peu près vertical; & supposons que les abscisses x soient verticales & dirigées de haut en bas: on aura (art. 29.) $\xi = 0$, $\eta = 90$, $\zeta = 90$; donc $\cos\xi = 1$, $\cos\eta = 0$, $\cos\zeta = 0$.

Supposons de plus, pour simplifier la question autant qu'il est possible, que le vase soit plan, en sorte que des deux ordonnées y & z, les premieres y soient nulles, & les secondes z soient fort petites.

Enfin soient $z = \alpha$ & $z = \beta$ les équations des deux parois du vase, α & β étant des fonctions de x connues & très petites. On aura relativement à ces parois les deux équations (art. 34.).

$$\varphi'' - \frac{d.\alpha \frac{d\varphi'}{dx}}{dx} - \frac{d.\alpha^2 \frac{d\varphi''}{dx}}{2dx} + \&c. = 0,$$

$$\varphi'' - \frac{d.\beta \frac{d\varphi'}{dx}}{dx} - \frac{d.\beta^2 \frac{d\varphi''}{dx}}{2dx} + \&c. = 0,$$

lesquelles serviront à déterminer les fonctions φ' & φ''.

37. Nous regarderons les quantités z, α, β, comme très petites du premier ordre, & nous négligerons, du moins dans la premiere approximation, les quantités du second ordre & des ordres suivans. Ainsi les deux équations précédentes se réduiront à celles-ci

$$\varphi'' - \frac{d\alpha \frac{d\varphi'}{dx}}{dx} = 0, \quad \varphi'' - \frac{d.\beta \frac{d\varphi'}{dx}}{dx} = 0,$$

lesquelles étant retranchées l'une de l'autre donnent celle-ci $\frac{d.(\alpha - \beta) \frac{d\varphi'}{dx}}{dx}$, dont l'intégrale est $(\alpha - \beta) \frac{d\varphi'}{dx} = \theta$, θ étant une fonction arbitraire de t, laquelle doit être très petite du premier ordre.

Or il est visible que $\alpha - \beta$ est la largeur horizontale du vase, que nous représenterons par λ. Ainsi on aura $\frac{d\varphi'}{dx} = \frac{\theta}{\lambda}$, & intégrant de nouveau par rapport à x, $\varphi' = \theta \int \frac{dx}{\lambda} + \vartheta$, en désignant par ϑ une nouvelle fonction arbitraire de t.

Digitized by Google

Si on ajoute ensemble les mêmes équations & qu'on fasse $\frac{\alpha + \beta}{2} = \mu$, on en tirera $\Phi'' = \frac{d.\,\mu\,\frac{d\varphi'}{dx}}{dx}$, ou en substituant la valeur de $\frac{d\varphi'}{dx}$, $\Phi'' = \theta\,\frac{d.\,\frac{\mu}{\lambda}}{dx}$. D'où l'on voit que puisque λ, μ, θ sont des quantités très petites du premier ordre, Φ'' sera aussi très petite du même ordre.

38. Donc en négligeant toujours les quantités du second ordre, on aura par les formules de l'art. 33., la vitesse verticale $p = \frac{d\varphi'}{dx} = \frac{\theta}{\lambda}$, la vitesse horizontale $r = \Phi'' - z\,\frac{d^2\varphi'}{dx^2} = \theta\left(\frac{d.\,\frac{\mu}{\lambda}}{dx} - z\,\frac{d.\,\frac{1}{\lambda}}{dx}\right)$, ou bien $r = \frac{\theta}{\lambda}\left(\frac{d\mu}{dx} + (z - \mu)\,\frac{d\lambda}{\lambda\,dx}\right)$.

Ensuite, à cause de $\cos\zeta = 0$, la quantité Π'' sera aussi très petite du premier ordre. Par conséquent la valeur de la pression Π se réduira à

$$\Pi' = gx - \frac{d\theta}{dt}\int\frac{dx}{\lambda} - \frac{d\vartheta}{dt} - \frac{\theta^2}{2\lambda^2}.$$

Et cette quantité étant égalée à zéro donnera la figure de la surface du fluide. De sorte que comme la même quantité ne renferme point l'ordonnée z, mais seulement l'abscisse x & le tems t, il s'ensuit que la surface du fluide devra être à chaque instant plane & horizontale.

Enfin l'équation de condition pour que les mêmes particules du fluide soient toujours à la surface, se réduira pareillement à celle-ci $\frac{d\Pi'}{dt} + \frac{d\varphi'}{dx} \times \frac{d\Pi'}{dx} = 0$ (art. 35.), savoir $\frac{d\Pi}{dt} + \frac{\theta}{\lambda} \times \frac{d\Pi}{dx} = 0$, laquelle ne contient pas non plus z, mais seulement x & t.

39. Pour distinguer les quantités qui se rapportent à la surface supérieure du fluide de celle qui se rapportent à sa surface inférieure, nous marquerons les premieres par un trait, & les autres par deux traits. Ainsi x', λ' &c.

Digitized by Google

ſeront l'abſciſſe, la largeur du vaſe &c. pour la ſurface ſupérieure, & x'', λ'' &c. ſeront de même l'abſciſſe, la largeur du vaſe &c. à la ſurface inférieure. De même Π', Π'' dénoteront dans la ſuite les valeurs de Π pour les deux ſurfaces; de ſorte que l'on aura pour la ſurface ſupérieure l'équation

$$\Pi' = gx' - \frac{d\theta}{dt}\int\frac{dx'}{\lambda'} - \frac{d\vartheta}{dt} - \frac{\theta^2}{2\lambda'^2} = 0$$

& pour la ſurface inférieure, l'équation ſemblable

$$\Pi'' = gx'' - \frac{d\theta}{dt}\int\frac{dx''}{\lambda''} - \frac{d\vartheta}{dt} - \frac{\theta^2}{2\lambda''^2} = 0.$$

Enfin $\frac{d\Pi'}{dt} + \frac{\theta}{\lambda'} \times \frac{d\Pi'}{dx'} = 0$ ſera l'équation de condition pour que les mêmes particules qui ſont une fois à la ſurface ſupérieure y reſtent toujours; & $\frac{d\Pi''}{dt} + \frac{\theta}{\lambda''} \times \frac{d\Pi''}{dx''} = 0$ ſera l'équation de condition pour que la ſurface inférieure contienne toujours les mêmes particules du fluide.

Cela poſé, il faut diſtinguer quatre cas dans la maniere dont un fluide peut couler dans un vaſe; & chacun de ces cas demande une ſolution particuliere.

40. Le premier cas eſt celui où une quantité donnée de fluide coule dans un vaſe indéfini. Dans ce cas il eſt viſible que l'une & l'autre ſurface doit toujours contenir les mêmes particules; & qu'ainſi on aura pour ces deux ſurfaces les équations $\Pi' = 0$, $\Pi'' = 0$, & de plus les deux équations de condition

$$\frac{d\Pi'}{dt} + \frac{\theta}{\lambda'} \times \frac{d\Pi'}{dx'} = 0, \quad \frac{d\Pi''}{dt} + \frac{\theta}{\lambda''} \times \frac{d\Pi''}{dx''} = 0;$$

& ces quatre équations ſerviront à déterminer x', x'', θ & ϑ en t; moyennant quoi le mouvement du fluide ſera connu.

L'équation $\Pi' = 0$ étant différentiée donne $\frac{d\Pi'}{dx'}dx' + \frac{d\Pi'}{dt}dt = 0$; donc $\frac{d\Pi'}{dt} = -\frac{d\Pi'}{dx'} \times \frac{dx'}{dt}$; ſubſtituant cette valeur dans la premiere

Digitized by Google

équation de condition & divisant par $\frac{d\Pi'}{dx'}$, on aura $\frac{dx'}{dt} = \frac{\theta}{\lambda'}$. On trouvera de même en combinant l'autre équation $\Pi'' = 0$ avec la seconde équation de condition, celle-ci $\frac{dx''}{dt} = \frac{\theta}{\lambda''}$. De sorte qu'on aura $\theta\, dt = \lambda' dx' = \lambda'' dx''$, équations séparées.

On aura donc en intégrant

$$\int \lambda'' dx'' - \int \lambda' dx' = m$$

m étant une constante, laquelle exprime évidemment la quantité donnée du fluide qui coule dans le vase. Ainsi cette équation donnera d'abord x'' en x'.

Maintenant si on substitue, dans la premiere équation $\Pi' = 0$, pour dt sa valeur $\frac{\lambda' dx'}{\theta}$, elle devient $gx' - \frac{\theta d\theta}{\lambda' dx'} \int \frac{dx'}{\lambda'} - \frac{\theta d\vartheta}{\lambda' dx'} - \frac{\theta^2}{2\lambda'^2} = 0$, laquelle étant multipliée par $\lambda' dx'$ donne celle-ci

$$g\lambda' x' dx' - \theta d\theta \int \frac{dx'}{\lambda'} - \theta d\vartheta - \frac{\theta^2 dx'}{2\lambda'} = 0$$

qu'on voit bien être intégrable & dont l'intégrale sera

$$g \int \lambda' x' dx' - \frac{\theta^2}{2} \int \frac{dx'}{\lambda'} - \int \theta d\vartheta = const.$$

On trouvera de même, en substituant $\frac{\lambda'' dx''}{\theta}$ à la place de dt dans l'équation $\Pi'' = 0$, & multipliant par $\lambda'' dx''$, une nouvelle équation intégrable, & dont l'intégrale sera

$$g \int \lambda'' x'' dx'' - \frac{\theta^2}{2} \int \frac{dx''}{\lambda''} - \int \theta d\vartheta = const.$$

Donc retranchant ces deux équations l'une de l'autre pour en éliminer le terme $\int \theta d\vartheta$, on aura celle-ci

$$g\left(\int \lambda'' x'' dx'' - \int \lambda' x' dx'\right) - \frac{\theta^2}{2}\left(\int \frac{dx''}{\lambda''} - \int \frac{dx'}{\lambda'}\right) = L;$$

dans laquelle les quantités $\int \lambda'' x'' \, dx'' - \int \lambda' x' \, dx'$ & $\int \frac{dx''}{\lambda''} - \int \frac{dx'}{\lambda'}$ expriment les intégrales de $\lambda x \, dx$ & de $\frac{dx}{\lambda}$ prises depuis $x = x'$ jusqu'à $x = x''$; & où L est une constante arbitraire.

Cette équation donnera θ en x', puisque x'' est déjà connue en x' par l'équation trouvée plus haut. Ayant ainsi θ en x', on trouvera aussi t en x' par l'équation $dt = \frac{\lambda' \, dx'}{\theta}$, dont l'intégrale est $t = \int \frac{\lambda' \, dx'}{\theta} + H$, H étant une constante arbitraire.

A l'égard des deux constantes L & H, on les déterminera par l'état initial du fluide. Car lorsque $t = 0$, la valeur de x' sera donnée par la position initiale du fluide dans le vase; & si on suppose que les vitesses initiales du fluide soient nulles, il faudra que l'on ait $\theta = 0$ lorsque $t = 0$ (art. 38.). Mais si le fluide avoit été mis d'abord en mouvement par des impulsions quelconques, alors les valeurs des pressions Π' & Π'' seroient données lorsque $t = 0$. Or on a (art. 39.)

$$\Pi'' - \Pi' = g(x'' - x') - \frac{d\theta}{dt}\left(\int \frac{dx''}{\lambda''} - \int \frac{dx'}{\lambda'}\right) - \frac{\theta^2}{2}\left(\frac{1}{\lambda''^2} - \frac{1}{\lambda'^2}\right);$$

donc on aura (en faisant $t = 0$) une équation qui servira à déterminer la valeur initiale de θ.

Ainsi le probleme est résolu & le mouvement du fluide est entierement déterminé.

41. Le second cas a lieu lorsque le vase est d'une longueur déterminée, & que le fluide s'écoule par le fond du vase. Dans ce cas on aura, comme dans le précédent, pour la surface supérieure les deux équations $\Pi' = 0$, $\frac{d\Pi'}{dt} + \frac{\theta}{\lambda'} \times \frac{d\Pi'}{dx'} = 0$; mais pour la surface inférieure on aura simplement l'équation $\Pi'' = 0$, puisqu'à cause de l'écoulement du fluide, il doit y avoir à chaque instant de nouvelles particules à cette surface. Mais d'un autre côté l'abscisse x'' pour cette même surface sera donnée & constante; de sorte qu'il n'y aura plus que trois inconnues à déterminer, savoir x', θ & ϑ.

Digitized by Google

Les deux premieres équations donneront d'abord, comme dans le prob. préc., celles-ci $dt = \frac{\lambda' dx'}{\theta}$ & $g\lambda' x' dx' - \theta d\theta \int \frac{dx'}{\lambda'} - \theta d\vartheta - \frac{\theta^2 dx'}{2\lambda'} = 0$. Ensuite l'équation $\Pi'' = 0$ donnera $gx'' - \frac{d\theta}{dt}\int\frac{dx''}{\lambda''} - \frac{d\vartheta}{dt} - \frac{\theta^2}{2\lambda''^2} = 0$ (art. 39.); où l'on remarquera que x'', λ'' & $\int \frac{dx''}{\lambda''}$ sont des constantes que nous dénoterons pour plus de simplicité par f, h, n. Ainsi en substituant à dt sa valeur $\frac{\lambda' dx'}{\theta}$, multipliant ensuite par $\lambda' dx'$, on aura l'équation

$$gf\lambda' dx' - n\theta d\theta - \theta d\vartheta - \frac{\theta^2 dx'}{2h} = 0.$$

Donc retranchant de celle-ci l'équation précédente, pour en éliminer le terme $\theta d\vartheta$, on aura

$$g(f - x')\lambda' dx' - \left(n - \int\frac{dx'}{\lambda'}\right)\theta d\theta - \left(\frac{1}{2h} - \frac{1}{2\lambda'}\right)\theta^2 dx' = 0$$

équation qui ne contient que les deux variables x' & θ, & par laquelle on pourra donc déterminer une de ces variables en fonction de l'autre.

Ensuite on aura t exprimé par la même variable en intégrant l'équation $dt = \frac{\lambda' dx'}{\theta}$. Et l'on déterminera les constantes par l'état initial du fluide, comme dans le probleme précédent.

42. Le troisieme cas a lieu lorsqu'un fluide coule dans un vase indéfini, mais qui est entretenu toujours plein à la même hauteur par de nouveau fluide qu'on y verse continuellement. Ce cas est l'inverse du précédent; car on aura ici pour la surface inférieure les deux équations $\Pi'' = 0$ & $\frac{d\Pi''}{dt} + \frac{\theta}{\lambda''} \times \frac{d\Pi''}{dx''} = 0$, & pour la surface supérieure on aura la simple équation $\Pi' = 0$, à cause du changement continuel des particules de cette surface. Ainsi il n'y aura qu'à changer dans les équations de l'art.

Digitized by Google

l'art. préc. les quantités x', λ' en x'', λ'', & prendre pour f, h, n les valeurs données de x', λ', $\int \frac{dx'}{\lambda'}$.

Au reste nous supposons ici que l'addition du nouveau fluide se fait de maniere que chaque couche nouvelle prend d'abord la vitesse de celle qui la suit immédiatement; & qu'ainsi l'augmentation ou la diminution de vitesse de cette couche pendant le premier instant est la même que si le vase n'étoit pas entretenu plein à la même hauteur durant cet instant.

43. Enfin le dernier cas est celui où le fluide sort d'un vase de longueur déterminée, & qui est entretenu toujours plein à la même hauteur. Ici les particules des surfaces supérieures & inférieures se renouvellent continuellement; par conséquent on aura simplement pour ces deux surfaces les équations $\Pi' = 0$, $\Pi'' = 0$; mais en même tems les deux abscisses x' & x'' seront données & constantes, en sorte qu'il n'y aura que les deux inconnues θ & ϑ à déterminer en t.

Soit donc $x' = f$, $\lambda' = h$, $\int \frac{dx'}{\lambda'} = n$, $x'' = F$, $\lambda'' = H$, $\int \frac{dx''}{\lambda''} = N$, les deux équations $\Pi' = 0$, $\Pi'' = 0$ deviendront

$$gf - \frac{d\theta}{dt} n - \frac{d\vartheta}{dt} - \frac{\theta^2}{2h^2} = 0$$

$$gF - \frac{d\theta}{dt} N - \frac{d\vartheta}{dt} - \frac{\theta^2}{2H^2} = 0$$

d'où chassant $\frac{d\vartheta}{dt}$, on aura

$$g(F-f) - (N-n)\frac{d\theta}{dt} - \left(\frac{1}{2N^2} - \frac{1}{2h^2}\right)\theta^2 = 0,$$

d'où l'on tire

$$dt = \frac{(N-n)\,d\theta}{g(F-f) - \left(\frac{1}{2H^2} - \frac{1}{2h^2}\right)\theta^2}$$

équation séparée & qui est intégrable par des arcs de cercle ou des logarithmes.

44. Les solutions précédentes sont conformes à celles que les premiers Auteurs qui ont écrit sur le mouvement des fluides dans des vases, ont trou-

vées d'après la ſuppoſition que les différentes tranches du fluide conſervent exactement leur parallélifme en deſcendant dans le vaſe. Voyez l'*Hydrodynamique* de M. Daniel Bernoulli, l'*Hydraulique* de Jean Bernoulli, & le *Traité des fluides* de M. d'Alembert. Notre théorie fait voir que cette ſuppoſition n'eſt exacte & rigoureuſe que lorsque la largeur du vaſe eſt infiniment petite, mais qu'elle peut être employée dans tous les cas pour une premiere approximation, & que les ſolutions qui en réſultent ſont exactes aux quantités du ſecond ordre près, en regardant les largeurs du vaſe comme des quantités du premier ordre.

Mais le grand avantage de cette théorie eſt qu'on peut par ſon moyen approcher de plus en plus du vrai mouvement des fluides dans des vaſes de figure quelconque. Car ayant trouvé, ainſi que nous venons de le faire, les premieres valeurs des inconnues, en négligeant les ſecondes dimenſions des largeurs du vaſe, il ſera facile de pouſſer l'approximation plus loin en ayant égard ſucceſſivement aux termes négligés. Comme ceci n'eſt qu'un eſſai, nous n'entrerons maintenant dans aucun détail ſur cet objet, mais nous pourrons y revenir dans une autre occaſion.

Du mouvement d'un fluide contenu dans un canal peu profond & presque horizontal; & en particulier du mouvement des ondes.

45. Puiſqu'on ſuppoſe la hauteur du fluide fort petite, il faudra prendre les ordonnées z verticales & dirigées de haut en bas; les abſciſſes x & les autres ordonnées y deviendront donc horizontales, & l'on aura (art. 29.), $\cos\xi = 0$, $\cos\eta = 0$, $\cos\zeta = 1$. En prenant les axes des x & y dans le plan horizontal formé par la ſurface ſupérieure du fluide dans l'état d'équilibre, ſoit $z = \alpha$ l'équation du fond du canal, α étant une fonction donnée de x & y. Nous regarderons les quantités z & α comme très petites du premier ordre, & nous négligerons les quantités du ſecond ordre & des ordres ſuivans, c'eſt à dire celles qui contiendront les carrés & les produits de z & α.

L'équation de condition relative au fond du canal donnera d'abord (art. 34.)

Digitized by Google

$$\Phi'' = \frac{d.\alpha\frac{d\phi'}{dx}}{dx} + \frac{d.\alpha\frac{d\phi'}{dy}}{dy},$$

d'où l'on voit que Φ'' eſt une quantité du premier ordre.

Enſuite la valeur de la preſſion Π ſe réduira à $\Pi' + \Pi'' z$ (art. 33.); & il faudra négliger dans l'expreſſion de Π' les quantités du ſecond ordre & dans celle de Π'' les quantités du premier. Ainſi à cauſe de $\operatorname{cof}\xi = 0$, $\operatorname{cof}\eta = 0$, $\operatorname{cof}\zeta = 1$, on aura par les formules du même article

$$\Pi' = -\frac{d\Phi'}{dt} - \frac{1}{2}\left(\frac{d\Phi'}{dx}\right)^2 - \frac{1}{2}\left(\frac{d\Phi'}{dy}\right)^2,\ \Pi'' = g.$$

On aura donc (art. 35.) pour la ſurface ſupérieure du fluide l'équation $\Pi' + gz = 0$, & enſuite cette équation de condition

$$\frac{d\Pi'}{dt} + \frac{d\Phi'}{dx}\times\frac{d\Pi'}{dx} + \frac{d\Phi'}{dy}\times\frac{d\Pi'}{dy} + g\Phi'' - gz\left(\frac{d^2\Phi'}{dx^2} + \frac{d^2\Phi'}{dy^2}\right) = 0.$$

46. L'équation $\Pi' + gz = 0$ donne ſur le champ $z = -\frac{\Pi'}{g}$ pour la figure de la ſurface ſupérieure du fluide à chaque inſtant; & comme l'équation de condition doit avoir lieu auſſi relativement à la même ſurface, il faudra qu'elle ſoit vraie en y ſubſtituant à z cette même valeur $-\frac{\Pi'}{g}$. Cette équation deviendra donc par là de cette forme

$$\frac{d\Pi'}{dt} + \frac{d.\Pi'\frac{d\phi'}{dx}}{dx} + \frac{d.\Pi'\frac{d\phi'}{dy}}{dy} + g\Phi'' = 0,$$

& ſubſtituant encore pour Φ'' ſa valeur trouvée ci-deſſus, elle ſe réduira à celle-ci

$$\frac{d\Pi'}{dt} + \frac{d.(\Pi' + g\alpha)\frac{d\phi'}{dx}}{dx} + \frac{d.(\Pi' + g\alpha)\frac{d\phi'}{dy}}{dy} = 0,$$

dans laquelle il n'y aura plus qu'à mettre à la place de Π' ſa valeur $-\frac{d\Phi'}{dt} - \frac{1}{2}\left(\frac{d\Phi'}{dx}\right)^2 - \frac{1}{2}\left(\frac{d\Phi'}{dy}\right)^2$; & l'on aura une équation aux différences partielles du ſecond ordre, qui ſervira à déterminer la quantité Φ' en fonction de t, x, y.

Après quoi on connoîtra la figure de la ſurface ſupérieure du fluide par l'équation

$$z = \frac{d\varphi'}{g\,dt} + \frac{1}{g}\left(\frac{d\varphi'}{dx}\right)^2 + \frac{1}{g}\left(\frac{d\varphi'}{dy}\right)^2,$$

& ſi on vouloit connoître auſſi les viteſſes horizontales p, q de chaque particule du fluide, on les auroit par les formules $p = \frac{d\varphi'}{dx}$, $q = \frac{d\varphi'}{dy}$ (art. 33.).

47. Le calcul intégral des équations aux différences partielles eſt encore bien éloigné de la perfection néceſſaire pour l'intégration d'équations auſſi compliquées que celle dont il s'agit; & il ne nous reſte d'autre reſſource que de tâcher de ſimplifier cette équation par quelque limitation.

Nous ſuppoſerons pour cela que le fluide dans ſon mouvement ne s'éleve ni ne s'abaiſſe au deſſus ou au deſſous de ſon niveau qu'infiniment peu, en ſorte que les ordonnées z de la ſurface ſupérieure ſoient toujours très petites, & qu'outre cela les viteſſes horizontales p, & q ſoient auſſi infiniment petites. Il faudra donc que les quantités $\frac{d\varphi'}{dt}$, $\frac{d\varphi'}{dx}$, $\frac{d\varphi'}{dy}$ ſoient infiniment petites, & qu'ainſi la quantité φ' elle-même ſoit infiniment petite.

Ainſi négligeant dans l'équation propoſée les quantités infiniment petites du ſecond ordre, & des ordres ultérieurs, elle ſe réduira à cette forme linéaire

$$-\frac{d^2\varphi'}{dt^2} + g\frac{d.\alpha\frac{d\varphi'}{dx}}{dx} + g\frac{d.\alpha\frac{d\varphi'}{dy}}{dy} = 0,$$

& l'on aura $z = \frac{d\varphi'}{g\,dt}$, $p = \frac{d\varphi'}{dx}$, $q = \frac{d\varphi'}{dy}$.

Cette équation contiendra donc la théorie générale des petites agitations d'un fluide peu profond, & par conſéquent la vraie théorie des ondes formées par les élévations, & les abaiſſemens ſucceſſifs & infiniment petits d'une eau ſtagnante & contenue dans un canal ou baſſin peu profond. La théorie des ondes que Newton a donnée dans la Propoſition 46^{me} du ſecond Livre, étant fondée ſur la ſuppoſition précaire & peu naturelle que les oſcillations verticales des ondes ſoient analogues à celles de l'eau dans

Digitized by Google

un tuyau recourbé, doit être regardée comme absolument insuffisante pour expliquer ce phénomene.

48. Si on suppose que le canal ou bassin ait un fond horizontal, alors la quantité α sera constante & égale à la profondeur de l'eau; & l'équation pour le mouvement des ondes deviendra

$$g\alpha\left(\frac{d^2\varphi'}{dx^2}+\frac{d^2\varphi'}{dy^2}\right)=\frac{d^2\varphi'}{dt^2}.$$

Cette équation est entierement semblable à celle qui détermine les petites agitations de l'air dans la formation du son, en n'ayant égard qu'aux mouvemens des particules parallelement à l'horizon. En effet, si dans les formules de l'art. 23. on suppose les vitesses verticales $r=\frac{d\varphi}{dz}$ nulles, & par conséquent φ une fonction de x, y, t sans z, on a l'équation

$$k\left(\frac{d^2\varphi}{dx^2}+\frac{d^2\varphi}{dy^2}\right)=\frac{d^2\varphi}{dt^2}$$

qui est, comme l'on voit, tout à fait semblable à la précédente.

Et comme pour les ondes formées à la surface de l'eau, les élévations z au dessus du niveau, & les vitesses horizontales p, q de chaque particule sont données par les formules $z=\frac{d\varphi'}{g\,dt}$, $p=\frac{d\varphi'}{dx}$, $q=\frac{d\varphi'}{dy}$; ainsi dans les agitations de l'air ou ondes sonores les condensations s & les vitesses horizontales p, q sont données par les formules semblables

$$s=\frac{d\varphi}{k\,dt},\quad p=\frac{d\varphi}{dx},\quad q=\frac{d\varphi}{dy}.$$

Il y a donc une parfaite analogie entre les ondes formées à la surface d'une eau tranquille par les élévations & les abaissemens successifs de l'eau, & les ondes formées dans l'air par les condensations & raréfactions successives de l'air; analogie que plusieurs Auteurs avoient déjà supposée, mais que personne jusqu'ici n'avoit encore rigoureusement démontrée.

49. On pourra donc aussi traiter l'équation des ondes par les méthodes que l'on a déjà employées dans la théorie de la propagation du son, & on expliquera par ces mêmes méthodes les phénomenes singuliers de la propagation uniforme des ondes, de son indépendance des ébranlemens primitifs

de l'eau, du mélange & de la réflexion des ondes &c., ainſi que je l'ai fait autrefois à l'égard des ondes ſonores dans les deux premiers Tomes des Mémoires de Turin. Sur quoi voyez auſſi les Mémoires de cette Académie pour les années 1759 & 1765, ainſi que les nouveaux Commentaires de Pétersbourg, Tome XVI.

A l'égard de la viteſſe des ondes, elle ſera exprimée par la racine carrée du coëfficient $g\alpha$, comme celle du ſon l'eſt par la racine carrée du coëfficient $k = \varrho g h$ (art. 23.). Or, par ce même article, g eſt égal au double de l'eſpace qu'un corps grave parcourt librement dans le tems qui eſt pris pour l'unité des tems; ainſi en exprimant le tems en ſecondes, & les eſpaces en pieds de Paris, on aura, comme l'on ſait par l'expérience, $g = 30,196$. Donc, ſi la profondeur α de l'eau eſt d'un pied, la viteſſe des ondes ſera de 5,495 pieds par ſeconde. Et ſi la profondeur de l'eau eſt plus ou moins grande, la viteſſe des ondes variera en raiſon ſousdoublée des profondeurs, pourvu qu'elles ne ſoient pas trop conſidérables.

50. Au reſte, quelle que puiſſe être la profondeur de l'eau & la figure de ſon fond, on pourra toujours employer la théorie précédente, ſi on ſuppoſe que dans la formation des ondes l'eau n'eſt ébranlée & remuée qu'à une profondeur très petite, ſuppoſition qui eſt très plauſible en elle-même à cauſe de la ténacité & de l'adhérence mutuelle des particules de l'eau, & qui ſe trouve d'ailleurs confirmée par l'expérience, même à l'égard des grandes ondes de la mer.

De cette maniere donc la viteſſe des ondes déterminera elle-même la profondeur α à laquelle l'eau eſt agitée dans leur formation; car ſi cette viteſſe eſt de n pieds par ſeconde, on aura $\alpha = \frac{n^2}{g} = \frac{n^2}{30,196}$ pieds.

On trouve dans le Tome X. des anciens Mémoires de l'Académie des Sciences de Paris des expériences ſur la viteſſe des ondes, faites par M. de la Hire, & qui ont donné environ un pied & demi par ſeconde pour cette viteſſe, ou plus exactement 1,412 pied par ſeconde. Faiſant donc $n = 1,412$; on aura la profondeur α de $\frac{66}{1000}$ de pied, ſavoir de $\frac{8}{10}$ de pouce, ou 10 lignes à peu près.

Digitized by Google

THÉORIE
des variations séculaires des élémens des Planetes (*)

PREMIERE PARTIE.

Contenant les principes & les formules générales pour déterminer ces variations.

PAR M. DE LA GRANGE.

Si les Planetes étoient simplement attirées par le Soleil, & n'agissoient point les unes sur les autres, elles décriroient autour de cet astre des ellipses invariables suivant les loix de Képler, comme Newton l'a démontré le premier, & une foule d'Auteurs après lui. Mais les observations ont prouvé que le mouvement elliptique des Planetes est sujet à de petites variations, & le calcul a démontré que leur attraction mutuelle peut en être la cause. Ces variations sont de deux especes: les unes périodiques & qui ne dépendent que de la configuration des Planetes entr'elles; celles-ci sont les plus sensibles, & le calcul en a déjà été donné par différens Auteurs: les autres séculaires & qui paroissent aller toujours en augmentant; ce sont les plus difficiles à déterminer tant par les observations que par la théorie. Les premieres ne dérangent point l'orbite primitive de la Planete; ce ne sont, pour ainsi dire, que des écarts passagers qu'elle fait dans sa course réguliere; & il suffit d'appliquer ces variations au lieu de la Planete calculé par les Tables ordinaires du mouvement elliptique. Il n'en est pas de même des variations séculaires. Ces dernieres alterent les élémens mêmes de l'orbite, c'est à dire la position & les dimensions de l'ellipse décrite par la Planete; &

(*) Ces Recherches appartiennent proprement au Volume suivant, mais à cause de leur étendue j'ai cru devoir en donner d'avance une partie dans celui-ci.

quoique leur effet soit insensible dans un court espace de tems, il peut néanmoins devenir à la longue très considérable.

C'est une théorie complette de ces sortes de variations que j'entreprends de donner; objet qui intéresse également les Astronomes par son utilité pour la perfection des Tables, & les Géometres par les recherches nouvelles d'analyse auxquelles il donne lieu. Quoique j'aie déjà rempli une partie de cet objet dans les Mémoires sur les équations séculaires des nœuds & des inclinaisons des Planetes, & sur l'altération de leurs mouvemens moyens; & que j'aie même donné, il y a longtems, dans les Recherches sur les Satellites de Jupiter, & dans celles sur Jupiter & Saturne, des méthodes & des formules générales pour déterminer ce genre d'inégalités, dont on n'avoit encore qu'une connoissance imparfaite & peu exacte; je crois cependant devoir reprendre cette matiere en entier, pour la traiter à fond & d'une maniere plus directe & plus rigoureuse que je ne l'ai fait. C'est à quoi sont destinées ces nouvelles Recherches, que je divise en deux parties. Je donnerai dans la premiere les formules nécessaires pour déterminer les variations des élémens d'une Planete, réduites à la forme la plus générale & la plus simple; & j'en ferai, dans la seconde, l'application aux variations séculaires des excentricités, des aphélies, des nœuds, & des inclinaisons des six Planetes principales.

SECTION PREMIERE.

Méthode générale pour déterminer les variations des élémens des Planetes, causées par leur action mutuelle.

1. On entend par élémens de l'orbite elliptique d'une Planete, la moitié du grand axe de l'ellipse, ou la distance moyenne de la Planete au Soleil; la position de ce grand axe sur le plan de l'orbite, ou le lieu des absides; le rapport de la distance des deux foyers au grand axe, ou l'excentricité; l'angle que fait avec l'écliptique le plan de l'orbite, ou son inclinaison; & l'angle que fait avec une ligne fixe, donnée de position sur l'écliptique, l'intersection de ces deux plans, ou la position de la ligne des nœuds.

Ces

Digitized by Google

Ces cinq quantités déterminent completement la grandeur & la position de l'ellipse; elles sont par conséquent différentes pour les diverses Planetes; mais elles demeurent les mêmes pour chaque Planete en particulier, du moins tant qu'on fait abstraction des dérangemens qu'elle peut éprouver de la part des autres Planetes. Ainsi les quantités dont nous parlons n'entrent point dans les équations différentielles des orbites des Planetes, parce que ces équations sont générales pour toutes les Planetes; mais elles entrent ensuite comme constantes arbitraires dans les intégrales de ces équations, c'est à dire dans les équations algébriques des orbites.

Pour déterminer l'effet des forces perturbatrices d'une Planete sur ses élémens, il n'y aura donc qu'à traiter les équations différentielles de son orbite comme on feroit si ces forces n'existoient pas, & on parviendra ainsi à des équations intégrales semblables à celles de l'orbite non troublée, mais dans lesquelles chaque constante arbitraire se trouvera augmentée d'une quantité variable, provenant des forces perturbatrices, & qui exprimera les dérangemens causés par ces forces à l'élément de l'orbite, représenté par la même constante. De cette maniere l'effet total des perturbations sera renfermé dans les variations des élémens; & pour avoir la partie séculaire de ces variations, il suffira de rejeter tous les termes qui contiendroient des sinus & cosinus, comme ne pouvant donner que des variations périodiques. Tel est en général l'esprit de la méthode que je vais développer, & appliquer aux Planetes.

2. Considérons d'abord le mouvement d'un corps mu autour d'un centre fixe en vertu d'une force réciproquement proportionelle au carré de la distance, & dérangé en même tems par des forces perturbatrices données, & très petites vis à vis de la force principale; ce qui est le cas de toutes les Planetes.

Soient x, y, z les trois coordonnées rectangles qui déterminent la position du corps à chaque instant, & dont l'origine est supposée dans le centre de la force principale; nommant g la quantité de cette force à la distance 1, & ϱ la distance du corps au centre, c'est à dire le rayon vecteur

de l'orbite, en sorte que $\varrho = \sqrt{(x^2 + y^2 + z^2)}$, on aura $\frac{g}{\varrho^2}$ pour l'expression générale de cette force, laquelle étant décomposée suivant les trois coordonnées x, y, z, donnera ces trois-ci $\frac{gx}{\varrho^3}$, $\frac{gy}{\varrho^3}$, $\frac{gz}{\varrho^3}$.

Soient de plus toutes les forces perturbatrices réduites à trois, dirigées suivant les mêmes coordonnées, & représentées par X, Y, Z.

Enfin soit t le tems écoulé depuis une époque donnée, & dont les élémens dt soient pris pour constans.

On aura, par les premiers principes de la Dynamique, ces trois équations différentielles du second ordre,

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{gx}{\varrho^3} + X = 0,$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} + \frac{gy}{\varrho^3} + Y = 0,$$

$$\frac{d^2z}{dt^2} + \frac{gz}{\varrho^3} + Z = 0,$$

lesquelles serviront à déterminer le mouvement du corps, en vertu des forces $\frac{g}{\varrho^2}$, X, Y, Z.

3. Il faut maintenant intégrer ces équations de maniere, que si on faisoit abstraction des quantités X, Y, Z, il en résultât pour l'orbite des équations algébriques.

Pour cela je fais d'abord ces trois combinaisons qui servent à chasser les termes divisés par ϱ^3,

$$\frac{x\,d^2y - y\,d^2x}{dt^2} = Xy - Yx,$$

$$\frac{x\,d^2z - z\,d^2x}{dt^2} = Xz - Zx,$$

$$\frac{y\,d^2z - z\,d^2y}{dt^2} = Yz - Zy.$$

Il eſt viſible que les premiers membres de ces équations ſont intégrables. Je fais donc

$$\left.\begin{aligned} dP &= (Yz - Zy)\,dt, \\ dQ &= (Xz - Zx)\,dt, \\ dR &= (Xy - Yx)\,dt; \end{aligned}\right\} (A)$$

ſubſtituant ces valeurs & intégrant, j'aurai

$$\left.\begin{aligned} \frac{x\,dy - y\,dx}{dt} &= R, \\ \frac{x\,dz - z\,dx}{dt} &= Q, \\ \frac{y\,dz - z\,dy}{dt} &= P. \end{aligned}\right\} (B)$$

Les conſtantes néceſſaires pour completter ces intégrales ſont évidemment contenues dans les quantités P, Q, R, leſquelles le deviennent elles-mêmes lorsque les forces perturbatrices X, Y, Z, s'évanouiſſent.

4. En chaſſant de ces dernieres équations les différences dx, dy, dz, ce qui ne demande que de les ajouter enſemble après les avoir multipliées reſpectivement par z, $-y$, x, on aura ſur le champ cette équation finie

$$Px - Qy + Rz = 0, \;---\; (C)$$

laquelle ſous cette forme appartient à un plan paſſant par l'origine des coordonnées, & dont la poſition dépend des quantités P, Q, R.

Car il eſt facile de démontrer que l'inclinaiſon de ce plan ſur celui des x, & y, aura pour tangente la quantité $\frac{\sqrt{(P^2 + Q^2)}}{R}$, & que l'interſection des deux plans fera avec l'axe des x un angle dont la tangente ſera $\frac{P}{Q}$.

Le corps ſe trouvera donc toujours dans ce plan. Or lorsqu'il n'y a point de forces perturbatrices, & que par conſéquent les quantités P, Q, R ſont conſtantes, la poſition du plan eſt invariable, & le corps décrit alors une orbite plane. Mais ſi ces quantités ſont variables, la poſition du plan

doit l'être aussi; cependant elle peut être censée constante pendant que le corps décrit chaque élément de sa trajectoire. Car les équations (B) étant multipliées respectivement par dz, $-dy$, dx, donnent celle-ci

$$P\,dx - Q\,dy + R\,dz = 0,$$

qu'on voit n'être autre chose que la différentielle de l'équation (C) au plan, en y regardant les quantités P, Q, R comme constantes.

5. Ainsi le plan dont il s'agit passera par chaque élément de l'orbite du corps, & sera celui dont l'intersection avec le plan de l'écliptique se nomme en Astronomie *la ligne des nœuds*. De sorte que si on nomme θ la tangente de l'inclinaison de l'orbite sur le plan de projection que nous supposons être celui des x & y; & ω l'angle de la ligne des nœuds avec une ligne fixe qui est en même tems l'axe des x, on aura $\theta = \frac{\sqrt{(P^2 + Q^2)}}{R}$, tang. $\omega = \frac{P}{Q}$, & de là

$$\theta \sin \omega = \frac{P}{R}, \quad \theta \cos \omega = \frac{Q}{R}.$$

On connoîtra donc les variations des élémens θ & ω par le moyen des formules différentielles (A); c'est le chemin que nous avons suivi dans le Mémoire sur les nœuds & les inclinaisons des Planetes, imprimé parmi ceux de l'Académie des Sciences de Paris pour l'année 1774.

6. Pour déterminer les variations des autres élémens, il faut trouver de nouvelles intégrales des équations proposées, en sorte qu'on puisse en déduire l'équation algébrique de l'orbite. A cet effet je remarque que la différentiation des quantités $\frac{x}{\varrho}$, $\frac{y}{\varrho}$, $\frac{z}{\varrho}$, dans lesquelles $\varrho = \sqrt{(x^2 + y^2 + z^2)}$ donne ces formules

$$d.\frac{x}{\varrho} = \frac{y(y\,dx - x\,dy) + z(z\,dx - x\,dz)}{\varrho^3}$$

$$d.\frac{y}{\varrho} = \frac{x(x\,dy - y\,dx) + z(z\,dy - y\,dz)}{\varrho^3}$$

$$d.\frac{z}{\varrho} = \frac{x(x\,dz - z\,dx) + y(y\,dz - z\,dy)}{\varrho^3}.$$

Digitized by Google

Or par les équations (B) on a déjà $y\,dx - x\,dy = -R\,dt$, $z\,dx - x\,dz = -Q\,dt$, $z\,dy - y\,dz = -P\,dt$; donc on aura

$$d.\frac{x}{\rho} = -\frac{Ry + Qz}{\rho^3}\,dt,$$

$$d.\frac{y}{\rho} = \frac{Rx - Pz}{\rho^3}\,dt,$$

$$d.\frac{z}{\rho} = \frac{Qx + Py}{\rho^3}\,dt.$$

Si maintenant, dans ces équations multipliées par g, on substitue à la place des quantités $\frac{gx}{\rho^3}$, $\frac{gy}{\rho^3}$, $\frac{gz}{\rho^3}$ leurs valeurs tirées des équations différentielles données, savoir $-\frac{d^2x}{dt^2} - X$, $-\frac{d^2y}{dt^2} - Y$, $-\frac{d^2z}{dt^2} - Z$ (art. 2.); on aura les transformées suivantes

$$g\,d.\frac{x}{\rho} = \frac{R\,d^2y + Q\,d^2z}{dt} + (RY + QZ)\,dt,$$

$$g\,d.\frac{y}{\rho} = \frac{P\,d^2z - R\,d^2x}{dt} + (PZ - RX)\,dt,$$

$$g\,d.\frac{z}{\rho} = -\frac{Q\,d^2x + P\,d^2y}{dt} - (QX + PY)\,dt.$$

Ces équations sont évidemment intégrables lorsque les forces perturbatrices X, Y, Z sont nulles, auquel cas les quantités P, Q, R deviennent constantes (art. 3.). Je fais donc en général

$$\left.\begin{aligned}(RY + QZ)\,dt - \frac{dR\,dy + dQ\,dz}{dt} &= dN,\\ (PZ - RX)\,dt - \frac{dP\,dz - dR\,dx}{dt} &= dM,\\ -(QX + PY)\,dt + \frac{dQ\,dx + dP\,dy}{dt} &= dL,\end{aligned}\right\}(D)$$

équations qui étant ajoutées respectivement aux précédentes les rendent intégrables, en sorte qu'on aura les intégrales suivantes

Digitized by Google

$$\left.\begin{aligned}\frac{gx}{\varrho} &= \frac{R\,dy + Q\,dz}{dt} + N,\\ \frac{gy}{\varrho} &= \frac{P\,dz - R\,dx}{dt} + M,\\ \frac{gz}{\varrho} &= -\frac{Q\,dx + P\,dy}{dt} + L,\end{aligned}\right\}\ (E)$$

Les conſtantes arbitraires que l'intégration introduit ſont renfermées dans les quantités L, M, N, leſquelles le deviennent elles-mêmes dans le cas où X, Y, Z, ſont nulles.

7. Les intégrales qu'on vient de trouver en donnent immédiatement une algébrique en éliminant les différences dx, dy, dz; & pour cela je les ajoute enſemble après les avoir multipliées reſpectivement par x, y, z; ce qui, à cauſe de $\varrho = \sqrt{(x^2 + y^2 + z^2)}$, donne celle-ci

$$g\varrho = R\,\frac{x\,dy - y\,dx}{dt} + Q\,\frac{x\,dz - z\,dx}{dt}$$
$$+ P\,\frac{y\,dz - z\,dy}{dt} + Nx + My + Lz;$$

laquelle, en vertu des équations (B), devient

$$g\varrho = Nx + My + Lz + P^2 + Q^2 + R^2 \text{ - - - } (F).$$

Cette équation conſidérée ſous cette forme eſt évidemment du ſecond degré, à cauſe de $\varrho = \sqrt{(x^2 + y^2 + z^2)}$; de ſorte qu'en la combinant avec l'équation linéaire (C), on aura pour la projection de l'orbite une ſection conique; & l'orbite elle-même en ſera une auſſi, tant que les quantités P, Q, R, L, M, N, ſeront conſtantes.

8. Pour déterminer dans ce cas la nature & la poſition de l'orbite, je commence par remarquer que des ſix conſtantes dont nous parlons il n'y en a que cinq d'arbitraires. Car ſi on multiplie les équations intégrales (E) reſpectivement par P, $-Q$, R, & qu'enſuite on les ajoute enſemble, on aura, en vertu de l'équation déjà trouvée (C), celle-ci

$$0 = NP - MQ + LR \text{ - - - - } (G)$$

laquelle exprime un rapport général qui doit subsister entre les six quantités P, Q, R, N, M, L, soit qu'elles soient constantes ou non.

Cela posé, je fais pour abréger

$$\Pi^2 = P^2 + Q^2 + R^2,$$
$$\lambda^2 = L^2 + M^2 + N^2,$$

& prenant trois autres quantités A, B, C telles que

$$A = PM + QN, \; B = RN - PL, \; C = -RM - QL,$$

je suppose

$$\left.\begin{aligned} x &= \frac{P}{\Pi}\zeta + \frac{N}{\lambda}\xi + \frac{C}{\Pi\lambda}\psi, \\ y &= -\frac{Q}{\Pi}\zeta + \frac{M}{\lambda}\xi + \frac{B}{\Pi\lambda}\psi, \\ z &= \frac{R}{\Pi}\zeta + \frac{L}{\lambda}\xi + \frac{A}{\Pi\lambda}\psi, \end{aligned}\right\} (H)$$

ζ, ξ, ψ étant de nouvelles variables; j'aurai d'abord, en vertu de l'équation de condition (G),

$$Px - Qy + Rz = \Pi\zeta,$$
$$Nx + My + Lz = \lambda\xi.$$

De sorte que les deux équations de l'orbite, (C) & (F) se réduiront à cette forme très simple

$$\zeta = 0, \quad \& \; g\varrho = \lambda\xi + \Pi^2.$$

Or $\varrho^2 = x^2 + y^2 + z^2$; & si on substitue les expressions précédentes de x, y, z, qu'on ait égard à l'équation de condition, & qu'on observe que $A^2 + B^2 + C^2 = (PM + QN)^2 + (RN - PL)^2 + (RM + QL)^2 = (P^2 + Q^2 + R^2)(L^2 + M^2 + N^2) - (PN - QM + RL)^2 = \Pi^2\lambda^2$, on aura $\varrho^2 = \zeta^2 + \xi^2 + \psi^2$; d'où on peut conclure que les quantités ζ, ξ, ψ sont aussi des coordonnées rectangles, qui répondent aux mêmes points que les coordonnées x, y, z, & qui ont la même origine, mais une position différente.

9. L'équation $\zeta = 0$ fait voir que la courbe est toute dans le plan des coordonnées ξ & ψ; & l'équation $g\varrho = \lambda\xi + \Pi^2$, dans laquelle

Digitized by Google

$\varrho = \sqrt{(\xi^2 + \psi^2)}$, à cause de $\zeta = 0$, montre que cette courbe est une ellipse dans laquelle $\frac{\Pi^2}{\varepsilon}$ est le parametre du grand axe, $\frac{\lambda}{\varepsilon}$ est l'excentricité, ou la distance des foyers divisée par le grand axe, ϱ est le rayon vecteur partant de l'un des foyers, & ξ l'abscisse prise sur le grand axe depuis le même foyer & dirigée vers l'abside supérieure.

Et pour connoître la position de cet axe relativement au plan de projection, il n'y a qu'à supposer, dans les formules (H), les coordonnées ψ nulles, ce qui, à cause de $\zeta = 0$, donne $x = \frac{N}{\lambda}\xi$, $y = \frac{M}{\lambda}\xi$, $z = \frac{L}{\lambda}\xi$; or il est visible que si on nomme Φ l'angle que la projection de cet axe sur le plan des coordonnées x, y, fait avec l'axe des x, & η l'angle que le même axe fait avec ce plan, on aura tang. $\Phi = \frac{y}{x}$, & tang. $\eta = \frac{z}{\sqrt{(x^2 + y^2)}}$, c'est à dire tang. $\Phi = \frac{M}{N}$, tang. $\eta = \frac{L}{\sqrt{(M^2 + N^2)}}$; d'où, à cause de $\lambda = \sqrt{(L^2 + M^2 + N^2)}$, on tire

$$\sin \eta = \frac{L}{\lambda},\ \cos \eta \sin \Phi = \frac{M}{\lambda},\ \cos \eta \cos \Phi = \frac{N}{\lambda}.$$

Au reste, si on substitue ces valeurs de L, M, N, ainsi que celles de P & Q tirées des formules de l'art. 5., dans l'équation de condition (G), on aura $\theta \cos \eta (\cos \Phi \sin \omega - \sin \Phi \cos \omega) + \sin \eta = 0$; d'où résulte la formule tang. $\eta = \theta \sin (\Phi - \omega)$.

10. Lorsqu'on veut avoir égard à l'effet des forces perturbatrices, les quantités que nous avons supposées constantes ne le sont plus, & l'orbite telle que nous venons de la déterminer, variera d'un instant à l'autre, mais elle pourra néanmoins être prise pour invariable pendant que le corps décrit chacun de ses élémens. En effet les équations (E) de l'art. 6. étant multipliées respectivement par dx, dy, dz, & ajoutées ensemble, donnent, à cause de $\varrho d\varrho = x dx + y dy + z dz$,

$$g d\varrho = N dx + M dy + L dz;$$

or

or cette équation eſt évidemment la différentielle de l'équation (F), en y regardant les quantités L, M, N, P, Q, R comme conſtantes.

Ainſi dans le cas de la variabilité de ces quantités, les deux équations (C) & (F) de l'orbite du corps, ont la propriété que ces mêmes quantités y peuvent être regardées comme conſtantes dans la différentiation de ces équations (art. 4.). D'où l'on peut conclure que le corps ſera mu à chaque inſtant comme s'il décrivoit réellement l'ellipſe déterminée par ces équations; mais cette ellipſe variera continuellement de poſition & de grandeur; & on connoîtra les variations de ſes élémens au moyen des formules différentielles (A) & (D) des art. 3, 6.

11. Les réductions que nous avons faites ci-deſſus (art. 8.) étant générales, ſoit que les élémens de l'orbite ſoient conſtans ou non, comme on peut s'en convaincre aiſément par la nature de nos formules; il s'enſuit que ſi dans les formules (H) on ſubſtitue pour ζ, ξ, ψ leurs valeurs tirées des équations $\zeta = 0$, $g\varrho = \lambda\xi + \Pi^2$, $\xi^2 + \psi^2 = \varrho^2$, on aura en général

$$x = \frac{N}{\lambda^2}(g\varrho - \Pi^2) + \frac{C}{\lambda^2}\sqrt{(-\Delta\varrho^2 + 2g\varrho - \Pi^2)},$$

$$y = \frac{M}{\lambda^2}(g\varrho - \Pi^2) + \frac{B}{\lambda^2}\sqrt{(-\Delta\varrho^2 + 2g\varrho - \Pi^2)},$$

$$z = \frac{L}{\lambda^2}(g\varrho - \Pi^2) + \frac{A}{\lambda^2}\sqrt{(-\Delta\varrho^2 + 2g\varrho - \Pi^2)},$$

en faiſant pour abréger

$$\Delta = \frac{g^2 - \lambda^2}{\Pi^2}.$$

Ces expreſſions de x, y, z en ϱ ſont les réſultats des deux équations (C) & (F) combinées avec la formule $\varrho^2 = x^2 + y^2 + z^2$ (ϱ étant le rayon vecteur); or comme les quantités L, M, N, P, Q, R demeurent conſtantes dans la différentiation de ces équations (art. préc.) il s'enſuit que pour avoir les différences dx, dy, dz, il ſuffira de faire varier dans les expreſſions précédentes la quantité ϱ, en regardant toutes

Digitized by Google

les autres quantités comme constantes, telles qu'elles le seroient dans le cas de l'orbite invariable.

12. Puisqu'on a déjà x, y, z en ϱ, il ne s'agira plus que d'avoir ϱ en t pour connoître le lieu du corps dans un instant quelconque. Pour cela on peut se servir d'une quelconque des intégrales trouvées (B) ou (E); nous choisirons la premiere des intégrales (B), savoir $\frac{x\,dy - y\,dx}{dt} = R$, dont le premier membre, en y substituant les valeurs précédentes de x, y, & de leurs différentielles, & remarquant que $NB - MC = R(M^2 + N^2) - L(NP - MQ) = R(L^2 + M^2 + N^2) - L(NP - MQ + LR) = R\lambda^2$ (art. 8.), devient $-\frac{R\varrho\,d\varrho}{dt\,\sqrt{(-\Delta\varrho^2 + 2g\varrho - \Pi^2)}}$; de sorte qu'on aura

$$dt = -\frac{\varrho\,d\varrho}{\sqrt{(-\Delta\varrho^2 + 2g\varrho - \Pi^2)}}.$$

Cette équation peut aussi se déduire directement des intégrales (B) & (E) sans aucune substitution auxiliaire.

Car 1°. en ajoutant ensemble les carrés des équations (B) on a $\frac{(x\,dy - y\,dx)^2}{dt^2} + \frac{(x\,dz - z\,dx)^2}{dt^2} + \frac{(y\,dz - z\,dy)^2}{dt^2}$, ou $\frac{(x^2 + y^2 + z^2)(dx^2 + dy^2 + dz^2)}{dt^2} - \frac{(x\,dx + y\,dy + z\,dz)^2}{dt^2}$, c'est à dire $\frac{\varrho^2(dx^2 + dy^2 + dz^2)}{dt^2} - \frac{\varrho^2\,d\varrho^2}{dt^2} = R^2 + Q^2 + P^2$ ou Π^2; d'où l'on tire $dx^2 + dy^2 + dz^2 = \frac{\Pi^2}{\varrho^2}dt^2 + d\varrho^2$.

2°. En ajoutant aussi ensemble les carrés des équations (E), mais après y avoir transposé les termes N, M, L, on a $\left(\frac{gx}{\varrho} - N\right)^2 + \left(\frac{gy}{\varrho} - M\right)^2 + \left(\frac{gz}{\varrho} - L\right)^2$ ou $g^2 - \frac{2g}{\varrho}(Nx + My + Lz) + \lambda^2 = \frac{(R\,dy + Q\,dz)^2}{dt^2} + \frac{(P\,dz - R\,dx)^2}{dt^2} + \frac{(Q\,dx + P\,dy)^2}{dt^2}$

Digitized by Google

ou $\frac{\Pi^2(dx^2+dy^2+dz^2)}{dt^2} - \frac{(Pdx - Qdy + Rdz)^2}{dt^2}$; mais on a (art. 4.) $Pdx - Qdy + Rdz = 0$, & (art. 7.) $Nx + My + Lz = g\varrho - \Pi^2$; donc $dx^2 + dy^2 + dz^2 = \left(\frac{2g}{\varrho} - \Delta\right) dt^2$.

Egalant ces deux valeurs de $dx^2 + dy^2 + dz^2$, on en tire comme ci-dessus l'équation $dt = - \frac{\varrho d\varrho}{\sqrt{(-\Delta\varrho^2 + 2g\varrho - \Pi^2)}}$.

13. Cette équation a donc lieu en général, soit que les élémens de l'orbite soient invariables ou non; & elle fait voir que les absides de l'orbite sont rigoureusement dans les points dont les rayons vecteurs sont les racines de l'équation $-\Delta\varrho^2 + 2g\varrho - \Pi^2 = 0$; de sorte que $\frac{g}{\Delta}$, moitié de la somme des deux racines, sera la distance moyenne. C'est aussi ce qui résulte de l'expression même de Δ (art. 11.), en regardant l'orbite comme une ellipse dont $\frac{\Pi^2}{g}$ est le parametre, & $\frac{\lambda}{g}$ l'excentricité (art. 9.).

14. Il ne reste donc plus qu'à intégrer l'équation trouvée, pour en déduire la valeur de ϱ en t; c'est ce qui est facile dans le cas où les quantités Δ & Π sont constantes. Car la quantité sous le signe peut se mettre sous cette forme $\frac{g^2}{\Delta} - \Pi^2 - \Delta\left(\varrho - \frac{g}{\Delta}\right)^2$, ou bien (à cause de $\Pi^2 = \frac{g^2 - \lambda^2}{\Delta}$) sous celle-ci: $\Delta\left(\frac{\lambda^2}{\Delta^2} - \left(\varrho - \frac{g}{\Delta}\right)^2\right)$; or on sait que $- \frac{d\varrho}{\sqrt{\left(\frac{\lambda^2}{\Delta^2} - \left(\varrho - \frac{g}{\Delta}\right)^2\right)}}$ est l'élément de l'angle dont le cosinus est $\varrho - \frac{g}{\Delta}$ divisé par $\frac{\lambda}{\Delta}$; si donc on nomme ψ cet angle, on aura $\varrho = \frac{g + \lambda \operatorname{cos} \psi}{\Delta}$, & l'équation dont il s'agit deviendra $dt = \frac{(g + \lambda \operatorname{cos} \psi)\, d\psi}{\Delta^{\frac{3}{2}}}$, laquelle donne en intégrant,

Digitized by Google

$$t + T = \frac{g\psi + \lambda \sin \psi}{\Delta^{\frac{3}{2}}},$$

T étant la conſtante arbitraire.

C'eſt la formule ordinaire qui ſert de fondement aux ſolutions du probleme de Képler, & où l'angle ψ eſt ce qu'on nomme en Aſtronomie l'anomalie excentrique.

Lorsque les quantités Δ & Π ſont variables, on peut auſſi employer la même ſubſtitution de $\varrho = \frac{g + \Lambda \cos \psi}{\Delta}$; & l'on trouvera alors

$$dt = \frac{g + \Lambda \cos \psi}{\Delta^{\frac{3}{2}}} \left(d\psi + \frac{\cos \psi \, d\Lambda}{\Lambda \sin \psi}\right) + \frac{(g + \Lambda \cos \psi)^2 \, d\Delta}{\Delta^{\frac{3}{2}} \cdot \Lambda \sin \psi};$$

mais cette formule eſt peu commode pour le calcul, à cauſe qu'elle contient $\sin \psi$ au dénominateur.

On pourroit remédier à cet inconvénient en ſubſtituant directement la valeur de ϱ dans les expreſſions de x, y de l'art. 11.; ce qui donnera

$$x = \frac{N}{\Delta \Lambda} (\Lambda + g \cos \psi) + \frac{C}{\sqrt{\Delta} \cdot \Lambda} \sin \psi,$$

$$y = \frac{M}{\Delta \Lambda} (\Lambda + g \cos \psi) + \frac{B}{\sqrt{\Delta} \cdot \Lambda} \sin \psi;$$

& mettant enſuite ces valeurs de x & y dans l'équation $\frac{x\,dy - y\,dx}{dt} = R$. Mais il ſera beaucoup plus ſimple, ſurtout dans le cas où l'excentricité & l'inclinaiſon eſt fort petite (qui eſt celui de toutes les Planetes de notre ſyſteme), d'employer d'abord dans cette même équation la ſubſtitution de $x = r \cos q$, $y = r \sin q$, r étant le rayon vecteur de l'orbite projetée & q l'angle décrit par ce rayon; car on aura par là $dt = \frac{r^2\,dq}{R}$, & il n'y aura plus qu'à mettre pour r^2 ſa valeur en q tirée des deux équations de l'orbite (C) & (F). C'eſt ainſi que nous en uſerons dans la ſuite.

15. Pour appliquer aux Planetes les formules générales que nous venons de trouver, il y faudra ſubſtituer les valeurs des forces perturbatrices

X, Y, Z qui résultent de l'attraction que chaque Planete éprouve de la part de toutes les autres.

Soit S la masse du Soleil, T celle de la Planete dont on cherche le mouvement, T', T'' &c. les masses des Planetes perturbatrices; on sait que la Planete T est attirée vers le Soleil par une force égale à $\frac{S + T}{\rho^2}$, ρ étant sa distance au Soleil, & qu'en vertu de cette force elle doit décrire autour du Soleil la même orbite que si le Soleil étoit immobile. On peut donc regarder le Soleil comme fixe par rapport à la Planete T, mais il faut alors tenir compte de l'action des autres Planetes T', T'' &c. sur le Soleil, en transportant l'effet de cette action à la Planete T en sens contraire.

Ainsi prenant le centre du Soleil pour l'origine des coordonnées, & nommant x, y, z, celles de l'orbite de la Planete T autour du Soleil, on aura d'abord dans les formules de l'art. 2., $g = S + T$.

Ensuite si on marque d'un trait toutes les quantités qui se rapportent à la Planete T', de deux traits celles qui se rapportent à la Planete T'' &c.; qu'enfin on désigne par σ' la distance rectiligne entre les corps T & T', par σ'' la distance rectiligne entre les corps T & T'', & ainsi du reste; on trouvera 1°. que la force $\frac{T'}{\sigma'^2}$ avec laquelle le corps T' attire le corps T suivant la direction de la ligne σ', produira ces trois forces suivant les directions des coordonnées x, y, z, savoir $\frac{T'(x - x')}{\sigma'^3}$, $\frac{T'(y - y')}{\sigma'^3}$, $\frac{T'(z - z')}{\sigma'^3}$. 2°. Que la force $\frac{T'}{\rho'^2}$ avec laquelle la Planete T' attire le Soleil S, étant transportée en sens contraire à la Planete T, donnera encore ces trois autres forces suivant les mêmes directions, savoir $\frac{T'x'}{\rho'^3}$, $\frac{T'y'}{\rho'^3}$, $\frac{T'z'}{\rho'^3}$.

On trouvera de pareilles formules pour les forces résultantes de l'attraction des autres Planetes T'', T''' &c.; & rassemblant respectivement ces différentes forces, on aura les valeurs des forces perturbatrices X, Y, Z de la Planete T, lesquelles seront donc exprimées ainsi

Digitized by Google

$$X = T'\left(\frac{x - x'}{\sigma'^3} + \frac{x'}{\varrho'^3}\right) + T''\left(\frac{x - x''}{\sigma''^3} + \frac{x''}{\varrho''^3}\right)$$
$$+ T'''\left(\frac{x - x'''}{\sigma'''^3} + \frac{x'''}{\varrho'''^3}\right) + \&c.$$
$$Y = T'\left(\frac{y - y'}{\sigma'^3} + \frac{y'}{\varrho'^3}\right) + T''\left(\frac{y - y''}{\sigma''^3} + \frac{y''}{\varrho''^3}\right)$$
$$+ T'''\left(\frac{y - y'''}{\sigma'''^3} + \frac{y'''}{\varrho'''^3}\right) + \&c.$$
$$Z = T'\left(\frac{z - z'}{\sigma'^3} + \frac{z'}{\varrho'^3}\right) + T''\left(\frac{z - z''}{\sigma''^3} + \frac{z''}{\varrho''^3}\right)$$
$$+ T'''\left(\frac{z - z'''}{\sigma'''^3} + \frac{z'''}{\varrho'''^3}\right) + \&c.$$

16. Or on a

$$\varrho = \sqrt{(x^2 + y^2 + z^2)}, \quad \varrho' = \sqrt{(x'^2 + y'^2 + z'^2)} \ \&c,$$
$$\sigma' = \sqrt{((x - x')^2 + (y - y')^2 + (z - z')^2)},$$
$$\sigma'' = \sqrt{((x - x'')^2 + (y - y'')^2 + (z - z'')^2)}$$
$$\&c.$$

Donc si on fait

$$\Omega = T'\left(\frac{xx' + yy' + zz'}{\varrho'^3} - \frac{1}{\sigma'}\right)$$
$$+ T''\left(\frac{xx'' + yy'' + zz''}{\varrho''^3} - \frac{1}{\sigma''}\right)$$
$$+ T'''\left(\frac{xx''' + yy''' + zz'''}{\varrho'''^3} - \frac{1}{\sigma'''}\right)$$
$$\&c.$$

& qu'on dénote à l'ordinaire par $\frac{d\Omega}{dx}$, $\frac{d\Omega}{dy}$, $\frac{d\Omega}{dz}$ les coëfficiens de dx, dy, dz, dans la différentielle de la quantité Ω regardée comme fonction des variables x, y, z; il est clair que les expressions précédentes de X, Y, Z se réduiront à celles-ci

$$X = \frac{d\Omega}{dx}, \quad Y = \frac{d\Omega}{dy}, \quad Z = \frac{d\Omega}{dz}.$$

Digitized by Google

17. On ſubſtituera donc ces valeurs dans les équations différentielles (A) & (D); & l'on aura en premier lieu

$$dP = \left(\frac{d\Omega}{dy} z - \frac{d\Omega}{dz} y\right) dt,$$

$$dQ = \left(\frac{d\Omega}{dx} z - \frac{d\Omega}{dz} x\right) dt,$$

$$dR = \left(\frac{d\Omega}{dx} y - \frac{d\Omega}{dy} x\right) dt.$$

Ces formules ſerviront à déterminer les variations de la longitude ω du nœud & de la tangente θ de l'inclinaiſon, en faiſant $P = R\theta \sin \omega$, $Q = R\theta \cos \omega$ (art. 5.), & de plus la variation du parametre $\frac{\Pi^2}{\epsilon}$ de l'orbite (art. 9.), Π^2 étant $= P^2 + Q^2 + R^2$.

18. Si on vouloit déterminer directement les variations de Π, il n'y auroit qu'à ajouter enſemble les équations précédentes, après les avoir multipliées reſpectivement par P, Q, R. On aura ainſi en ordonnant les termes

$$\Pi d\Pi = \frac{d\Omega}{dx}(Qz + Ry)dt + \frac{d\Omega}{dy}(Pz - Rx)dt$$

$$- \frac{d\Omega}{dz}(Py + Qx)dt.$$

Or en ſubſtituant pour P, Q, R les valeurs données par les équations (B) de l'art. 3., on a

$$(Qz + Ry)dt = (x dz - z dx) z + (x dy - y dx) y$$
$$= x(y dy + z dz) - dx(y^2 + z^2) = x\varrho d\varrho - \varrho^2 dx,$$
$$(Pz - Rx)dt = (y dz - z dy) z - (x dy - y dx) x$$
$$= y(x dx + z dz) - dy(x^2 + z^2) = y\varrho d\varrho - \varrho^2 dy,$$
$$(Py + Qx)dt = (y dz - z dy) y + (x dz - z dx) x$$
$$= - z(x dx + y dy) + dz(x^2 + y^2) = z\varrho d\varrho - \varrho^2 dz.$$

Donc si on fait pour abréger

$$\frac{d\Omega}{dx}x + \frac{d\Omega}{dy}y + \frac{d\Omega}{dz}z = \Phi$$

$$\frac{d\Omega}{dx}dx + \frac{d\Omega}{dy}dy + \frac{d\Omega}{dz}dz = (d\Omega),$$

(l'expression $(d\Omega)$ indique la différentielle partielle de Ω, en n'y faisant varier que les x, y, z relatives à la Planete T), on aura

$$\Pi d\Pi = \Phi \varrho d\varrho - \varrho^2 (d\Omega).$$

19. En second lieu, les équations (D) deviendront, par la substitution des valeurs précédentes de dP, dQ, dR,

$$-\frac{d\Omega}{dx}(ydy + zdz) + \frac{d\Omega}{dy}(xdy + Rdt) + \frac{d\Omega}{dz}(xdz + Qdt) = dN,$$

$$\frac{d\Omega}{dx}(ydx - Rdt) - \frac{d\Omega}{dy}(xdx + zdz) + \frac{d\Omega}{dz}(ydz + Pdt) = dM,$$

$$\frac{d\Omega}{dx}(zdx - Qdt) + \frac{d\Omega}{dy}(zdy - Pdt) - \frac{d\Omega}{dz}(ydy + xdx) = dL;$$

& si on y substitue encore les valeurs de Pdt, Qdt, Rdt (art. 3.), elles se réduiront à la forme suivante

$$dN = 2x(d\Omega) - \Phi dx - \frac{d\Omega}{dx}\varrho d\varrho,$$

$$dM = 2y(d\Omega) - \Phi dy - \frac{d\Omega}{dy}\varrho d\varrho,$$

$$dL = 2z(d\Omega) - \Phi dz - \frac{d\Omega}{dz}\varrho d\varrho;$$

les quantités Φ & $(d\Omega)$ étant les mêmes que dans l'art. préc.

Par ces équations on aura les variations de l'excentricité $\frac{\lambda}{g}$, de la longitude de l'aphélie φ, & de la latitude η de cet aphélie par rapport au plan de projection, au moyen des formules $L = \lambda \sin\eta$, $M = \lambda \cos\eta \sin\varphi$, $N = \lambda \cos\eta \cos\varphi$ (art. 10.).

20. Au reste il n'est pas nécessaire d'employer ces trois équations pour la détermination des élémens dont il s'agit; car nous avons vu (art. 8.) qu'il

Digitized by Google

qu'il y a entre les quantités L, M, N cette équation de condition $NP - MQ + LR = 0$, au moyen de laquelle on peut déterminer une quelconque d'entr'elles par les deux autres. On pourroit peut-être douter si en effet les formules différentielles trouvées satisfont à cette équation; pour lever ce doute & confirmer en même tems la justesse de nos formules, nous allons faire voir comment elles y satisfont; à cet effet nous ajouterons d'abord ensemble les trois formules de l'art. préc. après les avoir multipliées respectivement par P, $-Q$, R; ce qui donnera, en ayant égard aux équations $Px - Qy + Rz = 0$, $Pdx - Qdy + Rdz = 0$ (art. 4.),

$$PdN - QdM + RdL = -\left(P\frac{d\Omega}{dx} - Q\frac{d\Omega}{dy} + R\frac{d\Omega}{dz}\right)\varrho d\varrho;$$

ensuite les trois formules de l'art. 17. étant multipliées respectivement par N, $-M$, L & ajoutées ensemble, donneront $NdP - MdQ + LdR = \frac{d\Omega}{dx}(Ly - Mz)dt + \frac{d\Omega}{dy}(Nz - Lx)dt + \frac{d\Omega}{dz}(Mx - Ny)dt$; mais en substituant les valeurs de L, M, N résultantes des formules (E) de l'art. 6., on a

$$(Ly - Mz)dt = (Qdx + Pdy)y - (Rdx - Pdz)z,$$
$$(Nz - Lx)dt = -(Rdy + Qdz)z - (Qdx + Pdy)x,$$
$$(Mx - Ny)dt = (Rdx - Pdz)x + (Rdy + Qdz)y,$$

ce qui, à cause de $Px - Qy + Rz = 0$, se réduit à $(Ly - Mz)dt = P\varrho d\varrho$, $(Nz - Lx)dt = -Q\varrho d\varrho$, $(Mx - Ny)dt = R\varrho d\varrho$; de sorte qu'on aura

$$NdP - MdQ + LdR = \left(P\frac{d\Omega}{dx} - Q\frac{d\Omega}{dy} + R\frac{d\Omega}{dz}\right)\varrho d\varrho.$$

Donc enfin

$$NdP - MdQ + LdR + PdN - QdM + RdL = 0,$$

équation, qui est, comme l'on voit, la différentielle de celle qu'il s'agissoit de vérifier.

21. Puisque $\lambda^2 = L^2 + M^2 + N^2$, on aura, en ajoutant ensemble les trois équations de l'art. 19., après les avoir respectivement multipliées par N, M, L,

$$\lambda \, d\lambda = 2(Nx + My + L z)(d\Omega)$$
$$- \phi (N dx + M dy + L dz) - \left(N \frac{d\Omega}{dx} + M \frac{d\Omega}{dy} + L \frac{d\Omega}{dz}\right) \varrho \, d\varrho;$$

or l'équation de l'orbite donne $Nx + My + Lz = g\varrho - \Pi^2$, $N dx + M dy + L dz = g \, d\varrho$ (art. 7. 10.); de plus les équations (E) donnent, en substituant pour P, Q, R leurs valeurs tirées des équations (B)

$$\left.\begin{aligned} N &= x\left(\frac{g}{\varrho} - \frac{dx^2 + dy^2 + dz^2}{dt^2}\right) + \frac{\varrho \, d\varrho \, dx}{dt^2} \\ M &= y\left(\frac{g}{\varrho} - \frac{dx^2 + dy^2 + dz^2}{dt^2}\right) + \frac{\varrho \, d\varrho \, dy}{dt^2} \\ L &= z\left(\frac{g}{\varrho} - \frac{dx^2 + dy^2 + dz^2}{dt^2}\right) + \frac{\varrho \, d\varrho \, dz}{dt^2} \end{aligned}\right\} (I)$$

& les mêmes équations donnent aussi, comme on l'a vu dans l'art. 12.,

$$\frac{dx^2 + dy^2 + dz^2}{dt^2} = \frac{2g}{\varrho} - \Delta;$$

donc faisant ces substitutions on aura

$$\lambda \, d\lambda = \left(2g\varrho - 2\Pi^2 - \frac{\varrho^2 \, d\varrho^2}{dt^2}\right)(d\Omega) - \Delta \phi \varrho \, d\varrho;$$

mais on a par les formules du même art. cité $\frac{\varrho^2 \, d\varrho^2}{dt^2} = - \Delta \varrho^2 + 2g\varrho - \Pi^2$; donc

$$\lambda \, d\lambda = (\Delta \varrho^2 - \Pi^2)(d\Omega) - \Delta \phi \varrho \, d\varrho,$$

$$\Delta \text{ étant } = \frac{g^2 - \lambda^2}{\Pi^2} \text{ (art. 11.)}.$$

Ainsi on aura directement par cette équation la variation de l'excentricité $\frac{\lambda}{g}$.

Digitized by Google

22. Enfin, puisque $\lambda^2 = g^2 - \Delta \Pi^2$, on aura $\lambda\, d\lambda = - \Delta \Pi\, d\Pi - \Pi^2 \frac{d\Delta}{2}$, $=$ (en ſubſtituant la valeur de $\Pi\, d\Pi$ de l'art. 18.) $- \Delta \phi \varrho\, d\varrho + \Delta \varrho^2 (d\Omega) - \Pi^2 \frac{d\Delta}{2}$; & cette valeur de $\lambda\, d\lambda$ étant comparée à celle que nous venons de trouver dans l'art. préc. il viendra cette formule très ſimple

$$\frac{d\Delta}{2} = (d\Omega),$$

laquelle ſervira à déterminer les variations de la diſtance moyenne $\frac{\varrho}{\Delta}$ (art. 13.).

23. La méthode que j'ai ſuivie pour trouver les formules différentielles des variations des élémens des Planetes eſt, ce me ſemble, la plus directe & la plus naturelle qu'il eſt poſſible, étant déduite des principes mêmes de la choſe; mais j'aurois pu y parvenir plus ſimplement par la méthode générale dont je me ſuis déjà ſervi pour déterminer les variations de la diſtance moyenne, dans les Mémoires de 1776; méthode qui a l'avantage d'être applicable à toutes les queſtions du même genre.

Suivant cette méthode, ſi $V = a$ eſt une intégrale quelconque des équations différentio-différentielles de l'orbite non-troublée, V étant une fonction connue de t, x, y, z & de $\frac{dx}{dt}$, $\frac{dy}{dt}$, $\frac{dz}{dt}$, & a une conſtante arbitraire; & qu'on veuille ſuppoſer a variable pour l'orbite troublée; il n'y aura qu'à différentier, en faiſant varier d'un côté la quantité a, & de l'autre les quantités $\frac{dx}{dt}$, $\frac{dy}{dt}$, $\frac{dz}{dt}$, contenues dans V, & ſubſtituer enſuite à la place des différences de celles-ci les valeurs de $\frac{d^2x}{dt}$, $\frac{d^2y}{dt}$, $\frac{d^2z}{dt}$, dues uniquement aux forces perturbatrices. Car la différentielle de V priſe, en faiſant tout varier, doit devenir nulle d'elle-même, lorsqu'on y ſubſtitue pour d. $\frac{dx}{dt}$, d. $\frac{dy}{dt}$, d. $\frac{dz}{dt}$ les valeurs tirées des équations

Digitized by Google

de l'orbite non-troublée, puisque $V = a$ eſt (hyp.) une intégrale de ces équations. De ſorte qu'en ajoutant à ces valeurs les termes $- X\,dt$, $- Y\,dt$, $- Z\,dt$ dûs aux forces perturbatrices (art. 2.), on aura ſimplement

$$dV = \frac{dV}{d.\frac{dx}{dt}} \times - X\,dt + \frac{dV}{d.\frac{dy}{dt}} \times - Y\,dt + \frac{dV}{d.\frac{dz}{dt}} \times - Z\,dt,$$

les quantités $\frac{dV}{d.\frac{dx}{dt}}$ &c. exprimant ſuivant la notation reçue les coëfficiens de $d.\frac{dx}{dt}$ &c. dans la différentielle de V.

De cette maniere, ſi on change, ſuivant l'art. 16., les quantités X, Y, Z, en $\frac{d\Omega}{dx}$, $\frac{d\Omega}{dy}$, $\frac{d\Omega}{dz}$, on aura pour la variation de a cette équation

$$da = - \frac{dV}{d.\frac{dx}{dt}} \times \frac{d\Omega}{dx}\,dt - \frac{dV}{d.\frac{dy}{dt}} \times \frac{d\Omega}{dy}\,dt - \frac{dV}{d.\frac{dz}{dt}} \times \frac{d\Omega}{dz}\,dt.$$

Or on ſait que les élémens de l'orbite ne ſont autre choſe que les conſtantes arbitraires introduites par l'intégration des équations différentielles primitives, ou des fonctions de ces conſtantes; on aura donc les formules différentielles de la variation des élémens, pourvu qu'on ait les valeurs de ces élémens exprimées par les variables de l'orbite non-troublée & par leurs différences premieres; valeurs qui peuvent ſe trouver immédiatement par l'intégration même des équations différentielles de l'orbite, ou bien ſe déduire des équations finies de l'orbite combinées avec les différences premieres de ces équations.

Ayant déterminé ainſi la valeur variable de chaque conſtante ou élément de l'orbite, on aura entre ces conſtantes & t, x, y, z, $\frac{dx}{dt}$, $\frac{dy}{dt}$, $\frac{dz}{dt}$, des équations de la même forme pour l'orbite troublée que pour l'orbite non-troublée; de ſorte que les équations finies déduites de celle-ci, ainſi que les différences premieres de ces équations ſeront en

Digitized by Google

core de la même forme dans les deux cas; par conséquent les constantes dont nous parlons, pourront toujours être regardées & traitées comme invariables dans la différentiation des équations finies de l'orbite; ce qui rend raison de la remarque faite dans les art. 4. & 10. sur les équations (*C*) & (*F*).

24. Cela posé, si dans les équations différentielles de l'art. 3. on suppose *X*, *Y*, *Z*, nulles, on a celles de l'orbite non-troublée; & intégrant ces équations par la méthode des art. 3. & 6., on aura des intégrales de la forme (*B*) & (*E*), dans lesquelles *P*, *Q*, *R*, *L*, *M*, *N* seront des constantes arbitraires & invariables. Or les intégrales (*B*) ont déjà la forme demandée $V = a$; donc il n'y aura, suivant la méthode précédente, qu'à les différentier, en y faisant varier *P*, *Q*, *R* & $\frac{dx}{dt}$, $\frac{dy}{dt}$; $\frac{dz}{dt}$, & substituer ensuite $-\frac{d\Omega}{dx}dt$, $-\frac{d\Omega}{dy}dt$, $-\frac{d\Omega}{dz}dt$ à la place de $d.\frac{dx}{dt}$, $d.\frac{dy}{dt}$, $d.\frac{dz}{dt}$; on aura ainsi sur le champ les formules différentielles de l'art. 17.

A l'égard des intégrales (*E*), pour les réduire à la forme dont il s'agit, il ne faut qu'y substituer les valeurs de *P*, *Q*, *R* données par les intégrales précédentes; on aura ainsi les équations (*I*) de l'art. 21.; lesquelles étant différentiées en y faisant varier *L*, *M*, *N*, & $\frac{dx}{dt}$, $\frac{dy}{dt}$, $\frac{dz}{dt}$, donneront immédiatement les formules différentielles de l'art. 19., en se souvenant que $\rho d\rho = x dx + y dy + z dz$.

On peut de même déterminer directement les variations des élémens Π & Δ par le moyen des formules trouvées dans l'art. 12. Car on a 1°. $\Pi^2 = \frac{\rho^2(dx^2+dy^2+dz^2)}{dt^2} - \frac{(\rho d\rho)^2}{dt^2}$; & cette équation, en y faisant varier Π de $d\Pi$ & $\frac{dx}{dt}$, $\frac{dy}{dt}$, $\frac{dz}{dt}$ comme ci-dessus, donne immédiatement la formule différentielle trouvée à la fin de l'art. 18.

Digitized by Google

On a 2°. $\Delta = \frac{2g}{\rho} - \frac{dx^2 + dy^2 + dz^2}{dt^2}$; & il eſt viſible qu'il en naîtra ſur le champ la formule différentielle de l'art. 22., par la variation de Δ, $\frac{dx}{dt}$, $\frac{dy}{dt}$, $\frac{dz}{dt}$.

25. Il n'eſt pas néceſſaire au reſte pour l'uſage de la méthode précédente que les intégrales ſoient réduites à la forme $V = a$, ainſi que nous l'avons ſuppoſé; mais cette réduction, qui eſt d'ailleurs toujours poſſible, ſert à rendre le calcul plus direct & les formules plus ſimples. Comme cette méthode peut être d'une grande utilité dans pluſieurs autres occaſions, je crois qu'on me permettra d'ajouter encore quelques mots ſur cet objet, quoique ce ne ſoit pas ici le lieu d'en traiter.

Pour préſenter la méthode dont il s'agit de la maniere la plus ſimple & en même tems la plus générale qu'il eſt poſſible, conſidérons une ou pluſieurs équations différentielles telles que

$$\frac{d^m x}{dt^m} = \Xi, \quad \frac{d^n y}{dt^n} = \Upsilon, \text{ \&c.,}$$

dans leſquelles Ξ, Υ &c. ſoient des fonctions données des variables t, x, y &c. & des différences $\frac{dx}{dt}$, $\frac{dy}{dt}$ &c. $\frac{d^2x}{dt^2}$ &c. des ordres inférieurs à $\frac{d^m x}{dt^m}$, $\frac{d^n y}{dt^n}$ &c.

Suppoſons que l'on connoiſſe une intégrale quelconque de ces équations, laquelle ſoit repréſentée par $V = 0$, V étant une fonction des mêmes variables & de leurs différences, & contenant de plus une conſtante arbitraire a. On ſait que ſi on différentie cette intégrale en y faiſant tout varier excepté a, & qu'on y ſubſtitue enſuite pour $\frac{d^m x}{dt^{m-1}}$, $\frac{d^n y}{dt^{n-1}}$ &c. leurs valeurs $\Xi\, dt$, $\Upsilon\, dt$ &c. tirées des équations différentielles, on doit avoir une équation identique avec l'équation $V = 0$, ou du moins qui aura lieu en même tems que celle-ci, indépendamment d'aucune relation

entre a, t, x, y &c. $\frac{dx}{dt}$ &c.; de ſorte que l'équation $V = 0$ étant poſée, la différence dV deviendra identiquement nulle après les ſubſtitutions dont il s'agit.

Soient maintenant propoſées les équations

$$\frac{d^m x}{dt^m} = \Xi + \Xi', \quad \frac{d^n y}{dt^n} = \Upsilon + \Upsilon', \text{ \&c.}$$

Ξ', Υ' &c. étant de même des fonctions de t, x, y &c. $\frac{dx}{dt}$, $\frac{dy}{dt}$ &c. jusqu'à $\frac{d^{m-1}x}{dt^{m-1}}$, $\frac{d^{n-1}y}{dt^{n-1}}$ &c.; il eſt clair que la même équation $V = 0$ pourra ſatisfaire auſſi à ces équations, pourvu que la quantité a étant ſuppoſée variable, ſoit telle que la différentielle dV devienne nulle en même tems que V, après la ſubſtitution des valeurs précédentes de $\frac{d^m x}{dt^m}$, $\frac{d^n y}{dt^n}$ &c. Or nous venons de voir que la partie de dV qui ne contient point la différence da, devient identiquement nulle avec la fonction V par la ſubſtitution des Ξ, Υ &c. à la place de $\frac{d^m x}{dt^m}$, $\frac{d^n y}{dt^n}$ &c.

Donc il n'y aura qu'à rendre nulle la partie reſtante de dV, c'eſt à dire les termes provenans de la différence de a, & de la ſubſtitution des quantités Ξ', Υ' &c. au lieu de $\frac{d^m x}{dt^m}$, $\frac{d^n y}{dt^n}$ &c.; ce qui donnera l'équation

$$\frac{dV}{da}da + \frac{dV}{d.\frac{d^{m-1}x}{dt^{m-1}}}\Xi' dt + \frac{dV}{d.\frac{d^{n-1}y}{dt^{n-1}}}\Upsilon' dt + \text{\&c.} = 0.$$

C'eſt l'équation qui ſervira à déterminer la valeur convenable de la quantité a devenue variable.

Si l'on avoit deux équations intégrales $V = 0$, $U = 0$ des mêmes équations différentielles $\frac{d^m x}{dt^m} = \Xi$, $\frac{d^n y}{dt^n} = \Upsilon$, &c. & que ces intégrales contînſſent deux conſtantes arbitraires a, b, on prouveroit de la

Digitized by Google

même maniere qu'elles pourroient l'être aussi des équations $\frac{d^m x}{dt^m} = \Xi + \Xi'$, $\frac{d^n y}{dt^n} = \Psi + \Psi'$, &c. en y supposant a & b variables, & déterminées par ces équations

$$\frac{dV}{da}da + \frac{dV}{db}db + \frac{dV}{d.\frac{d^{m-1}x}{dt^{m-1}}}\Xi' dt + \frac{dV}{d.\frac{d^{n-1}y}{dt^{n-1}}}\Psi' dt + \&c. = 0,$$

$$\frac{dU}{da}da + \frac{dU}{db}db + \frac{dU}{d.\frac{d^{m-1}x}{dt^{m-1}}}\Xi' dt + \frac{dU}{d.\frac{d^{n-1}y}{dt^{n-1}}}\Psi' dt + \&c. = 0.$$

Et ainsi de suite si l'on avoit un plus grand nombre d'intégrales.

26. Au reste quand on connoît une intégrale qui renferme deux constantes arbitraires, on en peut d'abord déduire une seconde par la seule différentiation, en substituant, s'il est nécessaire, à la place des plus hautes différences des variables, leurs valeurs tirées des équations différentielles données. De la même maniere une intégrale qui renferme trois constantes arbitraires fournira, par deux différentiations successives, deux autres intégrales; & ainsi de suite. Donc si les intégrales connues renferment autant de constantes arbitraires qu'il y a d'unités dans la somme des exposans des équations différentielles, ce qui est le cas des intégrales finies & complettes, on trouvera par leur moyen autant d'intégrales différentes qu'il y a d'arbitraires; & on aura par la méthode précédente toutes les équations nécessaires pour déterminer les valeurs de ces constantes devenues variables.

De plus on pourra dans ce cas déterminer les variables finies x, y &c. ainsi que leurs différences $\frac{dx}{dt}$, $\frac{dy}{dt}$ &c. jusqu'à $\frac{d^{m-1}x}{dt^{m-1}}$, $\frac{d^{n-1}y}{dt^{n-1}}$ &c. en fonctions de t & des constantes arbitraires a, b, &c.; & il est visible que ces fonctions seront les mêmes, soit que ces arbitraires soient variables, ou non; de sorte que dans les différentiations de x, y &c. jusqu'à $d^{m-1}x$, $d^{n-1}y$ &c., on pourra toujours regarder & traiter les quantités a, b, c &c. comme des constantes invariables.

27. La

27. La méthode que j'avois donnée dans les Mémoires de 1775 (pag. 190), rentre auſſi dans celle que je viens d'expoſer, & on peut généraliſer ainſi l'application que j'en avois faite aux équations linéaires. En effet, lorsque Ξ, Υ &c. ſont des fonctions linéaires des variables x, y &c. & de leurs différences, il eſt facile de prouver que V, U &c. ſeront auſſi des fonctions linéaires des mêmes variables & des conſtantes arbitraires a, b &c. Donc $\frac{dV}{da}$, $\frac{dV}{db}$, $\frac{dV}{d.\frac{d^{m-1}x}{dt}}$ &c. ſeront des fonctions de t.

Par conſéquent ſi Ξ', Υ' &c. ſont données en t ſeul, on déterminera facilement les valeurs de a, b &c. en t.

SECTION SECONDE.

Formules générales pour les variations ſéculaires des élémens des Planetes.

28. Les formules que nous venons de donner, dans la Section précédente, pour repréſenter les variations des élémens des Planetes, cauſées par leur action mutuelle, expriment l'effet total de cette action, & pourroient ſervir à déterminer toutes les inégalités qu'elle doit produire dans leur mouvement. Mais notre objet eſt ſimplement de déterminer les variations ſéculaires des élémens des Planetes, c'eſt à dire celles qui n'ont aucune période fixe, ou du moins qui en ont de très longues, & indépendantes du retour des Planetes aux mêmes points de leurs orbites. Ces variations ſont néceſſairement renfermées dans les formules trouvées, & pour les démêler il n'y aura qu'à développer ces formules, & les débarraſſer enſuite de tout ce qu'elles peuvent renfermer de périodique. Or la petiteſſe des excentricités & des inclinaiſons des Planetes fait qu'on peut exprimer leurs coordonnées par des ſéries très convergentes de ſinus & coſinus d'angles proportionels au tems. Il faudra donc faire ces ſubſtitutions à la place de x, y, z, x', y', z' &c. & rejeter enſuite tous les termes qui ſe trouveront contenir des ſinus & des coſinus. Ainſi il faut commencer par chercher les valeurs convenables de x, y, z en t.

Digitized by Google

29. Nous avons déjà remarqué plus haut (art. 14.) que pour faciliter cette recherche, il est à propos d'employer les substitutions

$$x = r \operatorname{cos} q, \quad y = r \operatorname{sin} q,$$

r étant le rayon de l'orbite projetée sur le plan des x, y, & q l'angle de ce rayon avec l'axe des x.

Ces substitutions ont d'ailleurs l'avantage d'être conformes aux usages astronomiques; puisqu'en prenant le plan des x & y pour celui de l'écliptique, & supposant l'axe des x dirigé vers le premier point d'*aries*, r sera la distance accourcie de la Planete au Soleil, & q sa longitude héliocentrique.

En mettant ces expressions de x & y dans l'équation $Px - Qy + Rz = 0$ (art. 4.), on en tire

$$z = \frac{r}{R} (Q \operatorname{sin} q - P \operatorname{cos} q).$$

De là on aura $\varrho = \sqrt{(x^2 + y^2 + z^2)} = \frac{r}{R} \sqrt{(R^2 + (Q \operatorname{sin} q - P \operatorname{cos} q)^2)}$; & l'équation $g\varrho = Nx + My + Lz + \Pi^2$ (art. 7.) donnera (en faisant, comme dans l'art. 8., $B = RN - PL$, $C = - RM - QL$)

$$r = \frac{R\Pi^2}{g\sqrt{(R^2 + (Q \operatorname{sin} q - P \operatorname{cos} q)^2)} + C \operatorname{sin} q - B \operatorname{cos} q}.$$

Et comme les mêmes équations ont lieu aussi en y faisant varier simplement x, y, z, & regardant les autres quantités comme constantes (art. 10.); il s'ensuit que pour avoir les valeurs des différences dz & dr, il suffira de faire varier dans les formules précédentes les quantités z, r, q, en prenant P, Q, R, Π, B, C pour constantes.

Enfin l'équation $x\,dy - y\,dx = R\,dt$ (art. 3.) donnera $r^2\,dq = R\,dt$; de sorte qu'en substituant pour r^2 sa valeur en q on aura

$$\frac{R\Pi^4\,dq}{(g\sqrt{(R^2 + (Q \operatorname{sin} q - P \operatorname{cos} q)^2)} + C \operatorname{sin} q - B \operatorname{cos} q)^2} = dt;$$

par cette équation on déterminera donc q en t; ensuite on aura par la substitution de cette valeur de q, celles de x, y, z en t.

30. Lorsque l'inclinaison & l'excentricité sont l'une & l'autre fort petites, comme cela a lieu dans notre système planétaire; les quantités P & Q sont nécessairement toujours très petites vis à vis de R, & les quantités L, M, N le sont aussi (art. 4. 9.), de sorte que B & C seront pareillement très petites par rapport à R. On pourra donc dans ce cas développer la fraction

$$\frac{1}{(\varepsilon\, V(R^2 + (Q \sin q - P \cos q)^2) + C \sin q - B \cos q)^2}$$

en une suite fort convergente, laquelle étant ordonnée relativement aux sinus & cosinus de q & de ses multiples, sera de la forme

$$\alpha (1 + \beta \sin q + \gamma \cos q + \delta \sin 2q + \varepsilon \cos 2q + \&c.),$$

α étant une quantité finie, β, γ étant des quantités très petites du premier ordre, δ, ε étant très petites du second ordre, & ainsi de suite.

Par ce moyen l'équation précédente deviendra

$$R\Pi^4 \alpha (1 + \beta \sin q + \gamma \cos q + \delta\, \mathrm{s}\, 2q + \varepsilon\, \mathrm{c}\, 2q + \&c.)\, dq = dt,$$

ou bien, en divisant par $R\Pi^4\alpha$,

$$dq + \beta \sin q\, dq + \gamma \cos q\, dq + \delta \sin 2q\, dq$$
$$+ \varepsilon \cos 2q\, dq + \&c, = \frac{dt}{R\Pi^4\alpha}.$$

Le premier membre de cette équation est intégrable exactement lorsque β, γ &c. sont des quantités constantes; mais lorsque ces quantités sont variables, il faut avoir recours aux séries; & l'on trouve, en employant l'opération connue des intégrations par parties, & regardant β, γ &c. comme des fonctions de q,

$$\int \beta \sin q\, dq = - \beta \cos q + \int \frac{d\beta}{dq} \cos q\, dq,$$

$$\int \frac{d\beta}{dq} \cos q\, dq = \frac{d\beta}{dq} \sin q - \int \frac{d^2\beta}{dq^2} \sin q\, dq,$$

$$\int \frac{d^2\beta}{dq^2} \sin q\, dq = - \frac{d^2\beta}{dq^2} \cos q + \int \frac{d^3\beta}{dq^3} \cos q\, dq,$$

& ainsi de suite.

On aura de même

$$\int \gamma \operatorname{cof} q \, dq = \gamma \operatorname{fin} q - \int \frac{d\gamma}{dq} \operatorname{fin} q \, dq$$

$$\int \frac{d\gamma}{dq} \operatorname{fin} q \, dq = - \frac{d\gamma}{dq} \operatorname{cof} q + \int \frac{d^2\gamma}{dq^2} \operatorname{cof} q \, dq$$

&c.

Donc fi on fait ces fubftitutions fucceffives, & qu'on fuppofe pour abréger

$$(\beta) = \beta - \frac{d\gamma}{dq} - \frac{d^2\beta}{dq^2} + \frac{d^3\gamma}{dq^3} + \frac{d^4\beta}{dq^4} - \&c.$$

$$(\gamma) = \gamma + \frac{d\beta}{dq} - \frac{d^2\gamma}{dq^2} - \frac{d^3\beta}{dq^3} + \frac{d^4\gamma}{dq^4} + \&c.$$

on aura

$$\int (\beta \operatorname{fin} q \, dq + \gamma \operatorname{cof} q \, dq) = - (\beta) \operatorname{cof} q + (\gamma) \operatorname{fin} q.$$

Et fuppofant pareillement

$$(\delta) = \delta - \frac{d\epsilon}{2dq} - \frac{d^2\delta}{4dq^2} + \frac{d^3\epsilon}{8dq^3} + \frac{d^4\delta}{16dq^4} - \&c.$$

$$(\epsilon) = \epsilon + \frac{d\delta}{2dq} - \frac{d^2\epsilon}{4dq^2} - \frac{d^3\delta}{8dq^3} + \frac{d^4\epsilon}{16dq^4} + \&c.$$

on trouvera

$$\int (\delta \operatorname{fin} 2q \, dq + \epsilon \operatorname{cof} 2q \, dq) = - \tfrac{1}{2} (\delta) \operatorname{cof} q + \tfrac{1}{2} (\epsilon) \operatorname{fin} q;$$

& ainfi de fuite.

A l'égard du fecond membre de l'équation, il eft évidemment intégrable en y regardant R, Π, α comme des fonctions de t.

Soit pour plus de fimplicité

$$dp = \frac{dt}{R \, \Pi^4 \alpha},$$

& l'intégrale de l'équation en queftion fera

$$q - (\beta) \operatorname{cof} q + (\gamma) \operatorname{fin} q - \tfrac{1}{2} (\delta) \operatorname{cof} 2q + \tfrac{1}{2} (\epsilon) \operatorname{fin} 2q + \&c. = p$$

Digitized by Google

de laquelle, puisque (β), (γ) sont supposées très petites du premier ordre, (δ), (ϵ), très petites du second ordre, & ainsi de suite; il est facile de tirer la valeur de q en p, exprimée par une suite fort convergente.

31. En général, si l'on a l'équation

$$q + f.q = p,$$

$f.q$ dénotant une fonction quelconque de q; on aura par le théoreme que j'ai donné ailleurs

$$q = p - f.p + \frac{d.(f.p)^2}{2\,dp} - \frac{d^2.(f.p)^3}{2.3\,dp^2} + \&c.$$

& même, en dénotant par Φ une autre fonction quelconque, & faisant $\Phi' p = \frac{d.\Phi p}{dp}$,

$$\Phi q = \Phi p - f.p \times \Phi' p + \frac{d.(fp)^2 \times \Phi' p}{2\,dp} - \&c.$$

Ainsi dans notre cas, il n'y aura qu'à faire $f.q = -(\beta)\cos q + (\gamma)\sin q - \&c.$, & par conséquent

$$f.p = -(\beta)\cos p + (\gamma)\sin p - \tfrac{1}{2}(\delta)\cos 2p + \tfrac{1}{2}(\epsilon)\sin 2p - \&c.$$

& exécuter ensuite relativement à p les différentiations indiquées.

On trouvera de cette maniere

$$q = p + (B)\cos p - (C)\sin p + (D)\cos 2p - (E)\sin 2p + \&c.$$

en supposant

$$(B) = (\beta) - \tfrac{1}{4}(\beta)\times(\epsilon) + \tfrac{1}{4}(\gamma)\times(\delta) + \&c.$$
$$(C) = (\gamma) + \tfrac{1}{4}(\beta)\times(\delta) + \tfrac{1}{4}(\gamma)\times(\epsilon) + \&c.$$
$$(D) = \tfrac{1}{2}(\delta) - (\beta)\times(\gamma) + \&c.$$
$$(E) = \tfrac{1}{2}(\epsilon) + \tfrac{1}{2}(\beta)^2 - \tfrac{1}{2}(\gamma)^2 + \&c.$$

&c.

32. Dans les orbites non-troublées la quantité p est proportionelle au tems t; parce que les quantités R, Π, α y sont constantes, en sorte

Digitized by Google

que $p = \frac{t}{R \Pi^4 \alpha}$. Ainsi p est alors la valeur moyenne de q; & puisque q est la longitude vraie de la Planete, p en sera la longitude moyenne.

Il n'en est pas de même pour les orbites troublées, où les quantités R, Π, α sont variables; cependant on peut toujours, par analogie, y regarder la quantité p comme la longitude moyenne; mais alors le mouvement moyen ne sera plus uniforme, & la vitesse de ce mouvement se trouvera exprimée par la quantité variable $\frac{1}{R \Pi^4 \alpha}$.

Si cette quantité ne contenoit que des termes proportionels aux sinus ou cosinus de t & de ses multiples, il est clair que les variations de p qui en proviendroient ne seroient que périodiques; elles rentreroient par conséquent dans les inégalités périodiques du mouvement des Planetes, inégalités dont nous faisons abstraction dans ces Recherches. Mais si la quantité $\frac{1}{R \Pi^4 \alpha}$ renferme des termes qui croissent en même tems que t, ou qui aient une période très longue, ces termes donneront des variations séculaires dans le mouvement moyen; & la détermination de ces variations est un des points les plus importans de la théorie que nous traitons. Il est donc nécessaire de déterminer rigoureusement la loi de la variation de la quantité dont il s'agit, & pour cela il faut connoître la valeur de la quantité α qui représente le terme tout constant de la fraction

$$\frac{1}{(g \sqrt{(R^2 + (Q \sin q - P \cos q)^2)} + C \sin q - B \cos q)^2}$$

développée suivant les sinus & cosinus des multiples de q; c'est de quoi nous allons nous occuper.

33. Commençons par faire disparoître le radical du dénominateur, en multipliant le haut & le bas de la fraction par la quantité

$$(g \sqrt{(R^2 + (Q \sin q - P \cos q)^2)} - C \sin q + B \cos q)^2,$$

Digitized by Google

on aura cette transformée

$$\frac{(g\,V(R^2 + (Q\sin q - P\cos q)^2) - C\sin q + B\cos q)^2}{(g^2R^2 + g^2(Q\sin q - P\cos q)^2 - (C\sin q - B\cos q)^2)^2};$$

laquelle se réduit à cette forme

$$\frac{a + b\cos 2q - c\sin 2q + 2g(B\cos q - C\sin q)V}{(h + m\cos 2q - n\sin 2q)^2};$$

en faisant, pour abréger,

$$a = g^2\left(R^2 + \frac{Q^2 + P^2}{2}\right) + \frac{C^2 + B^2}{2},$$

$$b = g^2\,\frac{P^2 - Q^2}{2} + \frac{B^2 - C^2}{2},$$

$$c = g^2 PQ + BC,$$

$$h = g^2\left(R^2 + \frac{Q^2 + P^2}{2}\right) - \frac{C^2 + B^2}{2},$$

$$m = g^2\,\frac{P^2 - Q^2}{2} - \frac{B^2 - C^2}{2},$$

$$n = g^2 PQ - BC,$$

$$V = \sqrt{(R^2 + (Q\sin q - P\cos q)^2)}.$$

A considérer cette formule, il est facile de voir que la partie qui a pour numérateur $a + b\cos 2q - c\sin 2q$ ne donnera par le développement que des termes proportionels à des sinus ou cosinus de multiples pairs de q, & que l'autre partie dont le numérateur est $2g\,(B\cos q - C\sin q)\,V$ donnera seulement des termes proportionels aux sinus & cosinus des multiples impairs de q. De sorte qu'on aura (art. 30.)

$$\frac{a + b\cos 2q - c\sin 2q}{(h + m\cos 2q - n\sin 2q)^2} =$$

$$\alpha(1 + \delta\sin 2q + \varepsilon\cos 2q + \&c.),$$

$$\frac{2g\,(B\cos q - C\sin 2q)\,V}{(h + m\cos 2q - n\sin 2q)^2} =$$

$$\alpha(\beta\sin q + \gamma\cos q + \zeta\sin 3q + \eta\cos 3q + \&c.)$$

Ainſi la queſtion ſe réduit à trouver le terme tout conſtant α de la fraction rationelle

$$\frac{a + b \operatorname{cof} 2q - c \operatorname{fin} 2q}{(h + m \operatorname{cof} 2q - n \operatorname{fin} 2q)^2},$$

développée ſuivant les ſinus & coſinus des multiples de $2q$.

Or ſi au lieu de cette fraction on conſidere celle-ci plus ſimple

$$\frac{a + b \operatorname{cof} 2q - c \operatorname{fin} 2q}{h + m \operatorname{cof} 2q - n \operatorname{fin} 2q},$$

& qu'on la développe en une ſérie de la forme

$$A + D \operatorname{fin} 2q + E \operatorname{cof} 2q + F \operatorname{fin} 4q + G \operatorname{cof} 4q + \&c.;$$

il eſt clair qu'en faiſant varier de part & d'autre la quantité h, & diviſant par dh, on aura

$$-\frac{a + b \operatorname{cof} 2q - c \operatorname{fin} 2q}{(h + m \operatorname{cof} 2q - n \operatorname{fin} 2q)^2} = \frac{dA}{dh}$$
$$+ \frac{dD}{dh} \operatorname{fin} 2q + \frac{dE}{dh} \operatorname{cof} 2q + \frac{dF}{dh} \operatorname{fin} 4q + \&c.$$

De ſorte qu'on aura par la comparaiſon des termes

$$\alpha = -\frac{dA}{dh}, \quad \alpha\delta = -\frac{dP}{dh}, \quad \alpha\epsilon = -\frac{dE}{dh}, \ \&c.$$

Il ne s'agit donc que de développer la derniere fraction; c'eſt ce qu'on peut faire par différentes méthodes; mais aucune ne me paroît plus ſimple que celle que je vais expoſer, & qui peut d'ailleurs être utile auſſi dans d'autres occaſions.

34. Je fais pour plus de ſimplicité $2q = u$, & ſubſtituant dans la fraction propoſée, à la place de $\operatorname{fin} u$ & $\operatorname{cof} u$, leurs valeurs en exponentielles imaginaires, je la réduis à cette forme

$$\frac{2a + (b + c\sqrt{-1})e^{u\sqrt{-1}} + (b - c\sqrt{-1})e^{-u\sqrt{-1}}}{2h + (m + n\sqrt{-1})e^{u\sqrt{-1}} + (m - n\sqrt{-1})e^{-u\sqrt{-1}}}.$$

Cette fraction peut ſe partager en ces deux-ci

$$\frac{\lambda + (\mu + \nu\sqrt{-1})e^{u\sqrt{-1}}}{\pi + (\rho + \sigma\sqrt{-1})e^{u\sqrt{-1}}} + \frac{\lambda + (\mu - \nu\sqrt{-1})e^{-u\sqrt{-1}}}{\pi + (\rho - \sigma\sqrt{-1})e^{-u\sqrt{-1}}};$$

car

car en multipliant en croix & comparant les termes, on aura ces six équations

$$\pi^2 + \rho^2 + \sigma^2 = 2h, \quad \pi\rho = m, \quad \pi\sigma = n,$$

$$\lambda\pi + \mu\rho + \nu\sigma = a, \quad \lambda\rho + \mu\pi = b, \quad \lambda\sigma + \nu\pi = c,$$

lesquelles serviront à déterminer les six inconnues λ, μ, ν, π, ρ, σ.

En effet la seconde & la troisieme donnent d'abord $\rho = \frac{m}{\pi}$, $\sigma = \frac{n}{\pi}$, valeurs qui étant substituées dans la premiere donneront cette transformée $\pi^4 - 2h\pi^2 + m^2 + n^2 = 0$; d'où l'on tire

$$\pi^2 = h + \sqrt{(h^2 - m^2 - n^2)};$$

ensuite les trois autres équations deviendront par les mêmes substitutions $\lambda\pi^2 + m\mu + n\nu = a\pi$, $\lambda m + \mu\pi^2 = b\pi$, $\lambda n + \nu\pi^2 = c\pi$; ces deux dernieres donnent $\mu = \frac{b\pi - m\lambda}{\pi^2}$, $\nu = \frac{c\pi - n\lambda}{\pi^2}$ & l'on aura par la premiere, en y substituant ces valeurs,

$$\lambda = \frac{(a\pi^2 - bm - cn)\pi}{\pi^4 - m^2 - n^2},$$

où il ne s'agira plus que de substituer la valeur déjà trouvée de π.

Maintenant il est visible que la fraction $\frac{\lambda + (\mu + \nu\sqrt{-1})e^{u\sqrt{-1}}}{\pi + (\rho + \sigma\sqrt{-1})e^{u\sqrt{-1}}}$ se développe naturellement en une série de la forme

$$H + (I + K\sqrt{-1})e^{u\sqrt{-1}} + (L + M\sqrt{-1})e^{2u\sqrt{-1}} + \&c.,$$

& que de même l'autre fraction se développe dans la série correspondante

$$H + (I - K\sqrt{-1})e^{-u\sqrt{-1}} + (L - M\sqrt{-1})e^{-2u\sqrt{-1}} + \&c.;$$

donc ajoutant ensemble ces deux séries, & remettant les sinus & cosinus à la place des exponentielles imaginaires, on aura la série toute réelle

$$2H + 2I\cos u - 2K\sin u + 2L\cos 2u - 2M\sin 2u + \&c.$$

pour le développement de la fraction proposée $\frac{a + b\cos u - c\sin u}{h + m\cos u - n\sin u}$.

Ainsi on aura (art. préc.)

$$A = 2H,\ D = -2K,\ E = 2I,\ F = -2M,\ G = 2L \ \&c.,$$

& par conséquent

$$\alpha = -\frac{2\,dH}{dh},\quad \alpha\delta = \frac{2\,dK}{dh},\quad \alpha\epsilon = -\frac{2\,dI}{dh}\ \&c.$$

& il ne s'agira plus que d'avoir les valeurs de H, I, K &c. en fonctions de h; ce qui est facile d'après les formules de l'art. préc.

Nous n'avons besoin pour notre objet que de la valeur H; or il est visible que l'on a $H = \frac{\lambda}{\pi} = \frac{a\pi^2 - bm - cn}{\pi^4 - m^2 - n^2}$; & substituant pour π^2 & π^4 leurs valeurs,

$$H = \frac{a(h + \sqrt{(h^2 - m^2 - n^2)}) - bm - cn}{2(h^2 - m^2 - n^2) + 2h\sqrt{(h^2 - m^2 - n^2)}};$$

or le dénominateur est égal à $2(h + \sqrt{(h^2 - m^2 - n^2)})\sqrt{(h^2 - m^2 - n^2)}$; donc multipliant le haut & le bas de la fraction par $h - \sqrt{(h^2 - m^2 - n^2)}$, on aura

$$H = \frac{a(m^2 + n^2) - (bm + cn)(h - \sqrt{(h^2 - m^2 - n^2)})}{2(m^2 + n^2)\sqrt{(h^2 - m^2 - n^2)}}$$

$$= \frac{a(m^2 + n^2) - (bm + cn)h}{2(m^2 + n^2)\sqrt{(h^2 - m^2 - n^2)}} + \frac{bm + cn}{2(m^2 + n^2)}.$$

Faisons maintenant varier h, il viendra en différentiant

$$\frac{dH}{dh} = -\frac{ah - bm - cn}{2(h^2 - m^2 - n^2)^{\frac{3}{2}}},$$

donc enfin

$$\alpha = \frac{ah - bm - cn}{(h^2 - m^2 - n^2)^{\frac{3}{2}}}.$$

Si on substitue maintenant pour, a, b, c, h, m, n, leurs valeurs (art. 33.), on trouvera $ah - bm - cn = g^4\left(\left(R^2 + \frac{P^2 + Q^2}{2}\right)^2 - \left(\frac{P^2 + Q^2}{2}\right)^2\right) = g^4 R^2 (R^2 + P^2 + Q^2)$, $h^2 - m^2 - n =$

Digitized by Google

$g^4 R^2 (R^2 + P^2 + Q^2) - g^2 (R^2 (B^2 + C^2) + (PC - QB)^2)$; & mettant pour B & C leurs valeurs $RN - PL$, $-RM - QL$ (art. 29.), on aura $R^2 (B^2 + C^2) + (PC - QB)^2 = R^4 (M^2 + N^2) - 2 R^3 L (PN - MQ) + R^2 L^2 (P^2 + Q^2) + R^2 (PM + QN)^2$; mais on a par l'équation de condition (G) de l'art. 8., $LR = MQ - NP$; donc le terme $-2 R^3 L (PN - MQ)$ deviendra $R^4 L^2 + R^2 (PN - MQ)^2$; faisant cette substitution & remarquant que $(PM + QN)^2 + (PN - MQ)^2 = (P^2 + Q^2)(M^2 + N^2)$, on aura $R^2 (B^2 + C^2) + (PC - QB)^2 = R^4 (L^2 + M^2 + N^2) + R^2 (P^2 + Q^2)(L^2 + M^2 + N^2) = R^2 (R^2 + P^2 + Q^2)(L^2 + M^2 + N^2)$; donc $h^2 - m^2 - n^2 = g^2 R^2 (g^2 - L^2 - M^2 - N^2)(R^2 + P^2 + Q^2)$. Ainsi en mettant Π^2 pour $R^2 + P^2 + Q^2$ & λ^2 pour $L^2 + M^2 + N^2$ (art. 8.), on aura $\alpha = \frac{g^4 R^2 \Pi^2}{g^3 R^3 \Pi^3 (g^2 - \lambda^2)^{\frac{3}{2}}}$; ou bien, en mettant encore $\Pi^2 \Delta$ à la place de $g^2 - \lambda^2$ (art. 11.), $\alpha = \frac{g}{R \Pi^4 \Delta^{\frac{3}{2}}}$.

Il s'ensuit de là que la quantité $\frac{1}{R \Pi^4 \alpha}$ deviendra $\frac{\Delta^{\frac{3}{2}}}{g}$; c'est la valeur de $\frac{dp}{dt}$ (art. 30.), c'est à dire de la vitesse du mouvement de la longitude moyenne. Or puisque $\frac{g}{\Delta}$ est la distance moyenne dans l'ellipse (art. 13.), on voit que cette vitesse sera proportionelle inversement à la racine carrée du cube de la distance moyenne; comme on sait que cela a lieu dans les ellipses invariables. On auroit pu à la vérité supposer cette proposition comme une suite de l'invariabilité instantanée des élémens de l'orbite; mais nous avons cru que, vu sa grande importance, il valoit mieux la démontrer directement & rigoureusement, pour ne laisser aucun scrupule sur les conséquences que nous en allons déduire, relativement à l'altération du mouvement moyen des Planetes.

35. Nous avons trouvé (art. 22.) pour la variation de la quantité Δ, cette formule très ſimple $d\Delta = 2\,(d\Omega)$, dans laquelle $(d\Omega)$ repréſente la différentielle partielle de Ω, en y faiſant varier ſeulement les variables x, y, z relatives à la Planete troublée T. Si donc on ſubſtitue dans l'expreſſion de Ω (art. 16.), à la place de ces variables, leurs valeurs en fonctions de ſin & coſ q (art. 29.) & qu'enſuite on ſubſtitue encore à la place de q ſa valeur en p (art. 31.), il ſuffira pour avoir l'expreſſion de $(d\Omega)$, de prendre la différentielle de Ω, en y faiſant varier ſimplement la quantité p. Or ſi on fait en même tems des ſubſtitutions analogues pour les variables x', y', z', x'', y'', z'' &c. relatives aux Planetes perturbatrices T', T'' &c., on changera la quantité Ω en une fonction de ſinus & coſinus des angles p, p', p'' &c. & de leurs multiples; & cette fonction ſera réductible à une ſérie de termes de cette forme, A ſin ou coſ $(\lambda p + \mu p' + \nu p'' + \&c.)$, A étant compoſée uniquement des élémens des orbites des différentes Planetes, & λ, μ, ν &c. étant des nombres entiers poſitifs, ou négatifs, ou zéro. Donc chacun de ces termes donnera dans la valeur de $d\Delta$ le terme

$$\pm\, 2\,\lambda A \text{ coſ ou ſin } (\lambda p + \mu p' + \nu p'' + \&c.);$$

en ſorte qu'on aura facilement de cette maniere l'expreſſion complette de la variation de la quantité Δ.

On voit par là que cette expreſſion ne ſauroit contenir aucun terme ſans ſinus ou coſinus; car les termes de cette eſpece qui pourront ſe trouver dans l'expreſſion de Ω, s'en iront néceſſairement par la différentiation relative à p; & il ne reſtera dans l'expreſſion de $2\,(d\Omega)$ ou $d\Delta$ que des termes proportionels à des ſinus ou coſinus d'angles qui contiennent p.

36. Il s'enſuit de cette analyſe fort ſimple que les variations de la quantité Δ ne peuvent être que périodiques; par conſéquent ni la diſtance moyenne, qui eſt exprimée par $\frac{g}{\Delta}$, ni la viteſſe du moyen mouvement, laquelle l'eſt par $\frac{\Delta^{\frac{3}{2}}}{g}$ (art. 34.), ne ſeront ſujettes à aucune eſpece de va-

riation séculaire. Ainsi tant qu'on n'a égard qu'à ces sortes de variations, on est fondé à regarder ces élémens comme constans & inaltérables par l'action mutuelle des Planetes. Si donc le mouvement de Saturne se ralentit de siecle en siecle, & celui de Jupiter s'accélere, comme les observations semblent le prouver, il faut attribuer ces variations à d'autres causes qu'à leur action mutuelle; mais par-là même on doit regarder ces phénomenes comme fort douteux, & ne se résoudre à les admettre que lorsqu'ils seront suffisamment constatés par une longue suite d'observations.

37. On a donc, relativement aux variations séculaires, $d\Delta = 0$, & par conséquent $\Delta =$ à une constante. Cette constante est différente pour les diverses Planetes, & se détermine par leurs distances moyennes, & pour les moyens mouvemens. Nous prendrons pour plus de simplicité dans les Recherches suivantes, la distance moyenne de la Terre au Soleil pour l'unité des distances, & la vitesse du mouvement angulaire moyen de la Terre autour du Soleil pour l'unité des vitesses; en sorte que nous représenterons le tems t par l'angle p de ce mouvement moyen. On aura ainsi pour la Terre (art. préc.) $\frac{g}{\Delta} = 1$, & $\frac{\Delta^{\frac{3}{2}}}{g} = 1$; d'où il résulte $g = 1$, & $\Delta = 1$. Or (art. 15.) $g = S + T$; & comme la masse de la plus grosse Planete, c'est à dire de Jupiter, est moindre qu'un millieme de celle du Soleil, on pourra toujours négliger T vis à vis de S, & prendre simplement $g = S$; ainsi la quantité g sera la même à l'égard de toutes les Planetes, & sera par conséquent toujours $= 1$; de sorte que la masse même du Soleil deviendra l'unité des masses de toutes les Planetes.

A l'égard de la valeur de Δ, elle sera $= \frac{1}{\text{dist. moy.}}$ ou (vites. moy.)$^{\frac{2}{3}}$; & sera ainsi connue par les Tables Astronomiques.

38. Venons maintenant aux variations séculaires des autres élémens, c'est à dire des inclinaisons, des nœuds, des excentricités & des aphélies. En regardant les inclinaisons & les excentricités comme des quantités très

Digitized by Google

petites, ainſi qu'elles le ſont en effet pour toutes les Planetes de notre ſyſteme, nous n'aurons égard, du moins dans la premiere approximation, qu'aux premieres dimenſions de ces quantités; mais nos formules primitives étant rigoureuſes & générales, il ſera facile d'en pouſſer le développement plus loin, ſi on le juge néceſſaire.

Or comme on a $P = R\theta \sin \omega$, $Q = R\theta \cos \omega$, θ étant la tangente de l'inclinaiſon de l'orbite, & ω la longitude du nœud aſcendant (art. 5.), & $L = \lambda \sin \eta$, $M = \lambda \cos \eta \sin \phi$, $N = \lambda \cos \eta \cos \phi$, λ étant l'excentricité (à cauſe de $g = 1$), ϕ la longitude de l'aphélie, & η la latitude cet aphélie, laquelle eſt déterminée par l'équation $\tang. \eta = \theta \sin (\phi - \omega)$, (art. 9.); il eſt évident qu'en ſuppoſant θ & λ très petites du premier ordre, les quantités $\frac{P}{R}$, $\frac{Q}{R}$, M, N ſeront auſſi très petites de ce même ordre, & que la quantité L ſera très petite du ſecond ordre, puiſque l'angle η eſt lui-même très petit du premier.

Donc en négligeant les quantités très petites du ſecond ordre, on aura $R = \Pi = \frac{1}{\sqrt{\Delta}}$; car $\Pi = \sqrt{(R^2 + P^2 + Q^2)} = R\sqrt{\left(1 + \frac{P^2}{R^2} + \frac{Q^2}{R^2}\right)}$, & $\Delta = \frac{g^2 - \lambda^2}{\Pi^2} = \frac{1}{R^2}$, à cauſe de $g = 1$. Ainſi, comme Δ eſt toujours un nombre fini, puiſque $\frac{1}{\Delta}$ exprime la diſtance moyenne de la Planete au Soleil, celle de la Terre étant priſe pour l'unité, les quantités P & Q ſeront elles-mêmes très petites du premier ordre.

Ainſi, puiſque nous avons déjà trouvé, relativement aux variations ſéculaires, $d\Delta = 0$, on aura auſſi $dR = 0$; & il ne reſtera qu'à chercher les valeurs de dP, dQ, dM, dN, d'après les formules des art. 17. 19.

Or, en négligeant toujours les quantités très petites des ordres ſupérieurs au premier, on aura (art. 29.) $B = RN$, $C = -RM$; donc, à cauſe de $g = 1$,

Digitized by Google

$$r = \frac{\Pi^2}{1 - M \sin q - N \cos q} = \frac{1 + M \sin q + N \cos q}{\Delta},$$

& $$\mathrm{d}r = \frac{M \cos q - N \sin q}{\Delta} \, \mathrm{d}q.$$

On aura ensuite (art. 30.) cette fraction $\frac{1}{R^2 (1 - M \sin q - N \cos q)^2}$ à réduire en une série de la forme

$$\alpha (1 + \beta \sin q + \gamma \cos q + \delta \sin 2q + \&c.);$$

de sorte qu'en n'ayant égard qu'aux premieres dimensions de M & N, on aura sur le champ $\beta = 2M$, $\gamma = 2N$, $\delta = 0$ &c. On substituera donc ces valeurs dans les expressions de (β) & (γ); & comme la valeur de q est, aux quantités très petites près, égale à p, on y changera simplement q en p.

De cette maniere si on fait

$$m = M - \frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}p} - \frac{\mathrm{d}^2 M}{\mathrm{d}p^2} + \frac{\mathrm{d}^3 N}{\mathrm{d}p^3} + \&c.$$

$$n = N + \frac{\mathrm{d}M}{\mathrm{d}p} - \frac{\mathrm{d}^2 N}{\mathrm{d}p^2} - \frac{\mathrm{d}^3 M}{\mathrm{d}p^3} + \&c.$$

on aura $(\beta) = 2m$, $(\gamma) = 2n$, $(\delta) = 0$ &c.; donc (art. 31.) $(B) = 2m$, $(C) = 2n$, $(D) = 0$ &c.; par conséquent

$$q = p + 2m \cos p - 2n \sin p;$$

& différentiant

$$\mathrm{d}q = \mathrm{d}p - 2M \sin p \, \mathrm{d}p - 2N \cos p \, \mathrm{d}p,$$

à cause de $\mathrm{d}n = (M - m) \mathrm{d}p$ & $\mathrm{d}m = (n - M) \mathrm{d}p$.

A l'égard de la valeur de p, elle dépendra de l'équation $\mathrm{d}p = \Delta^{\frac{3}{2}} \mathrm{d}t$ (art. 34.); de sorte que comme $\mathrm{d}\Delta = 0$, on aura, en intégrant, $p = \Delta^{\frac{3}{2}} t$; comme dans les orbites invariables.

On fera donc ces différentes substitutions dans les formules dont il s'agit, après y avoir mis pour x, y, z les valeurs $r \cos q$, $r \sin q$, $\frac{r}{R}$

$(Q \sin q - P \cos q)$, & pour x', y', z', x'' &c. des valeurs semblables où toutes les lettres soient marquées par un ou plusieurs traits. On développera ensuite les différens termes, & on ne retiendra que ceux où les quantités P, Q, M, N ne passeront pas la premiere dimension, & qui en même tems ne contiendront aucun sinus ou cosinus d'angles proportionels à t.

39. Commençons par les formules

$$dP = \left(\frac{d\Omega}{dy} z - \frac{d\Omega}{dz} y\right) dt,$$

$$dQ = \left(\frac{d\Omega}{dx} z - \frac{d\Omega}{dz} x\right) dt.$$

En substituant pour $\frac{d\Omega}{dx}$, $\frac{d\Omega}{dy}$, $\frac{d\Omega}{dz}$ leurs valeurs (art. 16.), on aura

$$\frac{d\Omega}{dy} z - \frac{d\Omega}{dz} y = T' \left(\frac{1}{\varrho'^3} - \frac{1}{\sigma'^3}\right) (y'z - yz')$$
$$+ T'' \left(\frac{1}{\varrho''^3} - \frac{1}{\sigma''^3}\right) (y''z - yz'') + \text{\&c.}$$

$$\frac{d\Omega}{dx} z - \frac{d\Omega}{dz} x = T' \left(\frac{1}{\varrho'^3} - \frac{1}{\sigma'^3}\right) (x'z - xz')$$
$$+ T'' \left(\frac{1}{\varrho''^3} - \frac{1}{\sigma''^3}\right) (x''z - xz'') + \text{\&c.};$$

& l'on trouvera d'abord ces transformations

$$y'z - yz' = rr' \left(\frac{Q \sin q - P \cos q}{R} \sin q'\right.$$
$$\left. - \frac{Q' \sin q' - P' \cos q'}{R'} \sin q\right)$$
$$= \frac{rr'}{2}\left(\frac{Q}{R} - \frac{Q'}{R'}\right) (\cos(q - q') - \cos(q + q'))$$
$$+ \frac{rr'}{2}\left(\frac{P}{R} + \frac{P'}{R'}\right) \sin(q - q') - \frac{rr'}{2}\left(\frac{P}{R} - \frac{P'}{R'}\right) \sin(q + q'),$$

$x'z -$

Digitized by Google

$$x'z - xz' = rr' \left(\frac{Q \sin q - P \cos q}{R} \cos q'\right.$$
$$\left. - \frac{Q' \sin q' - P' \cos q'}{R'} \cos q\right)$$
$$= - \frac{rr'}{2}\left(\frac{P}{R} - \frac{P'}{R'}\right)(\cos(q - q') + \cos(q + q'))$$
$$+ \frac{rr'}{2}\left(\frac{Q}{R} + \frac{Q'}{R'}\right)\sin(q - q') + \frac{rr'}{2}\left(\frac{Q}{R} - \frac{Q'}{R'}\right)\sin(q + q');$$

& ainsi des autres expressions semblables.

Or, puisque les quantités P, Q, P', Q' &c. qui multiplient tous les termes de ces expressions sont très petites du premier ordre, il faudra rejeter toutes les quantités de cet ordre & des suivans dans les valeurs de r, r' &c. & de q, q' &c.

Ainsi on fera simplement (art. préc.) $r = \frac{1}{\Delta}$, $r' = \frac{1}{\Delta'}$ &c. $q = p$, $q' = p'$ &c.; mais pour plus de simplicité nous retiendrons les quantités r, r' &c. en les regardant comme constantes & égales aux distances moyennes des Planetes T, T' &c.

Il faudra ensuite faire les mêmes substitutions dans les quantités $\frac{1}{\varrho'^3} - \frac{1}{\sigma^3}$, $\frac{1}{\varrho''^3} - \frac{1}{\sigma'^3}$ &c.; & y négliger aussi par la même raison toutes les quantités très petites.

On aura donc (art. 16.) $\varrho = r$, $\varrho' = r'$ &c. $\sigma' = \sqrt{(r^2 - 2rr' \cos(q - q') + r'^2)}$, $\sigma'' = \sqrt{(r^2 - 2rr'' \cos(q - q'') + r''^2)}$ &c.

Or la quantité irrationelle $(r^2 - 2rr' \cos(q - q') + r'^2)^{-\frac{3}{2}}$ peut se développer, comme l'on fait, dans une série de la forme

$$(r, r') + (r, r')1 \cos(q - q') + (r, r')2 \cos 2(q - q') + \&c.$$

dans laquelle (r, r'), $(r, r')1$, $(r, r')2$ &c. sont des fonctions de r, r' sans q, q', (voyez plus bas l'art. 46.); de même la quantité $(r^2 - 2rr'' \cos(q - q'') + r''^2)^{-\frac{3}{2}}$ se développera dans la série

$$(r, r'') + (r, r'')1 \cos(q - q'') + (r, r'')2 \cos 2(q - q'') + \&c.$$

& ainsi des autres quantités semblables.

Digitized by Google

Donc on aura par ces ſubſtitutions

$$\frac{1}{\varrho'^3} - \frac{1}{\sigma'^3} = \frac{1}{r'^3} - (r, r') - (r, r')\,1 \operatorname{cof}(q - q')$$
$$- (r, r')\,2 \operatorname{cof} 2\,(q - q') - \&c.,$$
$$\frac{1}{\varrho''^3} - \frac{1}{\sigma''^3} = \frac{1}{r''^3} - (r, r'') - (r, r'')\,1 \operatorname{cof}(q - q'')$$
$$- (r, r'')\,2 \operatorname{cof} 2\,(q - q'') - \&c.$$

& ainſi des autres.

On multipliera maintenant ces quantités par celles que nous avons trouvées ci-deſſus, en changeant dans les unes & les autres les lettres q, q' &c. en p, p' &c.; & on ne retiendra, après la multiplication, & le développement des ſinus & coſinus, que les termes qui ne contiendront ni ſinus & coſinus.

De cette maniere on aura ſimplement

$$\left(\frac{1}{\varrho'^3} - \frac{1}{\sigma'^3}\right)(y'z - yz') = -\frac{rr'}{4}\left(\frac{Q}{R} - \frac{Q'}{R'}\right) \times (r, r')\,1,$$
$$\left(\frac{1}{\varrho'^3} - \frac{1}{\sigma'^3}\right)(x'z - xz') = \frac{rr'}{4}\left(\frac{P}{R} - \frac{P'}{R'}\right) \times (r, r')\,1;$$

& pareillement

$$\left(\frac{1}{\varrho''^3} - \frac{1}{\sigma''^3}\right)(y''z - yz'') = -\frac{rr''}{4}\left(\frac{Q}{R} - \frac{Q''}{R''}\right) \times (r, r'')\,1$$
$$\left(\frac{1}{\varrho''^3} - \frac{1}{\sigma''^3}\right)(x''z - xz'') = \frac{rr''}{4}\left(\frac{P}{R} - \frac{P''}{R''}\right) \times (r, r'')\,1$$

& ainſi de ſuite.

Donc enfin on aura pour les variations ſéculaires de P & Q ces formules différentielles

$$dP = -\frac{T'rr'(r, r')\,1}{4}\left(\frac{Q}{R} - \frac{Q'}{R'}\right) dt$$
$$- \frac{T''rr''(r, r'')\,1}{4}\left(\frac{Q}{R} - \frac{Q''}{R''}\right) dt$$

&c.

Digitized by Google

$$dQ = \frac{T' rr' (r,r') 1}{4} \left(\frac{P}{R} - \frac{P'}{R'}\right) dt$$
$$+ \frac{T'' rr'' (r,r'') 1}{4} \left(\frac{P}{R} - \frac{P''}{R''}\right) dt$$
&c.

On aura des formules ſemblables pour les variations ſéculaires de P', Q', P'', Q'' &c., en changeant ſeulement dans celles-ci les quantités P, Q, R, r, T en P', Q', R', r', T', ou en P'', Q'', R'', r'', T'' &c. & *vice verſa*.

40. On peut ſimplifier ces formules en faiſant $\frac{P}{R} = s$, $\frac{Q}{R} = u$, & de même $\frac{P'}{R'} = s'$, $\frac{Q'}{R'} = u'$ &c.; car, comme $dR = 0$ (art. 38.), on aura ſimplement $dP = R\,ds$, $dQ = R\,du$; d'ailleurs $R = \frac{1}{\sqrt{\Delta}} = \sqrt{r}$ (art. 39.). Donc ſi on fait pour abréger

$$(0,1) = \frac{T' rr' (r,r') 1}{4\sqrt{r}}, \quad (0,2) = \frac{T'' rr'' (r,r'') 1}{4\sqrt{r}}, \text{ \&c.}$$

on aura ces équations linéaires

$$\frac{ds}{dt} + (0,1)(u - u') + (0,2)(u - u'') + \text{\&c.} = 0,$$
$$\frac{du}{dt} - (0,1)(s - s') - (0,2)(s - s'') - \text{\&c.} = 0;$$

en faiſant de même

$$(1,0) = \frac{T r'r (r',r) 1}{4\sqrt{r'}}, \quad (1,2) = \frac{T'' r'r'' (r',r'') 1}{4\sqrt{r'}}, \text{ \&c.}$$
$$(2,0) = \frac{T r''r (r'',r) 1}{4\sqrt{r''}}, \quad (2,1) = \frac{T' r''r' (r'',r') 1}{4\sqrt{r''}}, \text{ \&c.}$$
&c.

on aura auſſi

$$\frac{ds'}{dt} + (1,0)(u' - u) + (1,2)(u' - u'') + \text{\&c.} = 0$$
$$\frac{du'}{dt} - (1,0)(s' - s) - (1,2)(s' - s'') - \text{\&c.} = 0$$

Digitized by Google

$$\frac{ds''}{dt} + (2,0)(u''-u) + (2,1)(u''-u') + \&c. = 0$$

$$\frac{du''}{dt} - (2,0)(s''-s) - (2,1)(s''-s') - \&c. = 0$$

&c.

& les variables s, s', s'' &c., u, u', u'' &c. de ces équations exprimeront les quantités $\theta \sin \omega$, $\theta' \sin \omega'$, $\theta'' \sin \omega''$ &c. $\theta \cos \omega$, $\theta' \cos \omega'$ $\theta'' \cos \omega''$ &c. dans lesquelles θ, θ', θ'' &c. sont les tangentes des inclinaisons des orbites des Planetes T, T', T'' &c. & ω, ω', ω'' &c. les longitudes des nœuds ascendans de ces orbites.

Telles sont les formules les plus simples pour déterminer les variations séculaires de la position des orbites Planétaires; nous les avions déjà données dans les Mémoires de l'Académie des Sciences de Paris (année 1774 p. 109); mais nous avons cru devoir les redonner ici pour ne rien laisser à désirer sur la théorie des variations séculaires.

41. Il ne reste plus qu'à développer & à réduire d'une maniere semblable les formules

$$dN = 2x(d\Omega) - \phi\, dx - \frac{d\Omega}{dx}\, \varrho\, d\varrho,$$

$$dM = 2y(d\Omega) - \phi\, dy - \frac{d\Omega}{dy}\, \varrho\, d\varrho.$$

Pour cela nous ferons d'abord dans la fonction Ω (art. 16.) les substitutions de $r \sin q$, $r \cos q$, $r' \sin q'$, $r' \cos q'$ &c. pour y, x, y', x' &c.; ce qui donnera une fonction de r, q, z, r', q', z' &c. Or en ne considérant que la variabilité de x, y, & de r, q, il est visible qu'on a cette équation identique $\frac{d\Omega}{dx}\, dx + \frac{d\Omega}{dy}\, dy = \frac{d\Omega}{dr}\, dr + \frac{d\Omega}{dq}\, dq$; laquelle, en substituant pour dx, dy leurs valeurs $\cos q\, dr - r \sin q\, dq$, $\sin q\, dr + r \cos q\, dq$, & comparant les termes affectés de dr & $d\phi$, donnera ces deux-ci

Digitized by Google

$$\frac{d\Omega}{dx}\cos q + \frac{d\Omega}{dy}\sin q = \frac{d\Omega}{dr},$$

$$r\,\frac{d\Omega}{dy}\cos q - r\,\frac{d\Omega}{dx}\sin q = \frac{d\Omega}{dq};$$

d'où l'on tire

$$\frac{d\Omega}{dx} = \frac{d\Omega}{dr}\cos q - \frac{d\Omega}{r\,dq}\sin q,$$

$$\frac{d\Omega}{dy} = \frac{d\Omega}{dr}\sin q + \frac{d\Omega}{r\,dq}\cos q.$$

De sorte que les fonctions Φ & $(d\Omega)$ deviendront (art. 18.)

$$\Phi = r\,\frac{d\Omega}{dr} + z\,\frac{d\Omega}{dz}$$

$$(d\Omega) = \frac{d\Omega}{dr}\,dr + \frac{d\Omega}{dq}\,dq + \frac{d\Omega}{dz}\,dz.$$

Substituant ces valeurs dans les formules ci-dessus, & mettant aussi pour $\rho\,d\rho = x\,dx + y\,dy + z\,dz$, sa transformée $r\,dr + z\,dz$, on aura, après avoir ordonné les termes,

$$\begin{aligned} dN = {} & \left(\frac{d\Omega}{dq}\sin q - z\,\frac{d\Omega}{dz}\cos q\right) dr \\ & + \left(2r\,\frac{d\Omega}{dq}\cos q + r^2\,\frac{d\Omega}{dr}\sin q - rz\,\frac{d\Omega}{dz}\sin q\right) dq \\ & + \left(2r\,\frac{d\Omega}{dz}\cos q - z\,\frac{d\Omega}{dr}\cos q + z\,\frac{d\Omega}{r\,dq}\sin q\right) dz, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} dM = {} & -\left(\frac{d\Omega}{dq}\cos q + z\,\frac{d\Omega}{dz}\sin q\right) dr \\ & + \left(2r\,\frac{d\Omega}{dq}\sin q - r^2\,\frac{d\Omega}{dr}\cos q - rz\,\frac{d\Omega}{dz}\cos q\right) dq \\ & + \left(2r\,\frac{d\Omega}{dz}\sin q - z\,\frac{d\Omega}{dr}\sin q - z\,\frac{d\Omega}{r\,dq}\cos q\right) dz. \end{aligned}$$

42. Comme nous ne voulons pas pousser la précision au delà des quantités très petites du premier ordre, & que les variables z, z', &c. sont déjà elles-mêmes très petites de cet ordre, puisque $z = \frac{r}{R}$ (Q sin q

Digitized by Google

$- P \operatorname{cof} q$), &c.; il eſt clair qu'on pourra d'abord ſimplifier les formules précédentes, en y négligeant tous les termes où z, z' &c. formeront des produits de deux ou de plus de dimenſions.

Donc, puiſque tous les termes de la valeur de $\frac{d\Omega}{dz}$ ſont eux-mêmes déjà multipliés par z, ou z' ou z'' &c. (art. 15. 16.); il s'enſuit que les formules dont il s'agit ſe réduiront à celles-ci

$$dN = \frac{d\Omega}{dq} \operatorname{fin} q \, dr + \left(2r \frac{d\Omega}{dq} \operatorname{cof} q + r^2 \frac{d\Omega}{dr} \operatorname{fin} q\right) dq,$$
$$dM = -\frac{d\Omega}{dq} \operatorname{cof} q \, dr + \left(2r \frac{d\Omega}{dq} \operatorname{fin} q - r^2 \frac{d\Omega}{dr} \operatorname{cof} q\right) dq;$$

& que la fonction Ω deviendra de cette forme

$$\Omega = T' \left(\frac{r \operatorname{cof}(q - q')}{r'^2} - \frac{1}{V(r^2 - 2r'r \operatorname{cof}(q - q') + r'^2)}\right)$$
$$+ T'' \left(\frac{r \operatorname{cof}(q - q'')}{r''^2} - \frac{1}{V(r^2 - 2r''r \operatorname{cof}(q - q'') + r''^2)}\right)$$
$$+ \&c.$$

On fera dans ces formules les ſubſtitutions indiquées plus haut (art. 38.), en ayant ſoin de rejeter tous les termes qui contiendroient des produits ou des puiſſances de m, n, M, N, m', n', M' &c., ainſi que ceux qui ſe trouveroient multipliés par des ſinus ou coſinus des angles p, p' &c. ou des combinaiſons quelconques de ces angles.

Donc, puiſque $q = p + 2m \operatorname{cof} p - 2n \operatorname{fin} p$, & $dq = dp$ $(1 - 2M \operatorname{fin} p - 2N \operatorname{cof} p)$, on aura

$$\operatorname{fin} q = \operatorname{fin} p + m(1 + \operatorname{cof} 2p) - n \operatorname{fin} 2p,$$
$$\operatorname{cof} q = \operatorname{cof} p - m \operatorname{fin} 2p + n(1 - \operatorname{cof} 2p),$$
$$\operatorname{fin} q \, dq = (\operatorname{fin} p + m - M + (m + M) \operatorname{cof} 2p$$
$$- (n + N) \operatorname{fin} 2p) \, dp,$$
$$\operatorname{cof} q \, dq = (\operatorname{cof} p - (m + M) \operatorname{fin} 2p + n - N$$
$$- (n + N) \operatorname{cof} 2p) \, dp.$$

Digitized by Google

Enſuite, en conſervant la lettre r pour répréſenter la diſtance moyenne $\frac{1}{\Delta}$, comme on en a uſé ci-deſſus, on mettra $r(1 + M \sin p + N \cos p)$ au lieu de r, & $r(M \cos p - N \sin p) \mathrm{d}p$ au lieu de $\mathrm{d}r$.

De ſorte que l'on aura

$$\sin q \, \mathrm{d}r = r \, \mathrm{d}p \left(m - \frac{N}{2} + \left(\frac{M}{2} - n\right) \sin 2p + \left(m + \frac{N}{2}\right) \cos 2p\right),$$

$$\cos q \, \mathrm{d}r = r \, \mathrm{d}p \left(n + \frac{M}{2} + \left(\frac{M}{2} - n\right) \cos 2p - \left(m + \frac{N}{2}\right) \sin 2p\right),$$

$$r \sin q \, \mathrm{d}q = r \, \mathrm{d}p \left(\sin p + m - \frac{M}{2} + \left(m + \frac{M}{2}\right) \cos 2p - \left(n + \frac{N}{2}\right) \sin 2p\right),$$

$$r \cos q \, \mathrm{d}q = r \, \mathrm{d}p \left(\cos p + n - \frac{N}{2} - \left(m + \frac{M}{2}\right) \sin 2p - \left(n + \frac{N}{2}\right) \cos 2p\right),$$

$$r^2 \sin q \, \mathrm{d}q = r^2 \, \mathrm{d}p \, (\sin p + m + m \cos 2p - n \sin 2p),$$

$$r^2 \cos q \, \mathrm{d}q = r^2 \, \mathrm{d}p \, (\cos p + n - m \sin 2p - n \cos 2p).$$

Enfin, comme Ω eſt fonction de r, r', r'' &c. q, q', q'' &c. il y faudra auſſi ſubſtituer $r(1 + M \sin p + N \cos p)$ & $p + 2m \cos p - 2n \sin p$ à la place de r & q, & ainſi des autres quantités analogues r', q', r'', q'' &c. en marquant ſimplement toutes les lettres d'un, de deux &c. traits.

On changera donc dans la fonction Ω, les quantités q, q' &c. en p, p' &c.; & on ſubſtituera au lieu de $\frac{\mathrm{d}\Omega}{\mathrm{d}r}$,

$$\frac{d\Omega}{dr} + \frac{r\,d^2\Omega}{dr^2}(M \sin p + N \cos p) + \frac{r'\,d^2\Omega}{dr\,dr'}(M' \sin p' + N' \cos p')$$
$$+ \frac{r''\,d^2\Omega}{dr\,dr''}(M'' \sin p'' + N'' \cos p'') + \&c.$$
$$+ \frac{2\,d^2\Omega}{dr\,dp}(m \cos p - n \sin p) + \frac{2\,d^2\Omega}{dr\,dp'}(m' \cos p' - n' \sin p')$$
$$+ \frac{2\,d^2\Omega}{dr\,dp''}(m'' \cos p'' - n'' \sin p'') + \&c.$$

& à la place de $\frac{d\Omega}{dq}$,

$$\frac{d\Omega}{dp} + \frac{r\,d^2\Omega}{dr\,dp}(M \sin p + N \cos p) + \frac{r'\,d^2\Omega}{dr'\,dp}(M' \sin p' + N' \cos p')$$
$$+ \frac{r''\,d^2\Omega}{dr''\,dp}(M'' \sin p'' + N'' \cos p'') + \&c.$$
$$+ \frac{2\,d^2\Omega}{dp^2}(m \cos p - n \sin p) + \frac{2\,d^2\Omega}{dp\,dp'}(m' \cos p' - n' \sin p')$$
$$+ \frac{2\,d^2\Omega}{dp\,dp''}(m \cos p'' - n'' \sin p'') + \&c.$$

Ces substitutions faites, il n'y aura plus qu'à changer la fonction Ω en une série de cosinus d'angles multiples de $p - p'$, $p - p''$ &c.; & comme des termes résultans on ne veut conserver que ceux qui se trouveront sans sinus & cosinus, on remarquera d'abord que les fonctions $\frac{d\Omega}{dr}$, $\frac{d^2\Omega}{dr^2}$, $\frac{d^2\Omega}{dr\,dr'}$, $\frac{d^2\Omega}{dr\,dr''}$ &c. ne pourront donner de ces sortes de termes qu'autant qu'elles ne seront multipliées par aucun sinus ni cosinus, ou qu'elles le seront par des cosinus de $p - p'$, $p - p''$ &c. ou de leurs multiples quelconques; que $\frac{d\Omega}{dp}$, $\frac{d^2\Omega}{dr\,dp}$, $\frac{d^2\Omega}{dr'\,dp}$ &c. $\frac{d^2\Omega}{dr\,dp'}$ &c. ne donneront de pareils termes qu'autant qu'elles seront multipliées par des sinus de $p - p'$, $p - p''$ &c. ou de leurs multiples; qu'enfin $\frac{d^2\Omega}{dp^2}$, $\frac{d^2\Omega}{dp\,dp'}$ &c. n'en donneront qu'autant qu'elles se trouveront multipliées par des cosinus de

$p - p'$,

Digitized by Google

$p - p'$, $p - p''$ &c. ou de leurs multiples. D'où il ſuit que ces quantités ſeront les ſeules auxquelles il ſera néceſſaire d'avoir égard dans les ſubſtitutions dont il s'agit; & qu'ainſi on pourra d'abord réduire les équations en queſtion à celles-ci

$$\begin{aligned}
dN = & \left(\frac{r^3\, d^2\Omega}{2\, dr^2} M + \frac{r^2\, d\Omega}{dr} m\right) dp \\
& + \left(-\frac{r r'\, d^2\Omega}{dr'\, dp} \sin(p - p') + \frac{r^2 r'\, d^2\Omega}{2\, dr\, dr'} \cos(p - p')\right) M'\, dp \\
& + \left(\frac{2 r\, d^2\Omega}{dp\, dp'} \cos(p - p') + \frac{r^2\, d^2\Omega}{dr\, dp'} \sin(p - p')\right) m'\, dp \\
& + \left(-\frac{r r''\, d^2\Omega}{dr''\, dp} \sin(p - p'') + \frac{r^2 r''\, d^2\Omega}{2\, dr\, dr''} \cos(p - p'')\right) M''\, dp \\
& + \left(\frac{2 r\, d^2\Omega}{dp\, dp''} \cos(p - p'') + \frac{r^2\, d^2\Omega}{dr\, dp''} \sin(p - p'')\right) m''\, dp \\
& + \&c.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
dM = & -\left(\frac{r^3\, d^2\Omega}{2\, dr^2} N + \frac{r^2\, d\Omega}{dr} n\right) dp \\
& - \left(-\frac{r r'\, d^2\Omega}{dr'\, dp} \sin(p - p') + \frac{r^2 r'\, d^2\Omega}{2\, dr\, dr'} \cos(p - p')\right) N'\, dp \\
& - \left(\frac{2 r\, d^2\Omega}{dp\, dp'} \cos(p - p') + \frac{r^2\, d^2\Omega}{dr\, dp'} \sin(p - p')\right) n'\, dp \\
& - \left(-\frac{r r''\, d^2\Omega}{dr''\, dp} \sin(p - p'') + \frac{r^2 r''\, d^2\Omega}{2\, dr\, dr'} \cos(p - p'')\right) N''\, dp \\
& - \left(\frac{2 r\, d^2\Omega}{dp\, dp''} \cos(p - p'') + \frac{r^2\, d^2\Omega}{dr\, dp''} \sin(p - p'')\right) n''\, dp \\
& - \&c.
\end{aligned}$$

43. Développons maintenant par les méthodes connues les fractions irrationelles $(r^2 - 2 r r' \cos(p - p') + r'^2)^{-\frac{1}{2}}$, $(r^2 - 2 r r'' \cos(p - p'') + r''^2)^{-\frac{1}{2}}$ &c. en ſéries rationelles de la forme

$$A' + B' \cos(p - p') + C' \cos 2(p - p') + \&c.$$
$$A'' + B'' \cos(p - p'') + C'' \cos 2(p - p'') + \&c.$$

& ainſi de ſuite.

Digitized by Google

On aura alors, en changeant dans Ω la lettre q en p,

$$\Omega = -T'\left(A' + \left(B' - \frac{r}{r'^2}\right)\cos(p-p') + C'\cos 2(p-p') + \&c.\right)$$
$$-T''\left(A'' + \left(B'' - \frac{r}{r''^2}\right)\cos(p-p'') + C''\cos 2(p-p'') + \&c.\right)$$
$$- \&c.$$

On substituera cette valeur dans les équations précédentes, & on fera attention que A', B' &c. sont fonctions de r & r' seulement, que A'', B'' &c. sont fonctions de r & r'', & ainsi de suite. En ne retenant que les termes sans sinus ni cosinus, on aura enfin ces équations dans lesquelles $\frac{dt}{r^{\frac{3}{2}}}$ est mis à la place de dp,

$$dN = -\left(T'\frac{r^3 d^2 A'}{2dr^2} + T''\frac{r^3 d^2 A''}{2dr^2} + \&c.\right)\frac{M\,dt}{r^{\frac{3}{2}}}$$
$$-\left(T'\frac{r^2 dA'}{dr} + T''\frac{r^2 dA''}{dr} + \&c.\right)\frac{m\,dt}{r^{\frac{3}{2}}}$$
$$-T'\left(\frac{rr'dB'}{2dr'} + \frac{r^2r'd^2B'}{4dr\,dr'} + \frac{3r^2}{r'^2}\right)\frac{M'dt}{r^{\frac{3}{2}}}$$
$$-T'\left(rB' + \frac{r^2dB'}{2dr} - \frac{3r^2}{2r'^2}\right)\frac{m'dt}{r^{\frac{3}{2}}}$$
$$-T''\left(\frac{rr''dB''}{2dr''} + \frac{r^2r''d^2B''}{4dr\,dr''} + \frac{3r^2}{r''^2}\right)\frac{M''dt}{r^{\frac{3}{2}}}$$
$$-T''\left(rB'' + \frac{r^2dB''}{2dr} - \frac{3r^2}{2r''^2}\right)\frac{m''dt}{r^{\frac{3}{2}}}$$
$$- \&c.$$

Digitized by Google

$$dM = \left(T' \frac{r^3 d^2 A'}{2 dr^2} + T'' \frac{r^3 d^2 A''}{2 dr^2} + \&c.\right) \frac{N dt}{r^{\frac{3}{2}}}$$

$$+ \left(T' \frac{r^2 dA'}{dr} + T'' \frac{r^2 dA''}{dr} + \&c.\right) \frac{n dt}{r^{\frac{3}{2}}}$$

$$+ T' \left(\frac{rr' dB'}{2 dr'} + \frac{r^2 r' d^2 B'}{4 dr\, dr'} + \frac{3 r^2}{r'^2}\right) \frac{N' dt}{r^{\frac{3}{2}}}$$

$$+ T' \left(rB' + \frac{r^2 dB'}{2 dr} - \frac{3 r^2}{r'^2}\right) \frac{n' dt}{r^{\frac{3}{2}}}$$

$$+ T'' \left(\frac{rr'' dB''}{2 dr''} + \frac{r^2 r'' d^2 B''}{4 dr\, dr''} + \frac{3 r^2}{r''^2}\right) \frac{N'' dt}{r^{\frac{3}{2}}}$$

$$+ T'' \left(rB'' + \frac{r^2 dB''}{2 dr} - \frac{3 r^2}{r''^2}\right) \frac{n'' dt}{r^{\frac{3}{2}}}$$

$$+ \&c.$$

Ce ſont les équations qui ſervent à déterminer les variations ſéculaires des élémens M & N; & l'on aura des équations ſemblables pour les variations ſéculaires de M' & N', de M'' & N'' &c., en marquant ſimplement d'un, de deux &c. traits les lettres qui n'en ont aucun, à l'exception de t, & réciproquement effaçant les traits de celles qui en ont un, deux &c.

A l'égard des quantités m, n, on aura, pour leur détermination, les équations

$$dn = (M - m) \frac{dt}{r^{\frac{3}{2}}}, \quad dm = (n - N) \frac{dt}{r^{\frac{3}{2}}}$$

comme il réſulte des expreſſions de ces quantités (art. 38.); & marquant les lettres m, n, M, N, & r d'un, deux &c. traits, on aura les équations de m', n', de m'', n'' &c.

44. Comme dans les formules précédentes il entre non ſeulement les quantités A', B', A'' &c. mais encore leurs différences premiere & ſeconde, nous allons donner la maniere de faire diſparoître ces différences.

Digitized by Google

Et d'abord, puisque les coëfficiens A', B' &c. résultent du développement d'une fonction homogene de r & r' de la dimension -1, ils sont aussi nécessairement de pareilles fonctions de r & r' de la dimension -1; de sorte que par la propriété connue de ces sortes de fonctions on aura $r\frac{dB'}{dr} + r'\frac{dB'}{dr'} = -B'$; par conséquent $\frac{r'dB'}{dr'} = -B' - \frac{rdB'}{dr}$, & $\frac{r'd^2B'}{dr'^2} = -2\frac{dB'}{dr} - \frac{rd^2B'}{dr^2}$. Ainsi la quantité $\frac{rr'dB'}{2dr'} + \frac{r^2r'd^2B'}{4dr\,dr'}$ deviendra $-\frac{rB'}{2} - \frac{r^2dB'}{dr} - \frac{r^3d^2B'}{4dr^2}$. De même & par la même raison la quantité $\frac{rr''dB''}{2dr''} + \frac{r^2r''d^2B''}{4dr\,dr''}$ deviendra $-\frac{rB''}{2} - \frac{r^2d^2B''}{dr} - \frac{r^3d^2B''}{4dr^2}$; & ainsi des autres; moyennant quoi il n'y aura plus que des différentielles relatives à r.

Au reste, quoique la propriété des fonctions homogenes dont nous venons de faire usage soit assez connue, en voici une démonstration bien simple. Si Φ est une fonction homogene de plusieurs variables x, y, z &c. qui forment par tout la même dimension du degré m, il est clair qu'en substituant ax, ay, az &c. au lieu de x, y, z &c. la fonction Φ deviendra $a^m\Phi$, a étant une quantité quelconque; si donc on fait $a = 1 + \alpha$, α étant une quantité infiniment petite, il faudra qu'en faisant croître les variables x, y, z &c. de αx, αy, αz &c. la fonction Φ croisse en même tems de $m\alpha\Phi$; ce qui donne évidemment l'équation

$$\frac{d\Phi}{dx}x + \frac{d\Phi}{dy}y + \frac{d\Phi}{dz}z + \&c. = m\Phi.$$

45. Voyons ensuite comment on peut déterminer les valeurs de A', B', A'', B'' &c. & de leurs différentielles relatives à r. Pour cela je fais en général

$$V = r^2 - 2rr'\cos u + r'^2, \quad \&$$

$$\frac{1}{V^s} = A + B\cos u + C\cos 2u + \&c.$$

Digitized by Google

en différentiant relativement à u on aura

$$\frac{2srr' \sin u}{V^{s+1}} = B \sin u + 2C \sin 2u + \&c.;$$

donc multipliant par V & substituant la valeur de V ainsi que celle de V^{-s}, il viendra cette équation identique

$$2srr' \sin u \,(A + B \cos u + C \cos 2u + \&c.)$$
$$= (r^2 - 2rr' \cos u + r'^2)\,(B \sin u + 2C \sin 2u + \&c.),$$

laquelle en développant les termes & comparant, donnera d'abord

$$srr'(2A - C) = (r^2 + r'^2)\,B - 2rr'C,$$

d'où l'on tire

$$C = \frac{(r^2 + r'^2)\,B - 2srr'A}{(2-s)\,rr'};$$

& l'on trouvera de même, par la comparaison des autres termes, les valeurs de D, E &c. en A & B.

Supposons à présent

$$\frac{1}{V^{s+1}} = a + b \cos u + c \cos 2u + \&c.;$$

donc 1°. multipliant par $r^2 - 2rr' \cos u + r'^2$, & comparant avec l'expression ci-dessus de $\frac{1}{V^s}$, on aura $(r^2 + r'^2)\,a - rr'b = A$; 2°. multipliant par $2srr' \sin u$ & comparant avec l'expression ci-dessus de $\frac{2srr' \sin u}{V^{s+1}}$, on aura $2srr'\left(a - \frac{c}{2}\right) = B$; mais il doit y avoir entre a, b, c la même relation qu'entre A, B, C, en changeant seulement s en $s+1$; en sorte que $c = \frac{(r^2 + r'^2)\,b - 2(s+1)\,rr'a}{(1-s)\,rr'}$; donc, substituant cette valeur de c, on aura $\frac{s}{1-s}\,(4rr'a - (r^2 + r'^2)\,b) = B$. De ces deux équations on tirera les valeurs de a & de b, & l'on aura

Digitized by Google

$$a = \frac{(r^2 + r'^2)A - \frac{1-s}{s} rr'B}{(r^2 - r'^2)^2},$$

$$b = \frac{4rr'A - \frac{1-s}{s}(r^2 + r'^2)B}{(r^2 - r'^2)^2}.$$

Cela posé, différentions l'équation $\frac{1}{V^s} = A + B \operatorname{cos} u +$ &c., en y faisant varier r seul, il viendra

$$\frac{-2s(r - r' \operatorname{cos} u)}{V^{s+1}} = \frac{dA}{dr} + \frac{dB}{dr} \operatorname{cos} u + \frac{dC}{dr} \operatorname{cos} 2u + \text{\&c.};$$

donc

$$\frac{2r^2 - 2rr' \operatorname{cos} u}{V^{s+1}} = -\frac{r\,dA}{s\,dr} - \frac{r\,dB}{s\,dr} \operatorname{cos} u - \frac{r\,dC}{s\,dr} \operatorname{cos} 2u - \text{\&c.};$$

or $2r^2 - 2rr' \operatorname{cos} u = V + r^2 - r'^2$; donc

$$\frac{1}{V^s} + \frac{r^2 - r'^2}{V^{s+1}} = -\frac{r\,dA}{s\,dr} - \frac{r\,dB}{s\,dr} \operatorname{cos} u - \frac{r\,dC}{s\,dr} \operatorname{cos} 2u - \text{\&c.}$$

$$= A + B \operatorname{cos} u + C \operatorname{cos} 2u + \text{\&c.}$$

$$+ (r^2 - r'^2)(a + b \operatorname{cos} u + c \operatorname{cos} 2u + \text{\&c.});$$

équation qui devant être identique donnera par la comparaison des termes semblables

$$-\frac{r\,dA}{s\,dr} = A + (r^2 - r'^2)a, \quad -\frac{r\,dB}{s\,dr} = B + (r^2 - r'^2)b, \text{ \&c.}$$

savoir en mettant pour a, & b leurs valeurs trouvées ci-dessus, & réduisant

$$\frac{dA}{dr} = \frac{(1-s)r'B - 2srA}{r^2 - r'^2},$$

$$\frac{dB}{dr} = \frac{\left((1-2s)r + \frac{r'^2}{r}\right)B - 4sr'A}{r^2 - r'^2}.$$

On trouvera de là par la simple différentiation & substitution les valeurs de $\frac{d^2A}{dr^2}$, $\frac{d^2B}{dr^2}$, $\frac{d^3A}{dr^3}$ &c.

Digitized by Google

Les formules précédentes étant générales pour quelque expoſant s que ce ſoit, nous ferons $s = \frac{1}{2}$ pour les appliquer à notre objet; & il eſt viſible qu'alors les quantités A, B, C &c. deviendront celles que nous avons déſignées par A', B', C' &c. (art. 43.).

Nous aurons donc ainſi

$$\frac{\mathrm{d}A'}{\mathrm{d}r} = \frac{r'B' - 2rA'}{2(r^2 - r'^2)},$$

$$\frac{\mathrm{d}B'}{\mathrm{d}r} = \frac{\frac{r'^2 B}{r} - 2r'A'}{r^2 - r'^2} = \frac{2r'\,\mathrm{d}A'}{r\,\mathrm{d}r};$$

& de là, en différentiant & ſubſtituant,

$$\frac{\mathrm{d}^2 A}{\mathrm{d}r^2} = -\frac{rr'B' - (r^2 + r'^2)A'}{(r^2 - r'^2)^2} - \frac{\mathrm{d}A'}{r\,\mathrm{d}r}$$

$$= \frac{2r^2 A'}{(r^2 - r'^2)^2} - \frac{(3r^2 - r'^2)r'B'}{2r(r^2 - r'^2)^2}, \quad \&$$

$$\frac{\mathrm{d}^2 B}{\mathrm{d}r^2} = -\frac{2r'\,\mathrm{d}A'}{r^2\,\mathrm{d}r} + \frac{2r'\,\mathrm{d}^2 A'}{r\,\mathrm{d}r^2}$$

$$= \frac{2r'(3r^2 - r'^2)A'}{r(r^2 - r'^2)^2} - \frac{2r'^2(2r^2 - r'^2)B'}{r^2(r^2 - r'^2)^2}.$$

Mais on aura des formules plus ſimples en introduiſant à la place des quantités A, B, les quantités a, b qui réſultent du développement de la fonction $\frac{1}{V^{s+1}}$. Car en faiſant $s = \frac{1}{2}$ & dénotant par a', b' les valeurs de a, b, dans ce cas on aura d'abord (art. préc.)

$$A' = (r^2 + r'^2)\,a' - rr'b', \quad B' = 4rr'a' - (r^2 + r'^2)\,b',$$

& ſubſtituant ces valeurs, il viendra

$$\frac{\mathrm{d}A'}{\mathrm{d}r} = \frac{r'b' - 2ra'}{2}, \qquad \frac{\mathrm{d}B'}{\mathrm{d}r} = \frac{r'^2 b' - 2rr'a'}{r},$$

$$\frac{\mathrm{d}^2 A'}{\mathrm{d}r^2} = a' - \frac{\mathrm{d}A'}{r\,\mathrm{d}r} = \frac{4ra' - r'b'}{2r},$$

$$\frac{\mathrm{d}^2 B'}{\mathrm{d}r^2} = \frac{6rr'a' - 2r'^2 b'}{r^2}.$$

Or il eſt viſible que les quantités a', b' ne ſont autre choſe que celles que nous avons repréſentées par (r,r'), $(r,r')\,1$ dans l'art. 39; ainſi, en conſervant ces dernieres expreſſions, on aura

$$A' = (r^2 + r'^2)\,(r,r') - rr'\,(r,r')\,1,$$
$$B' = 4rr'\,(r,r') - (r^2 + r'^2)\,(r,r')\,1,$$
$$\frac{dA'}{dr} = -\,r\,(r,r') + \tfrac{1}{2}\,r'\,(r,r')\,1,$$
$$\frac{dB'}{dr} = -\,2\,r'\,(r,r') + \frac{r'^2}{r}\,(r,r')\,1,$$
$$\frac{d^2A'}{dr^2} = 2\,(r,r') - \frac{r'}{2r}\,(r,r')\,1,$$
$$\frac{d^2B'}{dr^2} = \frac{6r'}{r}\,(r,r') - \frac{2r'^2}{r^2}\,(r,r')\,1;$$

& pour avoir les valeurs de A'', B'', $\frac{dA''}{dr}$, $\frac{dB''}{dr}$ &c. il n'y aura qu'à changer r' en r''; & ainſi de ſuite.

En ſubſtituant donc ces valeurs dans les coëfficiens des équations de M & N (art. 43.), ces coëfficiens deviendront des fonctions finies des quantités r, r', r'' &c. qui repréſentent les diſtances moyennes des Planetes, & qui doivent être regardées comme conſtantes & données par les obſervations.

46. Mais il reſte encore à trouver les valeurs mêmes des fonctions (r,r'), & $(r,r')\,1$; or c'eſt à quoi on ne ſauroit parvenir que par les ſéries, ou les quadratures. L'un & l'autre de ces moyens a déjà été employé par les Géometres qui ſe ſont occupés de la théorie des inégalités périodiques des Planetes; & on trouve dans leurs recherches les valeurs des fonctions dont il s'agit pour la plupart des cas que nous aurons à diſcuter; de ſorte que nous pourrions faire uſage de ces valeurs, ſans prendre la peine de les calculer de nouveau. Cependant pour ne rien laiſſer à déſirer dans la théorie que nous avons entrepris de donner, voici une méthode fort ſimple & très ſure pour déterminer les valeurs dont il s'agit avec tel degré d'exactitude qu'on voudra.

Cette

Digitized by Google

Cette méthode consiste à regarder la quantité $V = r^2 - 2rr' \operatorname{cof} u + r'^2$ comme le produit de ces deux-ci $r - r' e^{u\sqrt{-1}}$, $r - r' e^{-u\sqrt{-1}}$; à élever ensuite chacun de ces binomes à la puissance $-s$, ce qui fournira ces deux séries

$$\frac{1}{r^s} + \frac{s r' e^{u\sqrt{-1}}}{r^{s+1}} + \frac{s(s+1) r'^2 e^{2u\sqrt{-1}}}{2 r^{s+2}} + \frac{s(s+1)(s+2) r'^3 e^{3u\sqrt{-1}}}{2.3\, r^{s+3}} + \&c.$$

$$\frac{1}{r^s} + \frac{s r' e^{-u\sqrt{-1}}}{r^{s+1}} + \frac{s(s+1) r'^2 e^{-2u\sqrt{-1}}}{2 r^{s+2}} + \frac{s(s+1)(s+2) r'^3 e^{-3u\sqrt{-1}}}{2.3\, r^{s+3}} + \&c.;$$

enfin à multiplier ensemble ces deux séries, en ordonnant les termes relativement aux puissances de $e^{u\sqrt{-1}}$ & de $e^{-u\sqrt{-1}}$ & à remettre après cela $2 \operatorname{cof} u$ à la place de $e^{u\sqrt{-1}} + e^{-u\sqrt{-1}}$ & en général $2 \operatorname{cof} mu$ à la place de $e^{mu\sqrt{-1}} + e^{-mu\sqrt{-1}}$. De cette maniere la valeur de $\frac{1}{V^s}$ se trouvera naturellement exprimée par la série $A + B \operatorname{cof} u + C \operatorname{cof} 2u + \&c.$ dans laquelle, en faisant

$$\alpha = s, \quad \beta = \frac{s(s+1)}{2}, \quad \gamma = \frac{s(s+1)(s+2)}{2.3} \ \&c.,$$

on aura

$$A = \frac{1}{r^{2s}}\left(1 + \alpha^2 \frac{r'^2}{r^2} + \beta^2 \frac{r'^4}{r^4} + \gamma^2 \frac{r'^6}{r^6} + \&c.\right)$$

$$B = \frac{2}{r^{2s}}\left(\alpha \frac{r'}{r} + \alpha\beta \frac{r'^3}{r^3} + \beta\gamma \frac{r'^5}{r^5} + \&c.\right)$$

$$C = \frac{2}{r^{2s}}\left(\beta \frac{r'^2}{r^2} + \beta\gamma \frac{r'^4}{r^4} + \gamma\delta \frac{r'^6}{r^6} + \&c.\right)$$

&c.

Or comme la quantité V est aussi bien le produit de ces deux-ci $r' - r e^{u\sqrt{-1}}$, $r' - r e^{-u\sqrt{-1}}$, il s'ensuit qu'on pourra changer dans les expressions précédentes de A, B, C &c. r en r' & réciproquement; & il est clair que pour avoir des séries convergentes, il faudra toujours choisir celles où la plus grande des deux quantités r, r' se trouvera en dénominateur.

Digitized by Google

47. Si dans ces formules on fait $s = \frac{3}{2}$, les expreſſions de A, B, C &c. deviendront celles des fonctions (r, r'), $(r, r')\,1$, $(r, r')\,2$ &c.; mais comme alors les coëfficiens α, β, γ &c. ne forment pas une ſérie decroiſſante, pour avoir les valeurs de (r, r') & $(r, r')\,1$ exprimées par des ſéries toujours convergentes, il vaudra mieux donner d'abord à s une autre valeur, pourvu qu'elle ſoit telle que des valeurs qui en réſulteront pour A & B on puiſſe enſuite déduire immédiatement celles qui répondroient à $s = \frac{3}{2}$.

Or nous avons donné plus haut (art. 45.) les formules par lesquelles, connoiſſant les valeurs de A & B pour un expoſant quelconque s, on peut avoir celles qui conviendront à l'expoſant $s + 1$; ſi donc on y fait d'abord $s = -\frac{1}{2}$, & qu'on déſigne par A & B les valeurs des ſéries A & B qui ſe rapportent à cet expoſant, & par a, b celles qui ſe rapportent à l'expoſant $-\frac{1}{2} + 1$ ou $\frac{1}{2}$, on aura

$$a = \frac{(r^2 + r'^2)A + 3rr'B}{(r^2 - r'^2)^2}, \quad b = \frac{4rr'A + 3(r^2 + r'^2)B}{(r^2 - r'^2)^2};$$

ſi enſuite on fait dans les mêmes formules $s = \frac{1}{2}$ & qu'on y ſubſtitue a & b au lieu de A & B, il eſt clair que les valeurs de a & b qui en réſulteront, ſeront celles de (r, r') & $(r, r')\,1$, puisque $\frac{1}{2} + 1 = \frac{3}{2}$; on aura donc ainſi

$$(r, r') = \frac{(r^2 + r'^2)a - rr'b}{(r^2 - r'^2)^2}, \quad (r, r')\,1 = \frac{4rr'a - (r^2 + r'^2)b}{(r^2 - r'^2)^2}.$$

De ſorte qu'en mettant pour a & b les valeurs précédentes & réduiſant on aura

$$(r, r') = \frac{A}{(r^2 - r'^2)^2}, \quad (r, r')\,1 = -\frac{3B}{(r^2 - r'^2)^2}.$$

48. Ainſi, en faiſant $\alpha = \frac{1}{2}$, $\beta = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{4}$, $\gamma = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{4}\cdot\frac{3}{6}$, $\delta = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{4}\cdot\frac{3}{6}\cdot\frac{5}{8}$, $\varepsilon = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{4}\cdot\frac{3}{6}\cdot\frac{5}{8}\cdot\frac{7}{10}$, &c. on aura

$$(r, r') = \frac{r}{(r^2 - r'^2)^2}\left(1 + \alpha^2\frac{r'^2}{r^2} + \beta^2\frac{r'^4}{r^4} + \gamma^2\frac{r'^6}{r^6} + \delta^2\frac{r'^8}{r^8} + \&c.\right)$$

$$(r, r')\,1 = \frac{6r}{(r^2 - r'^2)^2}\left(\alpha\frac{r'}{r} - \alpha\beta\frac{r'^3}{r^3} - \beta\gamma\frac{r'^5}{r^5} - \gamma\delta\frac{r'^7}{r^7} - \&c.\right).$$

où l'on pourra changer à volonté r en r' & réciproquement.

Digitized by Google

Ici les coëfficiens α, β, γ &c. forment une série assez décroissante, en sorte que le dixieme terme de cette série est déjà $< \frac{1}{100}$; mais ces termes approchent ensuite de plus en plus de l'égalité; d'où il suit qu'après avoir pris la somme d'un certain nombre de termes des séries ci-dessus, on pourra regarder les termes suivans comme formant à très peu près une progression géométrique.

En général soit T le terme auquel on se sera arrêté; la somme de tous les termes suivans à l'infini sera nécessairement moindre que $T\frac{r'^2}{r^2 - r'^2}$. Or la plus grande valeur de $\frac{r'}{r}$ a lieu lorsque l'on compare la distance moyenne de Vénus à celle de la Terre, auquel cas on a à très peu près $\frac{r'}{r} = \frac{7}{10}$; par conséquent $\frac{r'^2}{r^2} < \frac{1}{2}$ & $\frac{r'^2}{r^2 - r'^2} < 1$. Ainsi dans ce cas, qui est le plus défavorable pour le calcul, la somme de tous les termes qui suivent T sera toujours $< T$; & elle le sera d'autant plus que le rapport des deux distances moyennes sera un plus petit nombre. Or je trouve dans ce cas que, si T est le dixieme terme de l'une ou de l'autre série, il sera $< \frac{1}{1000000}$; par conséquent la somme des dix premiers termes donnera la valeur de la série exacte jusqu'à la sixieme décimale; ce qui est plus que suffisant pour notre objet. Dans les autres un plus petit nombre de termes suffira pour avoir ce même degré de précision.

49. Jusqu'à présent nous n'avons mis aux formules des variations séculaires qu'une seule limitation; c'est que les inclinaisons & les excentricités des orbites soient assez petites pour qu'on puisse en négliger les carrés & les produits de plusieurs dimensions; ce qui a effectivement lieu dans notre systeme planétaire. Cela supposé, nos équations sont entierement rigoureuses, & ont lieu également quelles que puissent être les masses des Planetes; & comme ces équations ne sont que linéaires, & ont tous leurs coëfficiens constans, elles peuvent toujours être intégrées exactement par les méthodes connues; & la solution complette du probleme n'a plus d'autre difficulté que la longueur du calcul.

Digitized by Google

Mais lorsqu'on applique cette ſolution au ſyſteme ſolaire, elle devient ſuſceptible de nouvelles ſimplifications, dues à la petiteſſe des maſſes de toutes les Planetes vis à vis de celle du Soleil, & à la petiteſſe des maſſes de quelques unes d'entr'elles par rapport aux autres. On ſait que Jupiter, la plus groſſe de toutes les Planetes, a environ mille fois moins de maſſe que le Soleil; donc, puiſque nous prenons la maſſe du Soleil pour l'unité (art. 37.), les maſſes T, T', T'' &c. des Planetes ſeront toujours des nombres au deſſous d'un millieme; par conſéquent ayant négligé, dans les équations différentielles des variations ſéculaires, les termes où ſe trouveroient les carrés & les produits des inclinaiſons & des excentricités, on pourra à plus forte raiſon y négliger auſſi ceux où les quantités T, T', T'' &c. monteroient au deſſus de la premiere dimenſion.

Or, puiſque $m = M - \frac{dN}{dp} - \frac{d^2 M}{dp^2} + \text{\&c.}$, $n = N + \frac{dM}{dp} - \frac{d^2 N}{dp^2} - \text{\&c.}$ (art. 38.); il eſt viſible qu'en ſubſtituant ſucceſſivement pour dM, dN, $d^2 M$ &c. leurs valeurs tirées des équations différentielles de l'art. 43., on aura $m = M + \mu$, $n = N + \nu$, les quantités μ & ν ayant tous leurs termes multipliés par T', ou T'' &c. ou par T'^2, ou $T' T''$ &c., ou &c. Si donc on fait ces ſubſtitutions dans les ſeconds membres des mêmes équations, il faudra y négliger les quantités μ & ν, parce qu'elles s'y trouveroient encore multipliées par T' ou T'' ou &c.

D'où il s'enſuit qu'il ſuffira de mettre, dans les équations dont il s'agit, M au lieu de m, & N au lieu de n; & par la même raiſon on y pourra changer m', m'' &c. en M', M'' &c., & n', n'' &c. en N', N'' &c.; ce qui, d'après les réductions de l'art. 44., les réduira d'abord à cette forme plus ſimple

$$\begin{aligned} dN = &- T' (\alpha' M + \beta' M') \frac{dt}{r^{\frac{3}{2}}} \\ &- T'' (\alpha'' M + \beta'' M'') \frac{dt}{r^{\frac{3}{2}}} \\ &- \text{\&c.} \end{aligned}$$

Digitized by Google

$$dM = T' (\alpha' N + \beta' N') \frac{dt}{r^{\frac{3}{2}}}$$

$$+ T'' (\alpha'' N + \beta'' N'') \frac{dt}{r^{\frac{3}{2}}}$$

$$+ \&c.$$

en faiſant pour abréger

$$\alpha' = \frac{r^2 dA'}{dr} + \frac{r^3 d^2 A'}{2 dr^2}$$

$$\beta' = \frac{rB'}{2} - \frac{r^2 dB'}{2 dr} - \frac{r^3 d^2 B'}{4 dr^2}$$

$$\alpha'' = \frac{r^2 dA''}{dr} + \frac{r^3 d^2 A''}{2 dr^2}$$

$$\beta'' = \frac{rB''}{2} - \frac{r^2 dB''}{2 dr} - \frac{r^3 d^2 B''}{4 dr^2}$$

&c.

Et ſi l'on ſubſtitue enfin les valeurs trouvées à la fin de l'art. 45., on aura

$$\alpha' = \frac{r^2 r'}{4} (r, r') 1, \quad \alpha'' = \frac{r^2 r''}{4} (r, r'') 1, \ \&c.$$

$$\beta' = \frac{3 r^2 r'}{2} (r, r') - \frac{r (r^2 + r'^2)}{2} (r, r') 1,$$

$$\beta'' = \frac{3 r^2 r''}{2} (r, r'') - \frac{r (r^2 + r''^2)}{2} (r, r'') 1,$$

&c.

50. Changeons pour plus de ſimplicité les lettres M, N en x, y, (il ne faut pas confondre ces x, y avec celles qui repréſentoient les coordonnées rectangles dans le plan de projection, dont nous n'avons plus beſoin dans nos calculs); & conſervant les caracteres (0, 1), (0, 2), (1, 0) &c. pour déſigner les mêmes quantités que dans l'art. 40., faiſons de plus

$$[0, 1] = T' \frac{(r^2 + r'^2)(r, r')1 - 3rr'(r, r')}{2\sqrt{r}}$$

$$[0, 2] = T'' \frac{(r^2 + r''^2)(r, r'')1 - 3rr''(r, r'')}{2\sqrt{r}}$$

&c.

nous aurons ces équations

$$\frac{dx}{dt} - ((0, 1) + (0, 2) + \&c.)y + [0, 1]y' + [0, 2]y'' + \&c. = 0,$$

$$\frac{dy}{dt} + ((0, 1) + (0, 2) + \&c.)x - [0, 1]x' - [0, 2]x'' - \&c. = 0.$$

& faisant pareillement

$$[1, 0] = T \frac{(r'^2 + r^2)(r', r)1 - 3r'r(r', r)}{2\sqrt{r'}},$$

$$[1, 2] = T'' \frac{(r'^2 + r''^2)(r', r'')1 - 3r'r''(r', r'')}{2\sqrt{r'}}$$

&c.

$$[2, 0] = T \frac{(r''^2 + r^2)(r'', r)1 - 3r''r(r'', r)}{2\sqrt{r''}}$$

$$[2, 1] = T' \frac{(r''^2 + r'^2)(r'', r')1 - 3r''r'(r'', r')}{2\sqrt{r''}}$$

&c.

on aura aussi

$$\frac{dx'}{dt} - ((1, 0) + (1, 2) + \&c.)y' + [1, 0]y + [1, 2]y'' + \&c. = 0,$$

$$\frac{dy'}{dt} + ((1, 0) + (1, 2) + \&c.)x' - [1, 0]x - [1, 2]x'' - \&c. = 0,$$

Digitized by Google

$$\frac{dx''}{dt} - ((2,0) + (2,1) + \&c.)y'' + [2,0]y + [2,1]y' + \&c. = 0,$$

$$\frac{dy''}{dt} + ((2,0) + (2,1) + \&c.)x'' - [2,0]x - [2,1]x' - \&c. = 0,$$

&c.

Ces équations, analogues, comme l'on voit, à celles de l'art. 40., serviront à déterminer les variations séculaires des excentricités & des aphélies, comme celles-là servent à déterminer les variations séculaires des inclinaisons & des nœuds. Car on aura ici $x = \lambda \cos \eta \sin \phi$, $y = \lambda \cos \eta \cos \phi$, λ étant l'excentricité, ϕ la longitude de l'aphélie, & η sa latitude dépendante de l'équation tang. $\eta = \theta \sin(\phi - \omega)$; & à cause de la petitesse de η & de ce que nous négligeons les quantités très petites au dessus du premier ordre, on aura simplement $\lambda \sin \phi$, $\lambda \cos \phi$, pour les valeurs de x, y, & de même $\lambda' \sin \phi'$, $\lambda' \cos \phi'$, $\lambda'' \sin \phi''$, $\lambda'' \cos \phi''$ &c. pour celles x', y', x'', y'' &c. où λ, λ', λ'' &c. sont les excentricités & ϕ, ϕ', ϕ'' &c. les longitudes des aphélies des Planetes T, T', T'' &c.

Si dans ces équations on change les quantités $[0,1]$, $[0,2]$, $[1,0]$ &c. en $(0,1)$, $(0,2)$, $(1,0)$ &c. & qu'on y prenne t négatif, elles se réduisent à celles de l'art. 40., les variables x, y, x', y' &c. répondant à s, u, s', u' &c. Ainsi les excentricités λ, λ' &c. deviendront alors les tangentes θ, θ' &c. des inclinaisons, & les longitudes ϕ, ϕ' &c. des aphélies deviendront celles des nœuds ω, ω' &c.

51. Le probleme des variations séculaires est donc résolu analytiquement, puisqu'il est réduit à des équations dont l'intégration est connue. Celles de l'art. 40. ont déjà été intégrées dans le Mémoire cité, *sur les variations séculaires des nœuds & des inclinaisons;* & l'on peut intégrer de la même maniere les équations de l'art. précédent.

On fera pour cela $x = A \sin(at + \alpha)$, $y = A \cos(at + \alpha)$, $x' = A' \sin(at + \alpha)$, $y' = A' \cos(at + \alpha)$, $x'' = A'' \sin(at + \alpha)$ &c.,

Digitized by Google

a, α, A, A', A'' &c. étant des quantités conſtantes indéterminées; on ſubſtituera ces valeurs, & il viendra ces équations de condition entre les conſtantes

$$aA - ((0,1) + (0,2) + \&c.)A + [0,1]A' + [0,2]A'' + \&c. = 0,$$
$$aA' - ((1,0) + (1,2) + \&c.)A' + [1,0]A + [1,2]A'' + \&c. = 0,$$
$$aA'' - ((2,0) + (2,1) + \&c.)A'' + [2,0]A + [2,1]A' + \&c. = 0,$$

&c.

dont le nombre ſera égal à celui des coëfficiens indéterminés A, A', A'' &c.; mais puiſque tous les termes de ces équations ſont multipliés par un de ces coëfficiens, il s'enſuit que par leur moyen on ne peut déterminer que le rapport des mêmes coëfficiens, en ſorte qu'il en demeurera toujours un, comme A, indéterminé; en effet, en éliminant ſucceſſivement ces coëfficiens, on parviendra à une équation finale où il n'y aura plus d'inconnue que la conſtante a, & qui ſervira par conſéquent à déterminer cette conſtante. Cette équation ſe trouvera toujours d'un degré égal au nombre des coëfficiens A, A', A'' &c. qui eſt égal à celui des Planetes dont on conſidere l'action mutuelle; & aura en conſéquence autant de racines.

Soient a, b, c &c. ces différentes racines; & prenant autant de coëfficiens arbitraires A, B, C &c. & d'angles indéterminés α, β, γ &c., on aura par la théorie des équations linéaires, ces expreſſions complettes de x, y, x', y' &c.

$$x = A \sin(at + \alpha) + B \sin(bt + \beta) + C \sin(ct + \gamma) + \&c.$$
$$y = A \cos(at + \alpha) + B \cos(bt + \beta) + C \cos(ct + \gamma) + \&c.$$
$$x' = A' \sin(at + \alpha) + B' \sin(bt + \beta) + C' \sin(ct + \gamma) + \&c.$$
$$y' = A' \cos(at + \alpha) + B' \cos(bt + \beta) + C' \cos(ct + \gamma) + \&c.$$

&c.

les

Digitized by Google

les conſtantes B, B', B'' &c. devant avoir entr'elles des rapports exprimés par des fonctions de b ſemblables aux fonctions de a qui expriment les rapports des conſtantes A, A', A'' &c. entr'elles; & ainſi des conſtantes C, C', C'' &c.

A l'égard des quantités A, B, C &c. α, β, γ &c. qui ne ſont pas encore déterminées, elles doivent l'être d'après les valeurs ſuppoſées connues des variables x, y, x', y' &c. qui ſont en même nombre que ces quantités, pour une époque quelconque donnée dans laquelle on fera pour plus de ſimplicité $t = 0$. J'ai donné, dans le Mémoire cité, pour cet objet une méthode générale qui s'applique également au cas dont il s'agit, ainſi qu'à tous les cas ſemblables; mais comme elle eſt peut-être plus curieuſe pour l'analyſe qu'utile pour la pratique, je ne la rappellerai point ici.

Après avoir ainſi trouvé les intégrales des équations en x, y, x', y' &c., on aura tout de ſuite, & ſans aucun autre calcul, les intégrales des équations en s, u, s', u' &c., en changeant ſeulement les lettres x, y, en s, u, les crochets carrés en crochets ronds, & mettant $-a$ au lieu de a dans l'équation en a; c'eſt ce qui ſuit évidemment de l'analogie déjà remarquée (art. préc.) entre les deux ſyſtemes d'équations dont il s'agit.

52. Si maintenant on ſubſtitue ces valeurs de x, y, à la place de M, N, dans l'expreſſion du rayon vecteur r, que nous avons vu être, aux quantités du ſecond ordre près, $\frac{1 + M \sin q + N \cos q}{\Delta}$ (art. 38.), on aura, en conſervant, ainſi que nous en avons uſé plus haut, la lettre r pour dénoter la diſtance moyenne $\frac{1}{\Delta}$, & repréſentant en général le rayon vecteur par $r(1 + \xi)$; on aura, dis-je,

$$\xi = A \cos(q - at - \alpha) + B \cos(q - bt - \beta) \\ + C \cos(q - ct - \gamma) + \&c.$$

De même, puiſque $z = \frac{r}{R}(Q \sin q - P \cos q)$, comme on l'a vu dans l'art. 29.; ſi on fait $z = r\zeta$ (r eſt ici le rayon vecteur) & qu'on ſubſti-

tue pour $\frac{P}{R}$, $\frac{Q}{R}$, les valeurs de s, u, qui ſont exprimées d'une maniere ſemblable à celles de x, y, on aura auſſi

$$\zeta = A \sin(q - at - \alpha) + B \sin(q - bt - \beta)$$
$$+ C \sin(q - ct - \gamma) + \&c.$$

les conſtantes A, B &c., a, b &c., α, β &c. étant différentes de celles de l'expreſſion de ξ. Ce ſont les premieres valeurs approchées de ξ & ζ.

On auroit donc pu chercher d'abord ces valeurs par l'intégration immédiate des équations différentielles de ξ & de ζ, & puis en déduire la loi des variations ſéculaires des excentricités des aphélies, des inclinaiſons & des nœuds. C'eſt ainſi que j'en ai uſé il y a longtems dans ma Piece ſur les Satellites de Jupiter, où j'ai donné le premier la véritable théorie de ces variations, en réſolvant d'une maniere particuliere les difficultés que l'intégration renferme & qui avoient échappé à tous ceux qui s'étoient occupés avant moi de la théorie des Planetes. M. de la Place a donné depuis, dans les Mémoires de l'Académie des Sciences de Paris pour 1772, d'autres moyens de lever ces difficultés & d'arriver à la vraie forme des intégrales; & pour ne rien laiſſer à déſirer ſur le ſujet que je traite, je vais faire voir ici, le plus ſimplement qu'il me ſera poſſible, l'accord des formules qui réſultent de l'intégration des équations de ξ & ζ, avec celles que je viens de trouver.

53. Commençons par chercher ces équations d'après celles de l'art. 2. En y ſubſtituant $r \cos q$, $r \sin q$ à la place de x, y & $\frac{d\Omega}{dx}$, $\frac{d\Omega}{dy}$, ou bien $\frac{d\Omega}{dr} \cos q - \frac{d\Omega}{r\,dq} \sin q$, $\frac{d\Omega}{dr} \sin q + \frac{d\Omega}{r\,dq} \cos q$, à la place de X, Y (art. 16. 29. 41.), les deux premieres ſe changent en

$$\left(\frac{d^2 r - r\,dq^2}{dt^2} + \frac{g\,r}{\rho^3} + \frac{d\Omega}{dr}\right) \cos q$$
$$- \left(\frac{2\,dr\,dq + r\,d^2 q}{dt^2} + \frac{d\Omega}{r\,dq}\right) \sin q = 0$$

Digitized by Google

$$\left(\frac{d^2 r - r\,dq^2}{dt^2} + \frac{g r}{\rho^3} + \frac{d\Omega}{dr}\right) \sin q$$
$$+ \left(\frac{2\,dr\,dq + r\,d^2 q}{dt^2} + \frac{d\Omega}{r\,dq}\right) \cos q = 0,$$

d'où l'on tire ces deux-ci

$$\frac{d^2 r - r\,dq^2}{dt^2} + \frac{g r}{\rho^3} + \frac{d\Omega}{dr} = 0$$
$$\frac{d\,.\,(r^2\,dq)}{dt^2} + \frac{d\Omega}{dq} = 0,$$

lesquelles serviront à déterminer le rayon vecteur r & la longitude q en t.

Ces équations se rapportent à la Planete T; on en aura de semblables pour chacune des autres Planetes T', T'' &c. en marquant seulement toutes les lettres d'un, deux &c. traits.

Prenons maintenant la lettre r pour désigner la distance moyenne, & représentons, comme plus haut, le rayon vecteur par $r(1 + \xi)$; soit aussi p la longitude moyenne & $p + \psi$ l'expression de la longitude vraie; il faudra 1°. que ξ ne renferme aucun terme constant mais seulement des sinus & cosinus. 2°. Que $\frac{dp}{dt}$ soit une quantité constante & que $\frac{d\psi}{dt}$ ne contienne au contraire aucun terme tout constant.

On fera donc ces substitutions, & comme on suppose les orbites peu excentriques & peu inclinées, les quantités ξ, ψ & z seront toujours très petites, & nous en négligerons les puissances & les produits de deux ou de plusieurs dimensions. Or la fonction Ω se réduit dans cette hypothese à une fonction de r, r' &c. q, q' &c. seulement (art. 42.); donc si, comme on en a usé dans cet art., on y change d'abord la lettre q en p, la quantité $\frac{d\Omega}{dr}$ deviendra

$$\frac{d\Omega}{dr} + \frac{d^2\Omega}{dr^2} r\xi + \frac{d^2\Omega}{dr\,dr'} r'\xi' + \&c.$$
$$+ \frac{d^2\Omega}{dr\,dp} \psi + \frac{d^2\Omega}{dr\,dp'} \psi' + \&c.;$$

Digitized by Google

& la quantité $\frac{d\Omega}{dq}$ deviendra

$$\frac{d\Omega}{dp} + \frac{d^2\Omega}{dr\,dp} r\xi + \frac{d^2\Omega}{dr'\,dp} r'\xi' + \&c.$$
$$+ \frac{d^2\Omega}{dp^2}\psi + \frac{d^2\Omega}{dp\,dp'}\psi' + \&c.$$

Ainsi, en faisant $g = 1$, comme dans l'art. 37., les équations précédentes deviendront

$$\frac{d^2\xi}{dt^2} - \frac{dp^2}{dt^2}(1+\xi) - \frac{2\,dp\,d\psi}{dt^2} + \frac{1-2\xi}{r^3}$$
$$+ \frac{d\Omega}{r\,dr} + \frac{d^2\Omega}{dr^2}\xi + \frac{d^2\Omega}{r\,dr\,dr'} r'\xi' + \&c.$$
$$+ \frac{d^2\Omega}{r\,dr\,dp}\psi + \frac{d^2\Omega}{r\,dr\,dp'}\psi' + \&c. = 0,$$
$$\frac{d^2\psi}{dt^2} + \frac{2\,dp\,d\xi}{dt^2} + \frac{d\Omega}{r^2\,dp} + \frac{d^2\Omega}{r\,dr\,dp}\xi + \frac{d^2\Omega}{r^2\,dr'\,dp} r'\xi' + \&c.$$
$$+ \frac{d^2\Omega}{r^2\,dp^2}\psi + \frac{d^2\Omega}{r^2\,dp\,dp'}\psi' + \&c. = 0;$$

& les quantités r, r' &c. seront désormais constantes.

Pour rapporter ces équations aux Planetes T', T'' &c. on n'aura besoin que d'y changer r, p, ξ, ψ en r', p', ξ', ψ', ou r'', p'', ξ'', ψ'' ou &c. & réciproquement ces quantités-ci en celles-là.

54. Si on supposoit les forces perturbatrices nulles, on auroit, en effaçant les termes qui contiennent Ω, & ses différences,

$$\frac{d^2\xi}{dt^2} - \frac{dp^2}{dt^2}(1+\xi) - \frac{2\,dp\,d\psi}{dt^2} + \frac{1-2\xi}{r^3} = 0,$$
$$\frac{d^2\psi}{dt^2} + \frac{2\,dp\,d\xi}{dt^2} = 0.$$

La seconde donne $\frac{d\psi}{dt} = -\frac{2\,dp}{dt}\xi$; il ne faut point de constante ici, puisque $\frac{d\psi}{dt}$ & ξ n'en doivent renfermer aucune; cette valeur étant substituée dans la premiere elle deviendra

Digitized by Google

$$\frac{d^2\xi}{dt^2} + \left(\frac{3\,dp^2}{dt^2} - \frac{2}{r^3}\right)\xi - \frac{dp^2}{dt^2} + \frac{1}{r^3} = 0;$$

on égalera d'abord à zéro les termes tout conſtans $\frac{1}{r^3} - \frac{dp^2}{dt^2}$, parce que ξ n'en doit renfermer aucun de ce genre; on aura $\frac{1}{r^3} = \frac{dp^2}{dt^2}$, ce qui réduira l'équation à $\frac{d^2\xi}{dt^2} + \frac{dp^2}{dt^2}\,\xi = 0$, laquelle a évidemment pour intégrale $\xi = F \operatorname{cof}(p - \alpha)$; & de là on aura $\psi = -2F \operatorname{fin}(p - \alpha)$, F & α étant des conſtantes arbitraires.

On aura de pareilles expreſſions pour ξ', ψ', ξ'', ψ'' &c. en marquant ſimplement les lettres d'un, deux &c. traits.

Suppoſons à préſent qu'en ayant égard aux forces perturbatrices, les termes que nous venons de trouver dans les expreſſions de ξ & ψ deviennent $\xi = F \operatorname{cof}(p - at - \alpha)$, $\psi = f \operatorname{fin}(p - at - \alpha)$, F, f, étant des conſtantes indéterminées ainſi que α & a; & comme dans ce cas les équations de ξ & ψ renferment auſſi ξ', ψ', ξ'', ψ'' &c.; ſuppoſons qu'il entre auſſi dans les expreſſions de ces dernieres variables des termes analogues, en ſorte que l'on ait en même tems

$$\xi' = F' \operatorname{cof}(p' - at - \alpha), \quad \psi' = f' \operatorname{fin}(p' - at - \alpha),$$
$$\xi'' = F'' \operatorname{cof}(p'' - at - \alpha), \quad \psi'' = f'' \operatorname{fin}(p'' - at - \alpha)$$
&c.

F', F'' &c. f', f'' &c. étant de nouvelles conſtantes indéterminées.

Pour vérifier ces ſuppoſitions & déterminer en même tems les conſtantes arbitraires, on fera d'abord les ſubſtitutions précédentes dans les équations de ξ & de ψ, & on y égalera à zéro les coëfficiens des ſinus & coſinus de $p - at - \alpha$; on les fera enſuite de même dans les équations de ξ' & de ψ', & on égalera à zéro les coëfficiens des ſinus & coſinus de $p' - at - \alpha$; & ainſi de ſuite.

Or il eſt viſible que les quantités ξ & ψ ne peuvent donner des ſinus ou coſinus de $p - at - \alpha$ qu'autant qu'elles ne ſont multipliées par au-

Digitized by Google

cun ſinus ni coſinus; qu'au contraire les quantités ξ', ψ' ne donneront de pareils ſinus ou coſinus qu'autant qu'elles ſe trouveront multipliées par le ſinus ou coſinus de $p - p'$; & ainſi de ſuite. D'où il ſuit qu'en ſubſtituant dans les équations de ξ & de ψ la valeur de la fonction Ω (art. 43.), il ſuffira d'avoir égard aux termes de la forme dont nous venons de parler. Ainſi on pourra d'abord les réduire à celles-ci:

$$
\begin{aligned}
0 = {} & \frac{d^2\xi}{dt^2} - \left(\frac{dp^2}{dt^2} + \frac{2}{r^3}\right)\xi - \frac{2\,dp\,d\psi}{dt^2} - \frac{dp^2}{dt^2} + \frac{1}{r^3} \\
& - T'\left(\frac{dA'}{r\,dr} + \frac{d^2A'}{dr^2}\xi + \left(\frac{d^2B'}{r\,dr\,dr'} + \frac{2}{rr'^3}\right) r' \cos(p-p') \times \xi' \right. \\
& \qquad \left. + \left(\frac{dB'}{r\,dr} - \frac{1}{rr'^2}\right)\sin(p-p') \times \psi'\right) \\
& - T''\left(\frac{dA''}{r\,dr} + \frac{d^2A''}{dr^2}\xi + \left(\frac{d^2B''}{r\,dr\,dr''} + \frac{2}{rr''^3}\right) r'' \cos(p-p'') \times \xi'' \right. \\
& \qquad \left. + \left(\frac{dB''}{r\,dr} - \frac{1}{rr''^2}\right)\sin(p-p'') \times \psi''\right) \\
& - \&c.
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
0 = {} & \frac{d^2\psi}{dt^2} + \frac{2\,dp\,d\xi}{dt^2} \\
& + T'\left(\left(\frac{dB'}{r^2\,dr'} + \frac{2}{rr'^3}\right) r' \sin(p-p') \times \xi' \right. \\
& \qquad \left. - \left(\frac{B'}{r^2} - \frac{1}{rr'^2}\right)\cos(p-p') \times \psi'\right) \\
& + T''\left(\left(\frac{dB''}{r^2\,dr''} + \frac{2}{rr''^3}\right) r'' \sin(p-p'') \times \xi'' \right. \\
& \qquad \left. - \left(\frac{B''}{r^2} - \frac{1}{rr''^2}\right)\cos(p-p'') \times \psi''\right) \\
& + \&c.
\end{aligned}
$$

J'ai conſervé dans la premiere les termes conſtans, parce qu'ils doivent former une équation à part ſervant à déterminer la relation entre $\frac{dp}{dt}$ & r, & à ſatisfaire à la condition que ξ ne renferme aucun terme conſtant. Cette équation de condition ſera donc

Digitized by Google

$$-\frac{dp^2}{dt^2}+\frac{1}{r^3}-T'\frac{dA'}{rdr}-T''\frac{dA''}{rdr}-\&c.$$

laquelle donne

$$\frac{1}{r^3}=\frac{dp^2}{dt^2}+T'\frac{dA'}{rdr}+T''\frac{dA''}{rdr}+\&c.$$

valeur qu'on ſubſtituera dans la premiere des deux équations précédentes.

Si maintenant on ſubſtitue auſſi dans l'une & dans l'autre, à la place de ξ, ψ, ξ', ψ' &c. les expreſſions indiquées ci-deſſus, & qu'après avoir développé les produits des ſinus & coſinus, en ſinus & coſinus ſimples, on égale à zéro dans la premiere la ſomme des coëfficiens de $\cos(p-at-\alpha)$, & dans la ſeconde la ſomme des coëfficiens de $\sin(p-at-\alpha)$, on aura

$$\begin{aligned}
0 = & -\left(\frac{dp}{dt}-a\right)^2 F-\frac{3\,dp^2}{dt^2}F-\frac{2\,dp}{dt}\left(\frac{dp}{dt}-a\right)f \\
& -T'\left(\left(\frac{2\,dA'}{rdr}+\frac{d^2A'}{dr^2}\right)F+\left(\frac{d^2B'}{rdrdr'}+\frac{2}{rr'^3}\right)\frac{r'F'}{2}\right. \\
& \qquad\qquad \left.-\left(\frac{dB'}{rdr}-\frac{1}{rr'^2}\right)\frac{f'}{2}\right) \\
& -T''\left(\left(\frac{2\,dA''}{rdr}+\frac{d^2A''}{dr^2}\right)F+\left(\frac{d^2B''}{rdrdr''}+\frac{2}{rr''^3}\right)\frac{r''F''}{2}\right. \\
& \qquad\qquad \left.-\left(\frac{dB''}{rdr}-\frac{1}{rr''^2}\right)\frac{f''}{2}\right) \\
& -\&c.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
0 = & -\left(\frac{dp}{dt}-a\right)^2 f-\frac{2\,dp}{dt}\left(\frac{dp}{dt}-a\right)F \\
& +T'\left(\left(\frac{dB'}{r^2dr'}+\frac{2}{rr'^3}\right)\frac{r'F'}{2}-\left(\frac{B'}{r^2}-\frac{1}{rr'^2}\right)\frac{f'}{2}\right) \\
& +T''\left(\left(\frac{dB''}{r^2dr''}+\frac{2}{rr''^3}\right)\frac{r''F''}{2}-\left(\frac{B''}{r^2}-\frac{1}{rr''^2}\right)\frac{f''}{2}\right) \\
& +\&c.
\end{aligned}$$

On trouvera des équations analogues d'après les équations différentielles de ξ' & de ψ', & d'après celles de ξ'' & de ψ''; & ainſi de ſuite; &

Digitized by Google

ces équations ne différeront des précédentes qu'en ce que les lettres qui n'ont aucun trait, en auront respectivement un, deux &c. (à l'exception de a & de t qui demeurent les mêmes pour toutes les équations), & qu'en même tems les traits manqueront à celles qui en ont un, deux &c.

55. Je remarque maintenant que les quantités T, T', T'' &c. doivent être supposées très petites, & qu'on en doit négliger les puissances & les produits de deux ou de plusieurs dimensions (art. 49.). Or si on regarde d'abord ces quantités comme nulles, les équations précédentes donnent $a = 0$ & $f = -2F$, & l'on aura de même par les autres équations $f' = -2F'$ &c. Donc les quantités a, $f + 2F$, $f' + 2F'$ &c. seront très petites de l'ordre de T, T' &c.; par conséquent il faudra rejeter par tout les carrés, les cubes &c. de a, & dans les termes qui sont déjà multipliés par T, T' &c. il faudra faire $a = 0$, $f = -2F$, $f' = -2F'$ &c.

De cette maniere la seconde des deux équations ci-dessus donnera d'abord

$$f = -2\left(1 + a\frac{dt}{dp}\right)F + T'\frac{dt^2}{dp^2}\left(\frac{r'dB'}{2r^2dr'} + \frac{B'}{r^2}\right)F'$$
$$+ T''\frac{dt^2}{dp^2}\left(\frac{r''dB''}{2r^2dr''} + \frac{B''}{r^2}\right)F'' + \&c.$$

& la premiere deviendra ensuite

$$0 = 2a\frac{dp}{dt}F$$
$$-T'\left(\left(\frac{2dA'}{rdr} + \frac{d^2A'}{dr^2}\right)F + \left(\frac{r'd^2B'}{2rdrdr'} + \frac{r'dB'}{r^2dr'} + \frac{dB'}{rdr} + \frac{2B'}{r^2}\right)F'\right)$$
$$-T''\left(\left(\frac{2dA''}{rdr} + \frac{d^2A''}{dr^2}\right)F + \left(\frac{r''d^2B''}{2rdrdr''} + \frac{r''dB''}{r^2dr''} + \frac{dB''}{rdr} + \frac{2B''}{r^2}\right)F''\right)$$
$$- \&c.$$

Or on a vu dans l'art. 44. que $\frac{r'dB'}{dr'} + \frac{rr'd^2B'}{2drdr'} = -B' - \frac{2rdB'}{dr} - \frac{r^2d^2B'}{2dr^2}$, & de même $\frac{r''dB''}{dr''} + \frac{rr''d^2B''}{2drdr''} = -B''$

—

$- \frac{2 r \, dB''}{dr} - \frac{r^2 \, d^2 B''}{2 \, dr^2}$; & ainsi des autres quantités analogues; donc faisant ces substitutions, & employant les quantités α', α'' &c. β', β'' &c. de l'art. 49., l'équation précédente deviendra

$$o = a \frac{dp}{dt} F - T' \frac{\alpha' F + \beta' F'}{r^3} - T'' \frac{\alpha'' F + \beta'' F''}{r^3} - \&c.$$

Mais on a (art. 54.), aux quantités de l'ordre de T', T'' &c. près, $\frac{dp}{dt} = \frac{1}{\sqrt{r^3}}$; donc, puisque d'après les suppositions des art. 40. & 50. on a $\frac{T' \alpha'}{\sqrt{r^3}} = (o, 1)$, $\frac{T'' \alpha''}{\sqrt{r^3}} = (o, 2)$ &c., & $\frac{T' \beta'}{\sqrt{r^3}} = - [o, 1]$, $\frac{T'' \beta''}{\sqrt{r^3}} = - [o, 2]$ &c., il est visible que l'équation dont il s'agit étant divisée par $\frac{dp}{dt}$ se réduira à cette forme

$$aF - ((o, 1) + (o, 2) + \&c.) F + [o, 1] F' + [o, 2] F'' + \&c. = o$$

& les équations analogues se réduiront de la même maniere à celles-ci

$$aF' - ((1, o) + (1, 2) + \&c.) F' + [1, o] F + [1, 2] F'' + \&c. = o$$

$$aF'' - ((2, o) + (2, 1) + \&c.) F'' + [2, o] F + [2, 1] F' + \&c. = o$$

&c.

Ces équations, en y changeant, si l'on veut, les lettres F en A, sont les mêmes que celles de l'art. 51; d'où il suit que les quantités A, A' &c. & a seront aussi les mêmes de part & d'autre. Et comme les équations différentielles de ξ & ψ sont linéaires, il est clair que l'expression de ξ sera composée d'autant de termes semblables que la quantité a aura de valeurs différentes; par conséquent cette expression sera de la même forme absolument que celle que nous avons trouvée plus haut dans l'art. 52., en mettant dans celle-ci, au lieu de q, sa valeur $p + \psi$, & négligeant la

Digitized by Google

quantité ψ, parce qu'elle produiroit des termes du ſecond ordre que nous rejetons; ce qui montre l'accord des deux méthodes à cet égard.

56. Pour faire voir auſſi cet accord relativement aux expreſſions de ζ, je commence par ſubſtituer dans l'équation différentielle de z (art. 2.), $r\zeta$ à la place de z, ce qui la transforme en

$$\frac{r\,d^2\zeta + 2\,dr\,d\zeta + \zeta\,d^2r}{dt^2} + \frac{gr\zeta}{\varrho^3} + Z = 0,$$

& mettant pour $\frac{d^2r}{dt^2} + \frac{gr}{\varrho^3}$ ſa valeur $\frac{r\,dq^2}{dt^2} - \frac{d\Omega}{dr}$ tirée de l'équation de r (art. 53.), on aura, après avoir diviſé par r cette équation de ζ,

$$\frac{d^2\zeta + \zeta\,dq^2}{dt^2} + \frac{2\,dr\,d\zeta}{r\,dt^2} + \frac{Z}{r} - \frac{\zeta\,d\Omega}{r\,dr} = 0.$$

On fera maintenant ici les ſubſtitutions de $r(1 + \xi)$ & $p + \psi$ à la place de r & q, & ainſi des quantités analogues, comme on en a uſé plus haut (art. 53.); & comme on ſuppoſe les orbites non ſeulement peu excentriques, mais encore peu inclinées, on regardera les quantités ξ, ψ, ζ & leurs analogues comme très petites du même ordre & on en négligera toutes les dimenſions plus hautes que la premiere. On aura donc de cette maniere la réduite

$$\frac{d^2\zeta + \zeta\,dp^2}{dt^2} + \frac{Z}{r} - \frac{\zeta\,d\Omega}{r\,dr} = 0,$$

où, à cauſe que tous les termes de la valeur de Z (art. 15.) ſont déjà multipliés par les quantités très petites z, z' &c., il ſuffira de mettre par tout tant dans Z que dans Ω, p à la place de q, & d'y regarder en même tems r comme conſtante.

Maintenant, puiſqu'en faiſant abſtraction des forces perturbatrices on avoit $\frac{d^2\zeta + \zeta\,dp^2}{dt^2} = 0$, ce qui donne $\zeta = F \sin(p - \alpha)$, on ſuppoſera en général, à l'imitation de ce que nous avons fait plus haut, $\zeta = F \sin(p - at - \alpha)$, & de même $\zeta' = F' \sin(p' - at - \alpha)$, $\zeta'' = F'' \sin(p'' - at - \alpha)$ &c.; & après avoir fait ces ſubſtitutions

Digitized by Google

on égalera à zéro la ſomme des coëfficiens de ſin $(p - at - \alpha)$; c'eſt pourquoi il ſuffira d'avoir égard dans l'équation ci-deſſus aux termes qui peuvent donner de ces ſinus, & qui ſe réduiſent évidemment à ceux qui contiendront ζ ſeul, ou ζ' multiplié par cof $(p - p')$, ou ζ'' multiplié par cof $(p - p'')$ & ainſi de ſuite.

Ainſi on aura, d'après les formules des art. 15, 39, 43,

$$\begin{aligned} o = {} & \frac{d^2\zeta}{dt^2} + \zeta \frac{dp^2}{dt^2} \\ & + T' \left((r,r')\zeta - \frac{r'(r,r')\,1\ \mathrm{cof}\,(p-p')}{r}\zeta' + \frac{dA'}{r\,dr}\zeta\right) \\ & + T'' \left((r,r'')\zeta - \frac{r''(r,r'')\,1\ \mathrm{cof}\,(p-p'')}{r}\zeta'' + \frac{dA''}{r\,dr}\zeta\right) \\ & + \&c. \end{aligned}$$

équation qui, en faiſant les ſubſtitutions indiquées, donnera ſur le champ celle-ci

$$\begin{aligned} o = {} & -\left(\frac{dp}{dt} - a\right)^2 F + \frac{dp^2}{dt^2} F \\ & + T' \left((r,r')F - \frac{r'(r,r')\,1}{2r}F' + \frac{dA'}{r\,dr}F\right) \\ & + T'' \left((r,r'')F - \frac{r''(r,r'')\,1}{2r} + \frac{dA''}{r\,dr}F\right) \\ & + \&c. \end{aligned}$$

laquelle, en négligeant le carré de a, parce que a eſt, comme l'on voit, de l'ordre de T', T'' &c., & ſubſtituant pour $\frac{dA'}{dr}$, $\frac{dA''}{dr}$ &c. leurs valeurs $-r(r,r') + \frac{1}{2}r'(r,r')\,1$, $-r(r,r'') + \frac{1}{2}r''(r,r'')\,1$ &c. (art. 45.), ſe réduit à cette forme

$$\begin{aligned} 2a\frac{dp}{dt}F + T' \frac{r'(r,r')\,1}{2r}(F - F') \\ + T'' \frac{r''(r,r'')\,1}{2r}(F - F'') + \&c. = o. \end{aligned}$$

Or $\frac{dp}{dt} = \frac{1}{\sqrt{r^3}}$, & $\frac{T' r r' (r, r') 1}{4 \sqrt{r}} = (0, 1)$, $\frac{T'' r r'' (r, r'') 1}{4 \sqrt{r}} = (0, 2)$ &c. (art. 40.); donc enfin on aura

$$aF + (0, 1)(F - F') + (0, 2)(F - F'') + \&c. = 0;$$

& l'on trouvera de la même maniere d'après les équations de ζ', ζ'' &c.

$$aF' + (1, 0)(F' - F) + (1, 2)(F' - F'') + \&c. = 0$$

$$aF'' + (2, 0)(F'' - F) + (2, 1)(F'' - F') + \&c. = 0$$

&c.

Ces équations s'accordent, comme l'on voit, (en changeant F en A) avec celles que donnent les intégrales des équations de s, u, s', u' &c. (art. 51.); ainsi on aura pour ζ une expression conforme à celle de l'art. 52., en négligeant la différence ψ entre les angles p & q, laquelle ne produiroit ici que des termes du second ordre dont on ne tient point compte.

57. Cette maniere de résoudre le probleme des variations séculaires par l'intégration immédiate des équations différentielles de l'orbite, est, comme l'on voit, plus courte & plus facile que celle que nous avons suivie; mais d'un autre côté elle ne paroît pas tout à fait si lumineuse ni si directe: d'ailleurs elle demande qu'on connoisse déjà la forme générale des intégrales, & si on vouloit chercher directement cette forme, ainsi que nous l'avons fait dans le Chap. IV. des Recherches sur les Satellites de Jupiter, on retomberoit dans une analyse plus ou moins longue & compliquée.

Digitized by Google

MÉMOIRE

sur le minimum *de cire des alvéoles des Abeilles & en particulier sur un* minimum minimorum *relatif à cette matiere.*

PAR M. LHUILIER,
Citoyen de Geneve.

INTRODUCTION (*).

L'étude de la nature seroit pour les hommes un objet de pure curiosité, s'ils ne pouvoient tirer aucun avantage des êtres physiques qui les environnent. J'avoue que, même dans ce cas, cette étude seroit digne d'éloge, & qu'elle procureroit à l'observateur de la nature les plaisirs les plus vifs & les plus purs. Mais enfin ces plaisirs seroient aussi stériles que ceux que ressent un connoisseur en contemplant un tableau de Raphaël ou du Correge. Heureusement tout ce que nous voyons autour de nous, peut nous être utile: mais il ne peut l'être qu'autant que nous en connoissons les propriétés; parce que ce n'est que par elles que nous pouvons en recevoir quelque utilité. A quoi nous serviroit le feu, si nous ne profitions pas de la vertu qu'il a de nous éclairer, & d'altérer la contexture des corps? Et comment pourrions-nous en profiter, si nous ignorions qu'il a ces facultés? Quel avantage ont procuré à nos ancêtres les propriétés de l'aimant, ou du feu électrique, avant qu'elles fussent découvertes? La lumiere a toujours frappé les yeux des hommes; elle leur a toujours montré les objets extérieurs; elle a toujours guidé leurs pas: mais nous ne devons le microscope & le télescope qu'aux beaux génies qui ont connu la réfrangibilité de la lumiere, la vertu réfractive du verre, & les modifications qui résultent

(*) Par M. de Castillon, à qui ce Mémoire a été adressé, & qui l'a lu le 25 Octobre 1781.

de la figure qu'on lui donne; & ces propriétés ne nous ont valu les lunettes achromatiques, que quand elles ont été mieux approfondies. Mais je crains qu'on ne me reproche de travailler en vain à établir une vérité aussi évidente que celle-ci: *c'est en étudiant les propriétés des choses qu'on apprend à les rendre utiles.* Remarquons plutôt que cette étude nous fait souvent voir si clairement le but auquel les choses tendent, qu'il faut s'aveugler volontairement pour ne pas l'appercevoir. Ainsi les Physiciens les plus judicieux passent, presque nécessairement, de l'étude des propriétés à la contemplation des causes finales. Cette contemplation, sans rien ajouter à l'idée que tout homme assez sensé pour éviter le précipice de l'athéisme, a & doit avoir de la sagesse & de la puissance de l'Être suprême, entretient & fortifie les sentiments d'admiration & de reconnoissance que nous devons au Créateur; sentiments féconds en effets salutaires, puisqu'ils retiennent ceux qui les éprouvent, dans le chemin de la vertu; & puisqu'ils leur fournissent des armes propres à combattre l'incrédulité qui, si elle étoit générale, auroit bientôt détruit le genre humain.

Mais, telle est notre foiblesse, nous abusons de tout. Nous tirons quelquefois de la riche mine des causes finales des décombres, au lieu d'or. Notre esprit borné se laisse quelquefois éblouir par de fausses lueurs, & croit voir des causes finales qui n'existent point. C'est un reproche dont ne sont pas tout à fait exempts les Neuwentith, les Derham, & d'autres qui ont pris les causes finales pour unique sujet de leurs ouvrages. Et même les Philosophes qui ne les ont considérées que par occasion, n'ont pas toujours évité cet écueil. Par exemple, on a dit que le fond pyramidal qui termine les cellules des abeilles, est destiné à procurer le *maximum* de l'épargne de cire. Ceux qui ont avancé cette proposition, ont-ils été guidés par la lumiere ou par une fausse lueur? C'est ce que M. Lhuilier, citoyen de Geneve établi à Varsovie, examine dans un Mémoire qu'il m'a transmis pour être présenté à cette savante Compagnie. J'y ai trouvé de belles recherches sur le *minimum* de surface des solides qui ont même capacité. C'est pourquoi je me suis prévalu de la permission que nous avons d'adopter des Mémoires étrangers, & j'ai adopté celui-ci. C'est M. Lhuilier qui va parler.

Digitized by Google

§. 1. La matiere qui fait l'objet de ce Mémoire ayant déjà été traitée en partie, il peut paroître inutile d'en occuper de nouveau les Mathématiciens & les Naturalistes. Cependant, comme je crois pouvoir leur présenter sur ce sujet intéressant quelques remarques tendantes à le faire envisager sous son vrai point de vue, un peu différent de celui sous lequel il a été presqu'uniquement considéré, je profite de la permission que ce Corps respectable a bien voulu m'accorder de les soumettre à son jugement. M. *Lambert* (ce Mathématicien-philosophe qui sembloit n'approfondir les sciences de spéculation que pour les faire servir d'application aux sciences dont l'utilité dans la vie commune est plus immédiate & plus sensible), propose le travail des Abeilles pour modele à nos Architectes. (Voyez *Beyträge zum Gebrauche der Mathematik*, 3ter Th. S. 387). Regardant cette matiere comme suffisamment développée; il affirme (d'après l'opinion générale & sans aucun examen ultérieur,) que, s'il étoit d'usage de bâtir des maisons hexagones, un édifice construit exactement sur le modele des alvéoles des Abeilles auroit la plus petite quantité possible de murs & de toits, & exigeroit, à cet égard, la plus petite dépense possible; assertion contraire à ce qui sera développé dans la suite de ce Mémoire.

§. 2. L'entrée des alvéoles des Abeilles a déjà fourni aux anciens Géometres un juste sujet d'admiration. Il n'y a que trois manieres de remplir l'espace autour d'un point sur un plan avec des figures régulières d'une seule espece: & de ces trois figures l'hexagone a le double avantage, d'approcher le plus de la figure arrondie du corps des Abeilles, & d'avoir le plus petit contour avec la même grandeur, & réciproquement. (Voyez, entr'autres, l'Introduction au Livre V^{me} de *Pappus*). Lorsqu'un triangle équilatéral, un quarré, & un hexagone régulier ont des contours égaux, leurs surfaces sont entr'elles comme les nombres $4, 3\sqrt{3}, \& 6$; à peu près comme les nombres 10, 12 & 15. Partant, des prismes droits de même hauteur, construits sur ces figures & ayant des surfaces latérales égales, ont leurs capacités dans les mêmes rapports.

§. 3. M. *Maraldi* est le premier qui ait observé la nature du fond des alvéoles des Abeilles; & trouvé que ce fond, au lieu d'être plat, étoit com-

posé de trois rhombes. Il en détermine même les angles avec une précision qui approche si fort de celle qui est déduite du calcul, qu'il est très-difficile de croire que l'observation ait été son seul guide dans un objet aussi délicat & sujet à des variations. Cet Auteur montre l'avantage qui résulte de cette figure du fond pour l'emboîtement mutuel des deux rangs opposés d'alvéoles, & partant pour la solidité de l'ouvrage entier. Je serois fort porté à croire (avec le P. *Boscowich*), que l'égalité supposée des angles des rhombes du fond & de ceux des trapezes des faces d'un alvéole, est le principe qui a guidé M. *Maraldi* dans l'estimation de ces angles; & cette supposition, (quoique purement arbitraire), devoit le conduire à la vérité. Au reste, ni cet Astronome-physicien, ni l'Historien de l'Académie, n'ont vu dans cette figure deux avantages principaux dont il sera question dans la suite de ce Mémoire. (Voyez l'Histoire & les Mémoires de l'Académie des Sciences de Paris pour 1712.).

M. de *Réaumur* est le premier qui ait soupçonné quelque vue économique dans la figure du fond des alvéoles. Il en proposa la recherche à quelques Géometres, & entr'autres à M. *Kœnig*. Ce Mathématicien changea en certitude le soupçon du Naturaliste. M. *Kœnig* ayant remis à l'Académie des Sciences de Paris le développement de cette intéressante question, l'éloquent Historien de l'Académie l'expose avec sa netteté ordinaire dans l'Histoire de 1739. On regrette de n'y trouver qu'une ébauche bien légere de la méthode du Mathématicien.

Cette matiere a été ensuite traitée par deux Mathématiciens du premier rang, M. *Mac-Laurin* (dans les Transactions philosophiques pour 1743); & le P. *Boscowich* (dans ses Remarques sur le Poëme de *Stay*). Un des procédés du P. *Boscowich* est presque entiérement conforme à celui de *Mac-Laurin* (dont cependant il n'a pu se procurer le travail); & il l'est encore au développement de la même matiere que mon concitoyen, M. le Prof. *Cramer*, donna en son temps à M. *Kœnig* lui-même, mais qui n'a pas été publié.

§. 4. Tous ces Mathématiciens ont regardé cette matiere comme passant les forces de la Géométrie élémentaire; & comme exigeant de toute

né-

néceſſité l'application des principes généraux de la théorie des *maxima* & *minima*, fondés ou ſur le calcul différentiel, ou ſur les limites des rapports. *La grande merveille* (dit l'Hiſtorien de l'Académie,) *eſt que la détermination de ces angles* (des rhombes du fond), *paſſe de beaucoup les forces de la Géométrie commune, & n'appartient qu'aux nouvelles méthodes fondées ſur la théorie de l'infini.* M. *de Réaumur* ne s'exprime pas d'une maniere moins poſitive dans le 8ᵉ de ſes Mémoires ſur les Inſectes. *M. Kœnig a très-bien remarqué que ce problême n'eſt pas de ceux qu'on pouvoit réſoudre du temps de Pappus. Quelle idée cet ancien Géometre n'eût-il pas eu de la Géométrie des Abeilles, ſi, outre les avantages du tube hexagone, il eût connu ceux du fond pyramidal? Il falloit que les méthodes des nouveaux calculs fuſſent découvertes, que nous fuſſions en état de réſoudre par le moyen de l'analyſe des infiniment petits les queſtions* de maximis et minimis, *pour ſavoir à quel point de perfection & d'économie l'architecture des Abeilles eſt portée.* L'Auteur d'un Dictionnaire juſtement eſtimé, mais plus Naturaliſte que Mathématicien, préſente même ce problême comme un des plus difficiles de la Géométrie, en le ſurchargeant de conditions contradictoires: *Faire tenir dans le plus petit eſpace poſſible le plus grand nombre de cellules & les plus grandes poſſibles, avec le moins de matiere poſſible.*

Lors même qu'on accorderoit aux Abeilles une intelligence mathématique, je me propoſe de montrer qu'il ſuffiroit de leur ſuppoſer les méthodes des *Euclide* ou des *Archimede*, ſans leur attribuer celles des *Newton* ou des *Leibnitz*, en faiſant voir que la détermination du fond des alvéoles répondant au *maximum* d'économie n'exige que des propoſitions très-ſimples de Géométrie élémentaire. Cette différence de méthode peut paroître peu importante aux yeux des Mathématiciens; ſur-tout depuis que pluſieurs Géometres ont travaillé avec le plus grand ſuccès à dégager les principes des calculs ſupérieurs de toute idée de l'infini, en les réduiſant à l'idée très-lumineuſe & très-ſatisfaiſante des limites des rapports. (Voyez entr'autres, après les Ouvrages de *Newton*, ceux de Mrs. *Mac-Laurin* & *Robins* en Angleterre, d'*Alembert* & *Couſin* en France, *Kæſtner* & ſurtout *Karſten* en Allemagne.) Mais, lors même qu'on regarderoit les deux

méthodes comme très-peu différentes dans les Mathématiques pures, il me paroîtroit important de les distinguer avec soin dans les Mathématiques mixtes; dans lesquelles les applications doivent être aussi élémentaires & aussi lumineuses qu'il est possible. Il est bien difficile qu'une même personne ait approfondi avec le même succès deux sciences, l'une & l'autre aussi vastes & aussi séduisantes que le sont les Mathématiques & l'Histoire naturelle, p. ex.; tandis que l'étude plus particuliere de l'une d'elles n'exclut pas la connoissance des éléments de l'autre.

§. 5. *LEMME.* Soit un Triangle rectangle dont une jambe de l'angle droit est donnée. Lorsque l'excès d'une droite qui a à l'hypothénuse un rapport donné de plus grande inégalité, sur l'autre jambe de l'angle droit, est le plus petit, l'hypothénuse & cette seconde jambe sont entr'elles dans le rapport donné.

Pl. II. Fig. 1. Soit ACX un triangle rectangle dont une jambe AC de l'angle droit est donnée: Soit n un nombre plus grand que l'unité. Lorsque $n \times AX - CX$ est la plus petite: $AX : CX = n : 1$. Que cette différence soit CY. Puisque $n \times AX - CX = CY$; $n \times AX = XY$. Donc $XY : AX = n : 1$. Mais $XY : AX =$ sin XAY : sin Y. Donc sin XAY : sin $Y = n : 1$.

Donc le rapport des sinus des angles XAY & Y est donné; & en particulier le sinus de l'angle Y est le plus grand, lorsque le sinus de l'angle XAY est le plus grand. Dans le triangle rectangle ACY, l'angle Y est aigu; donc cet angle (Y) est d'autant plus grand que son sinus est plus grand; mais ce sinus est le plus grand lorsque le sinus de l'angle XAY est le plus grand, savoir lorsque l'angle XAY est droit. Alors les triangles rectangles XCA, XAY sont équiangles; & partant $AX : CX = XY : AX = n : 1$. Donc, lorsque l'angle Y est le plus grand, & partant la ligne CY, ou la quantité $n \times AX - CX$, la plus petite, $AX : CX = n : 1$.

SCHOLIE. Ce Lemme trouve de fréquentes applications dans les questions *de maximis et minimis.*

Digitized by Google

§. 6. *État de la question.* Soit un prisme droit hexagone à base réguliere. Soient DA, DB, deux côtés adjacents de cette base; C, son centre; $A'ADD'$, $B'BDD'$, deux faces indéfinies de ce prisme. Soient menés les rayons CA, CB, CD, & que la diagonale AB rencontre en E le rayon CD. Les triangles CAD, CBD, étant des triangles équilatéraux, les triangles ACB, ADB peuvent convenir; & en particulier, $EC = ED$. Sur l'arrête DD' soit pris un point quelconque X; par ce point & par la diagonale AB soit fait passer un plan qui retranchera une pyramide $ABDX$, ayant pour base le triangle ABD, & pour hauteur la ligne DX. Soit fait tourner cette pyramide autour de la ligne AB, jusqu'à ce que le point D tombe sur le centre C: la ligne DX revêtira la position CS perpendiculaire à la base du prisme; & le triangle AXB revêtira la position ASB, de maniere que les quatre points A, X, B, S, seront dans un même plan. Pl. II. Fig. 2.

Soit faite la même opération sur chacune des deux autres arrêtes alternatives à DD'; en prenant sur ces arrêtes les lignes DX égales à la premiere. On obtiendra un solide terminé par trois rhombes tels que $ASBX$; & par des parties des faces du premier prisme, telles que $A'AXD'$, $B'BXD'$. Ce solide différera du prisme, seulement par la transposition de trois pyramides, telles que $ADBX$, de la position $ADBX$ dans la position $ACBS$; & partant ce solide & ce prisme auront des capacités égales. Mais ces deux solides pourront différer quant à la surface. A la base du prisme & à six triangles tels que ADX, on a substitué trois rhombes tels que $ASBX$; ou (en prenant par-tout la 6[me] partie,) à la somme des triangles ABD, ADX, on a substitué le triangle ABX. Partant la surface du prisme sera ou plus grande que la surface du solide terminé par un fond rhomboïde, ou égale à elle, ou plus petite qu'elle, suivant que la somme des triangles ABD & ADX, sera plus grande que le triangle ABX, égale à lui ou plus petite que lui. Et en particulier, la premiere surface étant plus grande que la seconde, leur différence est proportionelle à l'excès de la somme des triangles ABD, ADX, sur le triangle ABX. Et partant la différence des deux surfaces, (savoir la diminution de la sur-

Digitized by Google

face, quand au prisme ou substitue le solide à fond rhomboïde), est la plus grande, lorsque la différence $ABD + ADX - ABX$ ou $ABD - (ABX - ADX)$, est la plus grande; c'est à dire, à cause du triangle constant ABD, lorsque la quantité $ABX - ADX$ est la plus petite.

§. 7. *Solution de la question.* Soit menée la ligne EX. Les triangles ABX & ADX sont proportionels aux rectangles $AB \times EX$ & $AD \times DX$. Donc la quantité $AB \times EX - AD \times DX$ doit être un *minimum;* ou, la quantité $\frac{AB}{AD} \times EX - DX$ doit être un *minimum.* Or le rapport de AB à AD est un rapport donné de plus grande inégalité; & dans le triangle rectangle EDX, la jambe ED de l'angle droit est donnée. Donc (§. 5^e) la différence $\frac{AB}{AD} \times EX - DX$ étant la plus petite, $EX : DX = \frac{AB}{AD} : 1 = AB : AD = \sqrt{3} : 1.$ Donc, dans le cas de la plus grande diminution de surface, $EX^2 : DX^2 = 3 : 1$. Alors les quarrés des lignes AX, EX, AE, DX, ED, sont entr'eux comme les nombres - - 9, 3, 6, 1, 2.

En particulier, les demi-diagonales AE, EX, & partant les diagonales entieres de l'un des rhombes tel que $ASBX$, sont entr'elles comme la diagonale d'un quarré est à son côté. Ce rhombe est celui qui est engendré par la section d'un octaèdre régulier par un plan passant par deux de ses sommets opposés & par la hauteur d'une des faces abaissée de l'un de ces sommets.

SCHOLIE. La question peut aussi être résolue par l'Algebre élémentaire comme il suit.

Soit $ED = a$; $DX = x$; & partant $EX = \sqrt{(aa + xx)}$. La quantité $\sqrt{3} \times \sqrt{(aa + xx)} - x$ doit être un *minimum.* Soit en général cette quantité désignée par m; & soit résolue l'équation $\sqrt{3} \times \sqrt{(aa + xx)} - x = m$: On trouve $2x = m \pm \sqrt{(3mm - 6aa)}$. Pour que la valeur de x soit réelle, la quantité $\sqrt{(3mm - 6aa)}$ doit

être réelle; donc la quantité $3mm - 6aa$ ne doit pas être négative; donc $3mm$ ne doit pas être plus petit que $6aa$; donc la plus petite valeur de m a lieu lorsque $3mm = 6aa$; ou $m = a\sqrt{2}$. Alors $2x = m$; & partant $2xx = aa$: ce qui s'accorde avec ce qui précede. Ce procédé est, comme on sait, applicable à toutes les fonctions du second degré susceptibles de limites, & son application au sujet particulier de ce Mémoire me fut développée par M. *Le Sage*, lorsque j'avois le bonheur de profiter de ses instructions.

§. 8. Soit $AXBS$ un rhombe dans lequel le côté AX & les diagonales SX, AB, sont entr'eux comme les nombres $\sqrt{3}$, 2, & $2\sqrt{2}$: Soit SZ perpendiculaire à AX. Les triangles rectangles AEX, SZX, sont équiangles: partant $AX : EX = SX : XZ$; ou, $AX : SX = SX : 2XZ$. Donc $AX : 2XZ = AX^2 : SX^2 = 3 : 4$; ou $AX : XZ = 3 : 2$. Donc $AX : AZ = 3 : 1$; ou $AS : AZ = 3 : 1$, savoir le cosinus d'un des angles de ce rhombe est le tiers du rayon. Pl. II. Fig. 3.

On trouve par les Tables, que cet angle vaut un peu moins que 70°. 31'. 44"; & partant les angles d'un des rhombes du fond sont, 70°. 31'. 44" & 109°. 28'. 16" à peu près.

Cet accord, même dans les minutes, des résultats déduits de la théorie avec ceux que M. *Maraldi* dit avoir déduits de l'observation, seroit bien surprenant (sur-tout en ayant égard aux variations accidentelles qui ont lieu dans les figures des cellules), si cette derniere avoit été le seul guide de ce Physicien. Mais il est encore plus surprenant que, dans un calcul si simple, les angles que nous venons de trouver, different de plus de deux minutes de ceux que donne M. *Kœnig*. Cette différence, & une autre plus importante que nous trouverons dans peu, me font regretter que le Mémoire de ce Mathématicien n'ait pas été publié.

Dans le triangle AXD la ligne DX est aussi le tiers de AX; & partant le cosinus de l'angle AXD est aussi le tiers du rayon. Donc l'angle AXD est égal à un angle aigu du rhombe $AXBS$; & l'angle AXD' est égal à un angle obtus du même rhombe. Ainsi les angles plans qui Pl. II. Fig. 2.

Digitized by Google

forment tous les angles ſolides du fond d'un alvéole, ſont égaux entr'eux, ou ſuppléments les uns des autres; ſavoir, l'angle ſolide en S eſt formé par trois angles plans égaux à ceux des angles ſolides alternatifs formés en X; & les angles ſolides alternatifs à l'angle ſolide A ſont auſſi formés par quatre angles plans égaux entr'eux & ſuppléments des premiers. L'angle ſolide en X étant formé par trois angles plans égaux entr'eux, les inclinaiſons mutuelles de ſes trois faces ſont les mêmes; & en particulier l'inclinaiſon du plan $AXBS$ à chacune des faces $A'AXD'$, $B'BXD'$, eſt égale à l'inclinaiſon de ces deux faces. Mais cette derniere inclinaiſon eſt le tiers de toute la quantité angulaire autour d'un point ſur un plan, ou de la quantité angulaire dans l'eſpace autour d'une ligne; donc auſſi chacune de ces inclinaiſons eſt le tiers de cette quantité angulaire. Or l'angle ſolide formé en S peut convenir avec l'angle ſolide formé en X. Donc auſſi l'inclinaiſon mutuelle de chacune des faces du fond eſt égale à l'inclinaiſon de deux plans de l'alvéole; & trois des angles ſolides ſimples formés par les plans adjacents d'un alvéole rempliſſent l'eſpace autour d'une ligne.

En conſidérant un ſeul alvéole, la conſtance des inclinaiſons, ſoit des lignes ſoit des plans qui entrent dans ſa compoſition, a dû contribuer beaucoup à la facilité de ſa conſtruction par un méchaniſme général. Et en conſidérant un gâteau entier compoſé de deux rangs oppoſés de cellules, il en découle l'emboîtement mutuel de ces deux rangs ſans laiſſer aucun vuide; ce qui contribue à la ſolidité de l'ouvrage, à l'économie de la place, & à l'économie de la cire, (un rhombe du fond étant toujours commun à deux cellules oppoſées).

§. 9. Les lignes AB, ED, AD, DX, EX, étant entr'elles comme les nombres $2\sqrt{6}$, $\sqrt{2}$, $2\sqrt{2}$, 1, $\sqrt{3}$; & les ſurfaces des trois triangles - - ABD, ADX, ABX, étant entr'elles comme les trois
rectangles - - $AB \times ED$, $AD \times DX$, $AB \times EX$;
ces trois triangles ſont entr'eux
comme les nombres - $\sqrt{6}$, 1, & 3.

Digitized by Google

Et partant la ſurface de la baſe eſt à la diminution de la ſurface, comme $\sqrt{6}$ eſt à $\sqrt{6} - 2$; ou comme 1 eſt à $1 - \frac{1}{3}\sqrt{6}$. Subſtituant à $\sqrt{6}$ ſa valeur approchée $\frac{49}{20}$, ce rapport eſt à peu près celui de 60 à 11; & partant l'économie eſt à peu près les $\frac{11}{60}$, environ les $\frac{2}{11}$ de la baſe. La petiteſſe de cette économie eſt contraire à l'aſſertion de M. de *Réaumur* dans le Mémoire déjà cité. *M. Kœnig a démontré que les Abeilles ménagent en entier la quantité de cire qui ſeroit néceſſaire pour un fond plat.* L'économie réelle eſt moindre que $\frac{1}{5}$me de cette derniere.

Soit r le rayon du cercle inſcrit à la baſe; & h la hauteur d'un priſme droit hexagone égal à un alvéole & de même baſe que lui. La ſurface totale de l'alvéole eſt à la ſurface totale du priſme (une baſe non compriſe), dans le rapport de $2h + r \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ à $2h + r$; ou de $\frac{2h}{r} + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ à $\frac{2h}{r} + 1$. Or, ſuivant les meſures de Mrs. *Maraldi* & *Réaumur*, le rayon de la baſe des alvéoles moyens eſt $1\frac{1}{5}$ ligne, & la hauteur eſt 5 lignes; partant la ſurface d'un alvéole des Abeilles ouvrieres eſt à la ſurface du priſme égal & de même baſe, comme $\frac{25}{3} + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ eſt à $\frac{28}{3}$, ou comme $25 + \sqrt{6}$ eſt à 28. Subſtituant à $\sqrt{6}$ ſa valeur approchée $\frac{49}{20}$, ce rapport eſt à peu près celui de 549 à 560; & il differe peu de celui de 50 à 51. Partant, en rapportant l'économie de la cire à la dépenſe totale, la premiere n'eſt que $\frac{1}{51}$ de la derniere; ou la matiere employée pour faire 50 cellules à fonds plats ſuffit pour faire ſeulement 51 cellules à fonds rhomboïdes.

§. 10. Dans ce qui précede j'ai ſuppoſé le priſme de même baſe & de même capacité que l'alvéole donné de grandeur & d'eſpece: je paſſe à la recherche de l'eſpece de ce priſme ou de l'alvéole qui en eſt tiré, pour que, leur capacité reſtant la même, la ſurface du dernier ſoit la plus petite. La ſurface de l'alvéole eſt à la ſurface du priſme, comme $2h + r \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ eſt à $2h + r$; ou comme $2hr + rr \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ eſt à $2hr + rr$; ou

Digitized by Google

comme $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\left(2hr \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} + rr\right)$ eſt à $2hr + rr$. Mais le rapport du contour d'un hexagone régulier au rayon du cercle inſcrit étant un rapport conſtant, la ſurface du priſme eſt proportionelle au dernier terme; donc auſſi la ſurface de l'alvéole eſt proportionelle au premier; ſavoir la ſurface de l'alvéole a un rapport donné (celui de $\sqrt{2}$ à $\sqrt{3}$) à la ſomme de la baſe du priſme duquel il eſt tiré, & de la ſurface latérale du même priſme augmentée dans le rapport de $\sqrt{3}$ à $\sqrt{2}$; ou, la ſurface de l'alvéole eſt proportionnelle à la ſurface d'un priſme de même baſe que le priſme duquel il eſt tiré, & dont la hauteur eſt plus grande que celle de ce dernier dans le rapport de $\sqrt{3}$ à $\sqrt{2}$. Pour abréger: ſoient déſignés par P & P' deux priſmes de même baſe, dont l'un eſt égal à l'alvéole, & dont l'autre eſt plus grand que lui dans le rapport de $\sqrt{3}$ à $\sqrt{2}$. La ſurface de l'alvéole ſera la plus petite lorsque la ſurface du priſme P' ſera la plus petite.

La ſolidité du priſme P ou de l'alvéole étant donnée, la ſolidité du priſme P' qui lui eſt proportionnelle eſt auſſi donnée. Mais la ſolidité d'un priſme droit dont la baſe eſt circonſcriptible à un cercle étant donnée, la ſurface de ce priſme (une de ſes baſes non compriſe) eſt la plus petite, lorsque ſa hauteur eſt égale au rayon du cercle inſcrit à ſa baſe, (ainſi qu'il eſt très-aiſé de le démontrer, ſoit par les éléments, ſoit par le calcul différentiel;) partant la ſurface du priſme P' eſt la plus petite lorsque ſa hauteur eſt égale au rayon du cercle inſcrit à ſa baſe. Donc auſſi la ſurface d'un alvéole eſt la plus petite lorsque la hauteur du priſme duquel il eſt tiré, augmentée dans le rapport de $\sqrt{3}$ à $\sqrt{2}$, eſt égale au rayon du cercle inſcrit à ſa baſe; ou lorsque cette hauteur eſt à ce rayon comme $\sqrt{2}$ eſt à $\sqrt{3}$; & partant lorsque cette hauteur eſt au côté de la baſe dans le rapport de 1 à $\sqrt{2}$, ou du côté d'un quarré à ſa diagonale.

Dans ce cas le rapport de $\frac{2h}{r} + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ à $\frac{2h}{r} + 1$, qui eſt celui de la ſurface de l'alvéole à la ſurface du priſme P (§. 9.), ſe change dans celui de $\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ à $\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}} + 1$ ou de 1 à $\frac{2}{3} + \frac{1}{\sqrt{6}}$. Ce rapport eſt à

peu

peu près celui de 147 à 158. Partant l'économie auroit été plus grande que $\frac{1}{15}$ de la ſurface du priſme P; ou, la cire néceſſaire pour faire 14 cellules à fonds plats auroit été plus que ſuffiſante pour en faire 15 à fonds rhomboïdes.

§. 11. Je paſſe à déterminer le rapport de la ſurface d'un alvéole (à fond rhomboïde) de l'eſpece employée par les Abeilles, à la ſurface d'un alvéole égal qui donne le *minimum minimorum* de ſurface. Soient A & a deux alvéoles égaux: R & r les rayons des cercles inſcrits à leurs baſes; H & h leurs hauteurs. La ſurface totale du premier eſt à la ſurface totale du ſecond, comme $RR\left(\frac{2H}{R}+\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)$ eſt à $rr\left(\frac{2h}{r}+\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)$. Les ſolidités de ces deux alvéoles étant égales: $RRH = rrh$; ou $R^3 \times \frac{H}{R} = r^3 \times \frac{h}{r}$. Que l'alvéole A ſoit celui qui jouit de la propriété du *minimum minimorum* de ſurface; en ſorte que $\frac{R}{H} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$. Le premier rapport ſe change dans celui de $3RR \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ à $rr \times \left(\frac{2h}{r}+\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)$. L'égalité des capacités donne l'équation $R = r \times \sqrt[3]{\frac{h}{r}} \times \sqrt[6]{\frac{3}{2}}$. De là le rapport des ſurfaces des alvéoles A & a devient celui de 1 à $\sqrt{\frac{2}{3}} \times \sqrt[3]{\frac{2h}{3r}} \times \frac{1}{3}\sqrt[3]{\frac{2rr}{3hh}}$. Soit a un alvéole moyen des Abeilles ouvrieres, dans lequel $\frac{h}{r} = \frac{25}{6}$; ce rapport devient à peu près celui de 100 à 126, & differe peu de celui de 4 à 5; ſavoir, la cire employée à faire 5 alvéoles jouiſſant de la propriété du *minimum minimorum* de ſurface, ne ſuffiroit pas pour conſtruire 4 alvéoles de même capacité, de l'eſpece de ceux que les Abeilles conſtruiſent en effet.

Réciproquement je trouve, d'après les mêmes données, que ſi un alvéole jouiſſant de la propriété du *minimum minimorum* de ſurface, & un alvéole ſemblable aux alvéoles moyens des Abeilles, ont des ſurfaces égales,

Digitized by Google

la ſolidité du premier eſt à la ſolidité du ſecond dans un rapport plus grand que celui de 144 à 100 ou de 36 à 25: en ſorte que deux alvéoles de la premiere eſpece ſeroient à peu près auſſi grands que trois de la ſeconde.

§. 12. Non ſeulement des alvéoles hexagones, terminés par des fonds rhomboïdes tels que ceux des Abeilles, pourroient donner lieu à une économie plus grande que celle qui a lieu réellement, en ſe permettant de changer leur eſpece ou le rapport de leurs dimenſions; mais encore ce fond rhomboïde n'eſt pas celui qui répond à la plus grande économie de matiere pour chaque alvéole en particulier, comme je vais le faire voir par un ou deux exemples.

Suppoſons que le fond d'un alvéole (au lieu d'être formé par trois rhombes) ſoit formé par ſix triangles, qui ſoient les faces d'une pyramide droite dont la baſe eſt parallele à la baſe de l'alvéole. Je vais prouver qu'il y aura telle de ces pyramides qui donnera une économie de cire plus grande que celle que donne le fond rhomboïde.

Pl. II. Fig. 4. Soit CA le rayon du cercle inſcrit à la baſe d'un priſme droit; ſoit CC' l'axe de ce priſme, & AA' une droite parallele à cet axe menée par A. Par un point quelconque Z de l'axe ſoit fait paſſer un plan parallele à la baſe du priſme. Soit ZX le rayon du cercle inſcrit à la ſection du priſme par ce plan; & ſoit $SZ = 3\,CZ$. La pyramide ayant pour hauteur SZ & pour baſe cette derniere ſection, ſera égale au priſme de même baſe ayant CZ pour hauteur. A la ſomme de la ſurface latérale & de la ſurface d'une des baſes du priſme, on aura ſubſtitué la ſurface des faces de la pyramide. Ces trois ſurfaces ſont entr'elles comme $2\,CZ$, AC, & SX. Partant la ſurface retranchée ſera ou égale à la ſurface qui lui eſt ſubſtituée, ou plus grande qu'elle, ou plus petite qu'elle; ſuivant que la ſomme de $2\,CZ$ & de AC ou XZ, ſera, ou égale à SX, ou plus grande, ou plus petite qu'elle: & en particulier la diminution de la ſurface ſera la plus grande, lorsque l'excès de $2\,CZ + AC$ ſur SX ſera le plus grand; c'eſt à dire, à cauſe de la conſtante AC, lorsque $SX - 2\,CZ$ ſera le plus petit, ou, lorsque $SX - \frac{2}{3}\,SZ$ ou $\frac{3}{2}\,SX - SZ$ ſera le plus petit. Mais (§. 5^e) dans le triangle rectangle SXZ dont une jambe XZ de

l'angle droit eſt donnée de grandeur, la différence $\frac{3}{2} SX - SZ$ eſt la plus petite, lorſque $SX : SZ = 3 : 2$. Donc la diminution de la ſurface, provenant de la ſubſtitution de la pyramide au priſme égal & de même baſe, eſt la plus grande, lorſque la hauteur d'une des faces de la pyramide, la hauteur même de la pyramide, & le rayon du cercle inſcrit à ſa baſe, ſont entr'eux comme les nombres 3, 2, $\sqrt{5}$. La ſurface de la baſe du priſme eſt à la diminution de la ſurface dans le rapport de $\sqrt{5}$ à $\sqrt{5} + \frac{4}{3} - 3$, ou de $\sqrt{5}$ à $\sqrt{5} - \frac{5}{3}$; ou de 1 à $1 - \frac{1}{3}\sqrt{5}$. Ce rapport differe peu de celui de 4 à 1; & approche extremement de celui de 51 à 13.

Appliquant cette détermination générale aux priſmes droits hexagones à baſe réguliere, & de là aux alvéoles terminés par des fonds rhomboïdes: on trouve que la plus grande diminution de ſurface pour le fond pyramido-hexagone eſt à la plus grande diminution pour le fond rhomboïde, comme $1 - \frac{1}{3}\sqrt{5}$ eſt à $1 - \frac{1}{3}\sqrt{6}$; ſavoir à peu près dans le rapport de 15 à 11 ou de 25 à 18.

Scholie. De là on pourroit déduire (à l'exemple du §. 10[e]), l'eſpece du ſolide priſmatico-pyramidal, dont la ſurface (ſa baſe non-compriſe) ſeroit la plus petite. On trouveroit que la hauteur du priſme de même baſe & de même capacité eſt au rayon du cercle inſcrit à ſa baſe dans le rapport de $\sqrt{5}$ à 3, ou à peu près de 3 à 4.

On pourroit faire encore ſur le fond d'un alvéole de grandeur donnée pluſieurs ſuppoſitions qui tendroient à en diminuer la ſurface. Par exemple, on pourroit ſuppoſer que ce fond doit être une pyramide droite tronquée parallelement à ſa baſe. Déſignant par R le rayon du cercle inſcrit à la baſe du priſme, & par r le rayon du cercle inſcrit à la petite baſe de la pyramide tronquée: on trouve (par une ſimple différentiation) que le rapport de r à R, dans le cas du *minimum*, eſt déterminé par l'équation $r^3 + 2r^2 R + rR^2 = R^3$, dans laquelle r vaut très-ſenſiblement $\frac{4\ 655\ 713}{10\ 000\ 000} R$. Et la ſurface de la baſe du priſme eſt à la diminution de la ſurface, très-ſenſiblement dans le rapport de 1000,000 à 279, 118; ou, à peu près, de 25 à 7.

Digitized by Google

§. 13. Je ferai fort court fur les conféquences téléologiques qui découlent des propofitions développées dans ce Mémoire. Cette matiere eft trop délicate & trop au deffus de ma foible portée pour que je doive me permettre de longues réflexions. Qu'il me fuffife d'en déduire un nouvel exemple de la défiance avec laquelle des êtres bornés doivent procéder dans les jugements qu'ils portent fur les fins de l'intelligence infinie, fur leur dépendance & fubordination mutuelle, & fur les moyens qu'elle emploie pour les obtenir. Qu'on regarde l'économie de la matiere comme étant le premier ou même l'unique but auquel doit être rapporté le travail admirable des Abeilles, on fera confirmé dans cette opinion, tant par la figure de la bafe que par la figure du fond des alvéoles, defquelles réfultent l'emboîtement mutuel de deux ordres oppofés d'alvéoles, & l'appofition mutuelle des plans des alvéoles adjacents. Et quoique chaque alvéole en particulier ne jouiffe pas de la propriété du *minimum* de furface, relativement à tout autre folide de même capacité qu'elle, le gâteau compofé de ces cellules peut jouir de la propriété du *minimum* de furface, par la diminution du travail provenante de l'une & l'autre de ces figures. De là l'exclufion de l'hémifphere (qui jouit de la propriété du *minimum minimorum* de furface, fa bafe non-comprife,) & des folides tels que ceux qui font mentionnés dans le §. 12^{me}, (dont les fonds ne font pas propres à remplir un efpace fans laiffer aucun vuide). On eft encore confirmé dans cette fuppofition par l'égalité qui a lieu dans les inclinaifons foit des lignes foit des plans qui entrent dans la compofition des alvéoles: égalité qui doit contribuer à la facilité de leur conftruction, & partant à l'économie des moyens & du temps.

Cependant, lorsqu'on découvre que l'économie de matiere qui a réellement lieu, eft fi petite en comparaifon de celle qui auroit pu avoir lieu, en forte que la matiere épargnée, au lieu d'être $\frac{1}{51}^{me}$ du total, auroit pu en être plus que la $\frac{1}{5}^{me}$ partie (§§. 9^{e} & 11^{me}): on eft fortement tenté de revenir de cette fuppofition, & de regarder l'économie comme un but fecondaire, qui eft fubordonné à quelqu'autre but principal, ou qui en eft tout au moins modifié. En examinant l'alvéole qui jouit de la propriété du

minimum minimorum de ſurface (& qui eſt égal à un priſme de même baſe dont la hauteur eſt au diametre du cercle inſcrit dans le rapport de 1 à $\sqrt{6}$ (§. 10ᵉ) ou environ de 2 à 5,) on s'apperçoit que cet alvéole ayant une profondeur ſi petite en comparaiſon des dimenſions de ſa baſe, ſeroit peu propre à mettre les germes à l'abri des injures de l'air & des inſectes deſtructeurs. On eſt donc porté à croire que l'emplacement des germes le plus ſûr & le plus propre à la conſervation & à la propagation de l'eſpece eſt un but principal, auquel l'économie eſt ſubordonnée. On eſt même tenté de ſoupçonner que ce dernier but pourroit n'entrer pour rien dans la compoſition des alvéoles, lorsqu'on fait attention qu'il peut être regardé comme une dépendance néceſſaire du premier. La ſolidité de l'édifice entier d'une ruche, (ſi néceſſaire pour la ſureté de la propagation de l'eſpece), paroit exiger que les alvéoles ſoient propres à remplir par leur répétition un eſpace indéfini; & que les rangs oppoſés d'alvéoles rentrent, s'il eſt poſſible, les uns dans les autres: conditions qui ſont très-heureuſement remplies par des priſmes droits hexagones, (excluſivement aux priſmes triangulaires & quadrangulaires quant au ſecond égard,) terminés par des fonds tels que ceux que la théorie & l'obſervation s'accordent (à peu près) à aſſigner aux alvéoles.

§. 14. *Digression.* Nous avons vu que l'alvéole jouiſſant de la propriété du *minimum minimorum* de ſurface eſt égal à un priſme de même baſe dont la hauteur eſt au rayon du cercle inſcrit, dans le rapport de $\sqrt{2}$ à $\sqrt{3}$ (§. 10ᵉ). De là & des déterminations contenues dans le §. 7ᵉ on déduit que la hauteur de ce priſme eſt au côté d'un des rhombes du fond comme 2 eſt à 3. Soient Dd, Aa, Bb, les hauteurs de ce priſme, en ſorte que Pl. II. Fig. 2.

$AX : Dd$ ou $Aa = 3 : 2.$

Or $DX : AX = 1 : 3.$ (§. 7ᵉ)

Donc $DX : Dd = 1 : 2.$ Donc $DX = dX$: &

$AX = Aa + dX,$

ſavoir les deux côtés paralleles d'un des plans trapezes de l'alvéole jouiſſant de la propriété du *minimum minimorum* de ſurface ſont l'un double de l'au-

Digitized by Google

tre; & leur ſomme eſt égale au côté des plans rhomboïdes qui forment le fond de cet alvéole.

Soient deux pareils alvéoles oppoſés par la baſe, de maniere que les grands côtés des pans de l'un & les petits côtés des pans de l'autre ſoient en ligne droite. L'aſſemblage de ces deux alvéoles formera un ſolide terminé par 12 rhombes, & qu'on peut appeler *dodécarhombe.*Képler (*) doit s'en être occupé dans ſes *Harmoniques,* ainſi que je l'apprens par le §. 88[e] des Remarques de M. *Lambert* déjà citées (§. 1[er]). Mais je ne ſais s'il en a remarqué les principales propriétés.

1°. Ce ſolide eſt propre à remplir par ſa répétition un eſpace indéfini ſans laiſſer aucun vuide, (ce qui découle immédiatement de ce qui a été démontré dans les §§. 8[e] & 10[e]).

2°. Ce ſolide eſt circonſcriptible à une ſphere, & le rayon de cette ſphere eſt égal à la droite qui joint les centres de deux faces adjacentes de ce ſolide. J'ai appris de M. *Le Sage* que *P. Horrebow* (Aſtronome Danois) s'eſt occupé de ce ſolide, ſur-tout ſous ce dernier point de vue, dans ſon Ouvrage qui a pour titre: *Clavis Aſtronomiæ, ſive Aſtronomiæ Pars phyſica;* & qu'il en a fait une application intéreſſante à l'arrangement des boules égales. Mais les découvertes de M. *Le Sage* ſur les branches les plus importantes de la Phyſique générale l'ont conduit à s'occuper de cet arrangement d'une maniere plus complette & plus lumineuſe (avant qu'il eût aucune connoiſſance des travaux de ſon prédéceſſeur); ainſi qu'on peut en voir une légere ébauche dans ſon *Eſſai de Chymie méchanique*, couronné par l'Académie de Rouen.

3°. Ce ſolide jouit de la propriété du *minimum minimorum* de ſurface, non ſeulement relativement à tout priſme hexagone, ou à tout ſolide priſmatique terminé par des fonds rhomboïdes, mais encore relativement à

(*) *Ex duodecim planis rhombis certæ proportionis diagonorium fit rhombus ſolidus, figura cellulæ apiariæ, quantum ad latera ſex, & fundum triangularem ſolidum. Sex enim rhombi congruentes ſic ut obtuſi obtuſis, acuti acutis applicentur, tres habent obtuſangulos hiatus; tria etiam paria acutorum extantia ſupra, totidemque infra. Congruunt igitur trium utrinque rhomborum, obtuſis conjunctorum, ternæ eminentiæ in hiatus; recipiuntque ſuis hiatibus illorum eminentias.*
Kepler Harmonic. Mundi, Prop. 27.

Digitized by Google

tout solide prismatique. En effet un dodécarhombe & un cylindre d'Archimede, (qui a une surface totale moindre qu'aucun solide prismatique de même capacité,) étant égaux en solidité, la surface du dodécarhombe est à la surface du cylindre dans le rapport de la racine quarrée de 2 à la racine cubique du nombre qui exprime la circonférence d'un cercle dont le diametre est l'unité. Ce rapport est à peu près celui de 2414 à 2500; & s'éloigne peu de celui de 24 à 25. Réciproquement, un dodécarhombe & un cylindre d'Archimede ayant des surfaces totales égales, la solidité du dodécarhombe est à celle du cylindre, comme la racine quarrée de la circonférence d'un cercle dont le diametre est l'unité, est à la racine 4^{me} de 8: rapport qui s'éloigne peu de celui de 1054 à 1000; & tient un milieu entre le rapport de 19 à 18 & celui de 20 à 19.

Par conséquent, si chaque alvéole avoit pu être un demi-dodécarhombe, il auroit joui de la propriété du *minimum* de surface, non seulement relativement à un prisme hexagone de même base & de même capacité, mais encore relativement à un solide prismatique quelconque.

APPENDICE.

Démonstration élémentaire de la Proposition suivante:

De tous les prismes donnés de grandeur, & dont le nombre des côtés de la base est donné, le prisme droit dont la base est réguliere, & dont la hauteur est égale au rayon du cercle inscrit à la base, a la plus petite surface, une base non-comprise.

§. a. Je prens pour Lemmes quelques Propositions de *maxima* & *minima* sur les figures planes, démontrées par Pappus & après lui par plusieurs Mathématiciens.

1°. De toutes les figures rectilignes données de grandeur & dont le nombre des côtés est donné, celle qui est réguliere a le plus petit contour, & réciproquement.

Digitized by Google

2°. De deux figures régulieres égales, celle qui a le plus grand nombre de côtés a le plus petit contour, & réciproquement.

§. b. De tous les prismes de même base & de même hauteur le prisme droit a la plus petite surface.

Dém. La base de chacune des faces étant donnée, la surface d'une des faces est la plus petite lorsque sa hauteur est la plus petite. Mais la plus petite valeur de cette hauteur est la hauteur même du prisme; & alors cette face est perpendiculaire au plan de la base. Donc la surface de chaque face, & partant la surface latérale du prisme, est la plus petite lorsque chaque face est perpendiculaire au plan de la base, ou lorsque le prisme est droit.

§. c. En particulier, de tous les parallélipipedes de même base & de même hauteur le parallélipipede droit a la plus petite surface.

§. d. De tous les prismes droits de même hauteur, dont la base est donnée de grandeur & dont le nombre des côtés de la base est donné, celui dont la base est réguliere a la plus petite surface.

Dém. La surface latérale (seule variable) est proportionnelle au contour de la base: donc cette surface est la plus petite lorsque le contour de la base est le plus petit, c'est à dire, (§. a. 1°.) lorsque la base est réguliere.

NB. On montre de même (§. a. 2°.), que de deux prismes droits égaux & à bases régulieres égales, celui dont la base a le plus grand nombre de côtés a la plus petite surface. En particulier le cylindre droit a une surface plus petite qu'aucun prisme de même base & hauteur.

§. e. En particulier de tous les parallélipipedes égaux de même hauteur, le parallélipipede rectangle qui a pour base un quarré, a la plus petite surface.

§. f. De tous les parallélipipedes égaux le cube a la plus petite surface.

Dém. Regardant une face quelconque comme base, elle doit être un quarré, & le parallélipipede doit être rectangle (§. e.). Mais chaque face peut être prise pour base; donc chaque face doit être un quarré. Ou bien: tant

Digitized by Google

tant que quelqu'une des faces n'eſt pas un quarré; le parallélipipede n'a pas la plus petite ſurface. Donc &c.

§. g. Soit un priſme droit à baſe circonſcriptible à un cercle; & que ce cercle ſerve de baſe à un cylindre droit de même hauteur que le priſme (ou ſoit un priſme droit circonſcrit à un cylindre droit). La ſolidité du cylindre eſt à la ſolidité du priſme, comme la ſurface, ſoit totale ſoit courbe, du cylindre eſt à la ſurface, ſoit totale ſoit latérale, du priſme.

Dém. La ſolidité du cylindre eſt à la ſolidité du priſme, comme la baſe du cylindre eſt à la baſe du priſme; c'eſt à dire, (voyez entr'autres la traduction françoiſe des Éléments d'Euclide par M. *de Caſtillon* Fils), comme la circonférence de la baſe du cylindre eſt au contour de la baſe du priſme. La ſurface courbe du cylindre eſt à la ſurface latérale du priſme, comme le contour de la baſe du cylindre eſt au contour de la baſe du priſme; c'eſt à dire, comme la ſurface de la baſe du cylindre eſt à la ſurface de la baſe du priſme; & partant auſſi comme la ſurface totale du cylindre eſt à la ſurface totale du priſme.

Donc la ſolidité du cylindre eſt à la ſolidité du priſme, comme la ſurface, ſoit totale ſoit courbe, du cylindre, eſt à la ſurface, ſoit totale ſoit latérale, du priſme.

§. h. La baſe d'un priſme droit étant donnée d'eſpece & circonſcriptible à un cercle, le rapport des ſurfaces & le rapport des ſolidités de ce priſme & du cylindre ſont égaux à un même rapport donné; & partant ſont donnés.

§. i. De tous les cylindres droits égaux le cylindre d'Archimede a la plus petite ſurface.

Soient deux cylindres droits égaux C & C', dont le premier ſeulement eſt un cylindre d'Archimede. A ces cylindres ſoient circonſcrits des parallélipipedes rectangles P & P': le premier ſera un cube, & le ſecond aura une baſe quarrée, & partant, de la même eſpece que la baſe de P.

Digitized by Google

Donc (§. h.) sol. C : sol C' = sol. P : sol. P'
Mais sol. C = sol. C' (supp.)
Donc - - - - - - - sol. P = sol. P'
Donc (§. f.) surf. P < surf. P'.
Mais (§. h.) surf. C : surf. C' = surf. P : surf. P'.
Donc surf. C < surf. C'.

§. k. De tous les prismes droits égaux dont la base est donnée d'espece & circonscriptible à un cercle, celui dont la hauteur est double du rayon du cercle inscrit à la base a la plus petite surface totale.

La démonstration est déduite du §. précédent de la même maniere que celui-ci est déduit du §. f.

§. l. De tous les prismes droits de même capacité & dont la base est circonscriptible à un cercle, celui dont la hauteur est égale au rayon de ce cercle est tel, que sa surface totale, diminuée de celle d'une de ses bases, est la plus petite.

Dém. Soient prolongées trois des arrêtes d'un prisme droit P du côté de la base omise, jusqu'à ce qu'elles soient égales à elles-mêmes; & par les extrémités de ces prolongements soit fait passer un plan. On obtiendra un prisme P' de même base que le premier & d'une hauteur double; & partant la solidité du prisme P étant donnée, la solidité du prisme P' est aussi donnée. La surface totale du prisme P' est double de la surface du prisme P diminuée de celle d'une de ses bases; & partant cette derniere surface est la plus petite, lorsque la surface totale du prisme P' est la plus petite; savoir (§. k.) lorsque la hauteur du prisme P' est double du rayon du cercle inscrit à sa base. Et partant la surface du prisme P, diminuée de celle d'une de ses bases, est la plus petite, lorsque sa hauteur est égale au rayon du cercle inscrit à sa base.

§. m. Les inverses des propositions précédentes se démontrent aisément d'après les directes.

Il seroit aisé d'appliquer les deux dernieres propositions à des prismes ayant des bases quelconques non-circonscriptibles à un cercle; en substi-

Digitized by Google

tuant au rayon du cercle inſcrit la hauteur d'un triangle dont la baſe & la ſurface ſeroient reſpectivement égales au contour & à la ſurface de la baſe du priſme.

La propoſition finale contenue dans le §. précédent peut être déduite immédiatement, d'une maniere beaucoup plus abrégée, des premiers principes du calcul différentiel: mais la démonſtration précédente a le *grand* avantage d'être purement élémentaire & raiſonnée; & les propoſitions ſur lesquelles elle eſt fondée, formant un petit Traité de *maxima* & *minima* relatif aux priſmes, me paroiſſent mériter pour elles-mêmes d'être développées par les Éléments.

(*) Qu'il me ſoit permis d'ajouter quelques obſervations de Phyſique aux recherches géométriques de M. *Lhuilier.*

Je me ſuis procuré pluſieurs gâteaux de cire en très-bon état: j'ai meſuré fort exactement pluſieurs rangs de cellules jointes par les côtés, en ſorte qu'elles me donnoient pluſieurs diametres du cercle inſcrit dans l'hexagone qui faiſoit la baſe de chaque cellule. Voici ce que j'ai trouvé. Je me ſuis ſervi du pied de Paris.

Nombre de cellules	longueur de la file		rayon du cercle inſcrit	
	pouces	lignes	lignes	dixiemes
15	- - 3.	—	- - 1,	2
19	- - 3.	10	- - 1,	21
20	- - 4.	—	- - 1,	2
25	- - 4.	11	- - 1,	18
23	- - 4.	8	- - 1,	2173893
21	- - 4.	1	- - 1,	19
27	- - 5.	$3\frac{1}{2}$	- - 1,	176
46	- - 9.	—	- - 1,	173913
16	- - 3.	3	- - 1,	21875
40	- - 8.	—	- - 1,	2.

Ces obſervations confirment pleinement les meſures de Mrs. *Maraldi* & de *Réaumur* qui fixent le rayon moyen de la baſe des alvéoles à 1, 2 lignes.

(*) Le reſte eſt de M. de Caſtillon.

J'ai trouvé la plus petite hauteur des faces du prisme, depuis sa base ouverte jusqu'à la naissance du rhombe, une fois de 4, 144 lignes, & une autre fois de 4,0179 lignes.

La plus grande hauteur des mêmes faces, ou jusqu'à la moitié du rhombe, je l'ai trouvée une fois de 4,622, lignes; & une autre fois de 4,463 lignes.

Mes mesures m'ont donné, pour la hauteur totale d'une cellule, une fois lignes 5,1; une seconde fois, lignes 4,845; une troisieme, lignes 5,064; une quatrieme, lignes 5,068; une cinquieme, lignes 5,25.

Quant aux côtés & aux diagonales du rhombe, je n'ai pu, par la mesure, rien trouver qui s'accorde avec la théorie, ni qui donne les angles déterminés par *Maraldi*. J'ai pourtant fait tous mes efforts pour fixer ces mesures. Entr'autres j'ai jeté en plâtre des gâteaux entiers. Plusieurs jets m'ont si bien réussi que non seulement les côtés, mais aussi les fonds des cellules opposées & remplies de plâtre, n'avoient point de soufflure, & n'étoient séparés que par la mince paroi de cire qui formoit la cellule. Cependant j'ai trouvé presque tous les rhombes irréguliers, & je n'ai pas eu le bonheur de rencontrer un seul fond pyramidal entiérement régulier.

Digitized by Google

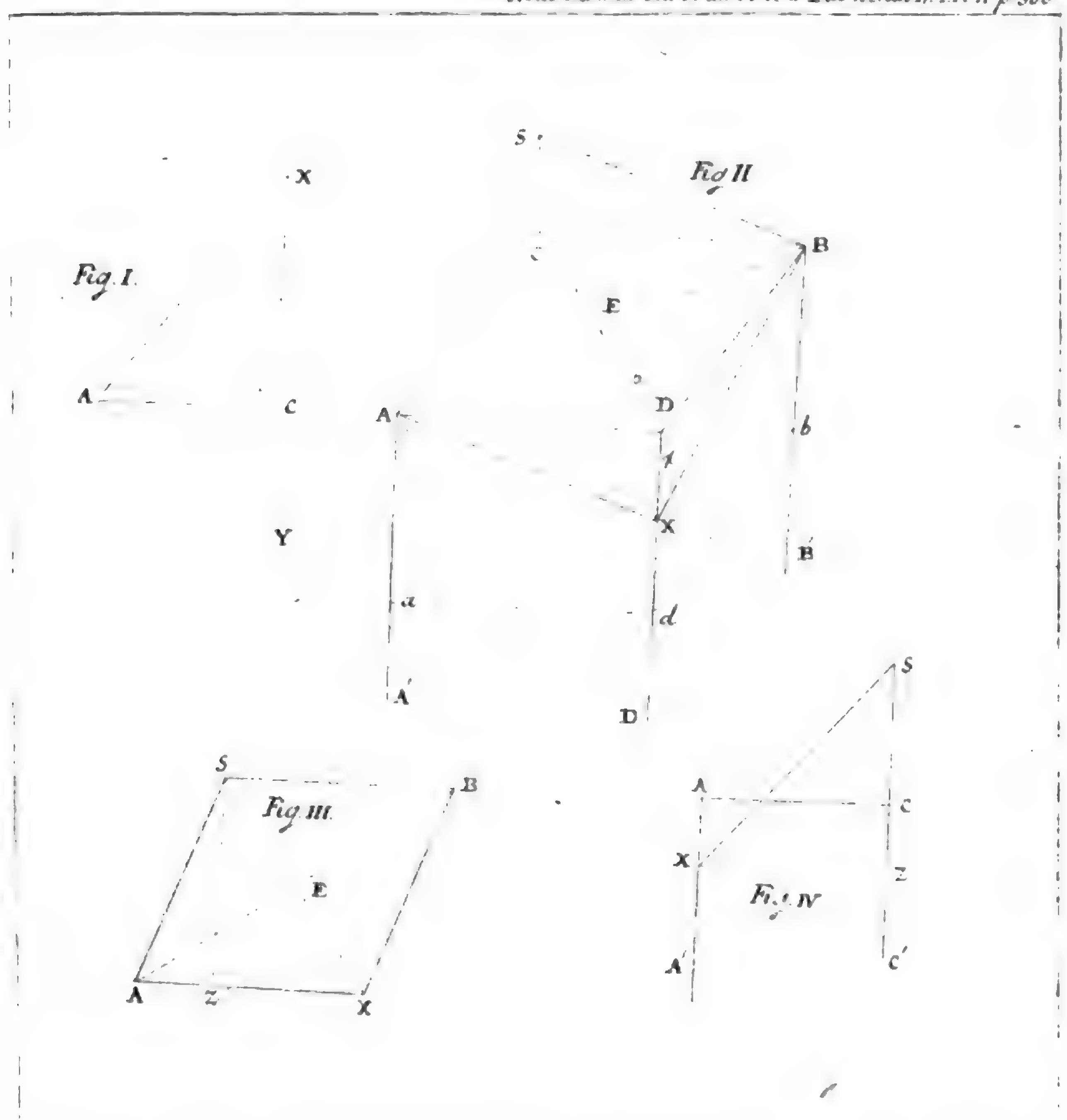


Fig. I.
X
A′
C
Y
Fig. II
S
B
E
D
A
b
X
B′
a
d
A′
D
Fig. III.
S
B
E
A
Z
X
Fig. IV
S
A
C
X
Z
A′
C′

Digitized by Google

MÉTHODE DIRECTE

pour déterminer la longitude vraie de la Lune par les mouvements moyens, en se servant de quelques nouvelles Tables qu'on pourroit calculer aisément pour cet usage.

PAR M. SCHULZE.

1.

La Lune a de tout temps été l'astre qui a le plus occupé les Astronomes. Les diverses inégalités qu'on a découvertes successivement dans sa course & dont le plus grand nombre nous est peut-être encore actuellement inconnu, sont cause qu'on a eu beaucoup de peine à établir une théorie sur la marche de cet astre, dont encore quelques petites irrégularités échappent même à l'Analyse & aux principes les plus sublimes de la Dynamique.

2.

Cependant, comme la Lune est après le Soleil le plus remarquable de tous les corps célestes, il nous importe infiniment de connoître les lois de sa course, afin de pouvoir en prédire avec exactitude les diverses phases, aussi bien que les éclipses, dont les observations ont été toujours & sont encore à présent de la derniere importance pour la théorie de la Lune; car comme dans ces éclipses la latitude de la Lune est très souvent extrêmement petite, on peut avec beaucoup plus de facilité réduire le lieu de la Lune dans l'orbite à l'écliptique, & déterminer avec beaucoup plus de certitude la différence en longitude, que dans d'autres cas où la latitude de la Lune est plus considérable; mais outre cet avantage, il en est un autre qui me paroît même encore plus considérable, c'est que dans les éclipses quelques unes des

Digitized by Google

causes qui troublent la marche de la Lune cessent; ce qui donne par conséquent un moyen de déterminer la somme des effets que produisent les autres causes qui troublent la marche de la Lune, & sert à vérifier avec beaucoup d'assurance la théorie déjà établie sur cette marche.

3.

Il paroît que les premiers phénomenes que les hommes apperçurent dans le mouvement de la Lune, furent les phases ou les changements du disque de la Lune dans chaque mois synodique. Ces diverses phases de la Lune servirent aux peuples les plus anciens à mesurer le temps naturellement & avec l'exactitude dont ils avoient besoin; cet astre en variant continuellement sa figure, en changeant tous les jours d'une maniere sensible le lieu de son lever & de son coucher, & recommençant ensuite, après un certain intervalle, un nouvel ordre de changements tous semblables aux premiers, offroit, sans le moindre calcul ou d'autres moyens, un signal public à des nations entieres pour régler les affaires publiques, dont la société pouvoit avoir besoin, après qu'on étoit une fois pour toutes convenu de quelque terme marqué par quelque phase de la Lune. On se servit surtout beaucoup de la nouvelle Lune pour régler le culte divin, les assemblées & d'autres exercices publics qui avoient la Lune pour indication. Cependant il faut observer que ce que nous appelons nouvelle Lune est différent de ce que les anciens nommoient ainsi; car on comptoit la Lune du jour qu'on commençoit à l'appercevoir; au lieu que nous la comptons du moment de sa conjonction avec le Soleil; la différence de ces deux termes monte, au moins suivant Hévélius, à 40 heures ou presque à deux jours. Parmi ces nouvelles Lunes celles qui concouroient avec le commencement des quatre saisons, étoient les plus solennelles; ce qui probablement a donné naissance à nos Quatre-temps.

4.

Quoique nous ne comptions plus par lunaisons, ou mois synodiques, dont chacune contient à peu près 29 jours & demi, mais plutôt par années solaires, dont chacune est partagée en douze parties presque égales, que nous

Digitized by Google

nommons des mois, nous ne laiſſons pourtant pas de nous ſervir de la Lune pour fixer nos fêtes variables, en ſorte que le mouvement de la Lune ſert de baſe à nos almanacs. Car on ſait qu'on ſe ſert du comput des cycles pour trouver la fête de Pâque, dont toutes les autres fêtes variables dépendent.

5.

Les obſervations des phaſes de la Lune furent bientôt ſuivies de celles des éclipſes de Soleil; car en obſervant avec exactitude les phaſes de la Lune on dut remarquer bientôt que les éclipſes de Soleil arrivent entre le dernier croiſſant d'un cours de Lune fini & la premiere phaſe d'une nouvelle Lune. Les premiers obſervateurs apperçurent dans cet intervalle ſur le disque du Soleil un corps rond & noir, & comprirent bientôt que ce corps obſcur & noir ne pouvoit être autre choſe que celui de la Lune qu'on avoit vu quelques jours auparavant s'avancer vers le Soleil de plus en plus, & qu'on voyoit quelques jours après de l'autre côté du Soleil s'éloigner de plus en plus, presque avec la même viteſſe avec laquelle il s'en étoit approché. Ces obſervations des anciens, quoique très imparfaites en elles-mêmes, nous ſervent pourtant encore à trouver le mouvement moyen de cet aſtre, en comparant les plus anciennes obſervations dans ce genre à de pareilles obſervations faites de nos jours. Cette recherche devient quelquefois fort pénible, ſurtout lorsqu'il faut comparer l'Ere de quelque ancien peuple à notre façon de compter les années. Il eſt heureux que la faute qu'on pourroit faire ſur la détermination de l'intervalle du temps, ou qui peut-être a été faite dans l'obſervation, eſt extrêmement diminuée par le grand nombre d'années écoulées entre les deux obſervations.

6.

Après avoir obſervé quelques-uns de ces phénomenes, on a dû remarquer bientôt que le nombre des jours écoulés entre deux éclipſes de Soleil ou de Lune n'étoit pas toujours le même, mais ſembloit plutôt varier ſans ordre ou ſans regle. Dans la ſuite, des obſervations réitérées ſur les éclipſes, apprirent bientôt qu'après un eſpace de 19 ans les éclipſes revenoient presque

dans le même ordre. Il paroît que dans la Grece Méton a eu la premiere connoissance exacte du mouvement de la Lune. Il compara 19 années solaires à 235 mois lunaires complets, & cette détermination ne differe de la vérité que d'un jour sur 309 ans; ce qui fait croire qu'elle ne peut venir d'un seul homme, mais plutôt qu'elle a été enseignée par les orientaux à Méton, ou que ce dernier l'a conclue des observations nombreuses des premiers. Au reste c'est cet espace de 19 ans que nous nommons encore après les Athéniens le nombre d'or, & dont on fait usage de nos jours dans le comput des cycles pour trouver la fête de Pâque.

7.

Les anciens durent aussi bientôt s'appercevoir que la Lune n'étoit pas toujours à la même distance de la Terre, parce que son disque paroissoit dans quelques pleines Lunes beaucoup plus grand que dans d'autres, sans que d'autres causes pussent contribuer à cette augmentation ou diminution; & il étoit facile de reconnoitre aussi par la comparaison du lieu de la Lune à des étoiles fixes, que cet astre marchoit successivement plus vite jusqu'à ce que cette vîtesse eût acquis son plus haut degré & qu'ensuite elle diminuât successivement presque de la même maniere qu'elle s'étoit accrue.

8.

Cependant les premiers Astronomes trouverent d'abord fort difficile de déterminer seulement la durée d'une révolution moyenne de la Lune, parce que les inégalités de son mouvement sont aussi grandes que variées; pour reconnoître cette révolution moyenne on s'y prit de la maniere suivante: on chercha combien il falloit prendre de mois ou de jours pour avoir un mouvement de la Lune qui fût toujours de la même quantité dans le même intervalle de temps; les anciens Astronomes trouverent 6585 jours & 8 heures, qui font 223 mois lunaires ou 18 ans & 10 jours. Hipparque remarqua déjà que cette période n'étoit pas rigoureusement exacte.

9.

Les anciens observerent que dans cet espace de 223 lunaisons l'équation ou l'inégalité de la Lune, qui étoit de cinq degrés, avoit recommencé

239 fois;

239 fois; la révolution de la latitude 242 fois; & celle de la longitude 241 fois avec 10° 40′ de plus: il n'en falloit pas d'avantage pour reconnoître le mouvement moyen de la Lune, celui de son apogée & de son nœud, par lesquels on a dans la suite reconnu les quatre inégalités qui furent déjà connus aux Astronomes avant Neuton. Tel est l'aspect sous lequel les plus anciens Astronomes commencerent à considérer la Lune pour déterminer ses inégalités, & parvinrent à établir une théorie, quoique très défectueuse, sur sa marche.

10.

Il n'étoit pas non plus difficile d'observer en examinant avec soin le mouvement de la Lune, que dans chaque mois elle avoit tous les sept jours cinq à six degrés d'inégalités; qu'au bout de 14 jours cette inégalité disparoissoit, & ensuite augmentoit dans un sens contraire; de maniere qu'ils observerent que cette grande inégalité revenoit constamment au bout de 27 jours & demi environ. C'est la plus grande inégalité de la Lune, que Képler nomme *inæqualitas solita* & que nous appelons de nos jours équation du centre. Mais en continuant ces observations on reconnut que le point de la plus grande inégalité ne se trouvoit pas constamment au même point du ciel, mais toujours un peu plus avancé dans le zodiaque d'environ 3 degrés. Les anciens expliquerent cette inégalité moyennant un cercle excentrique qu'ils firent décrire par la Lune, & supposerent en même temps que la ligne des apsides changeoit de position, & s'avançoit suivant les signes du zodiaque d'environ 3 degrés par mois. Pour déterminer la position de la ligne des apsides les anciens employerent plusieurs lieux de la Lune déterminés par observation, au lieu que nous employons actuellement avec plus de certitude les diametres de la Lune, lorsqu'ils sont les plus grands, ou les plus petits. On peut également faire usage de deux observations dans lesquelles on ait trouvé le diametre de la Lune exactement de la même grandeur dans deux positions de la Lune où sa distance à la Terre a été à peu près la moyenne. Horoccius trouva par ce moyen qu'il falloit admettre un balancement de l'apogée & un changement d'excentricité.

Digitized by Google

11.

Ptolomée fut le premier qui reconnut qu'il y avoit encore une autre inégalité de la Lune, qui étoit fort ſenſible dans les quadratures qu'on obſervoit de ſon temps. Cette ſeconde inégalité, qui monte à $2\frac{2}{3}°$, dépend de la diſtance de la Lune au Soleil; elle devient nulle dans les quadratures lorsque la Lune eſt périgée ou apogée, mais elle monte à la quantité indiquée lorsque les quadratures de la Lune tombent à 3 ſignes de ſon apſide. Cette ſeconde inégalité, que nous nommons évection, & que les anciens avoient expliquée par le moyen d'un épicycle ſur un épicycle, fut expliquée différemment par Horoccius; ſuivant laquelle théorie Flamſtead calcule de nouvelles Tables qui ont paru dans les oeuvres poſthumes d'Horoccius publiées en 1678 par Wallis.

12.

Tycho-Brahé découvrit dans la ſuite la troiſieme inégalité de la Lune, que nous nommons variation; il s'aſſura par un grand nombre d'obſervations que les deux premieres inégalités trouvées avant lui n'expliquoient pas la poſition de la Lune dans les octants, c'eſt à dire à 45° des ſyzygies & des quadratures; il obſerva qu'il y avoit dans cette poſition de la Lune, outre les deux inégalités connues, une quantité qui montoit à 37 minutes. Les dernieres Tables de la Lune ſuppoſent en effet cette quantité, ou la variation de la Lune, entre 37 & 40 minutes; ce qui prouve que la détermination de Tycho-Brahé avoit été faite avec beaucoup de préciſion.

13.

La derniere des inégalités de la Lune que les obſervations nous ont fait connoître, que nous nommons équation annuelle & qui monte au delà de 11 minutes, a déjà été indiquée par Tycho, mais d'une maniere un peu défectueuſe; il étoit réſervé à Képler d'expliquer cette inégalité avec plus de clarté & d'en établir la théorie. Ce fut ce grand homme qui entrevit non ſeulement la cauſe phyſique de cette derniere inégalité, mais encore de celle des premieres inégalités de la Lune. Ainſi du temps de Képler la théorie de la Lune n'étoit compoſée que des quatre équations ou inégalités dont

Digitized by Google

nous venons de parler; il auroit été par conſéquent aiſé aux Aſtronomes de calculer le lieu de la Lune pour un inſtant déterminé, ſi l'on avoit eu de leur temps des Tables auſſi commodes pour la Lune que celles que nous poſſédons actuellement.

14.

Après la découverte de l'attraction par Neuton tout changea de face. La loi de l'attraction appliquée par certaines regles de Dynamique à la théorie de la Lune fit bientôt reconnoître un grand nombre d'inégalités qu'on n'auroit jamais pu trouver par de ſimples obſervations; cependant il faut avouer que la détermination de ces inégalités ou équations devient ſi compliquée, qu'il eſt impoſſible de les déterminer rigoureuſement. Depuis ce temps-là les recherches ſur la théorie de la Lune ſont devenues l'objet le plus intéreſſant des plus grands & des plus habiles Analyſtes. Nous ſavons que les Neuton, Halley, Flamſtead, Clairaut, d'Alembert, Euler & Mayer s'y ſont livrés avec une ardeur incroyable; & quoiqu'on ne puiſſe pas dire qu'ils s'accordent ſur les quantités des inégalités, on peut pourtant avancer qu'ils ne different presque pas dans les réſultats de leurs recherches, en attribuant tous au mouvement de la Lune, outre les quatre grandes inégalités que nous venons d'indiquer, un grand nombre de petites inégalités qui troublent & dérangent le mouvement de la Lune, & qu'il faut ſavoir apprécier pour calculer avec quelque exactitude le lieu de la Lune.

15.

Il eſt vrai qu'on pourroit ſe contenter de connoître à quelques minutes près le lieu de la Lune dans presque tous les beſoins de la vie, & par conſéquent ſe contenter de connoître les quatre grandes équations, s'il n'y avoit pas un objet extrêmement intéreſſant où cette préciſion ne ſuffit pas & où il faut pouvoir indiquer le lieu de la Lune à une ſeule minute près, & même, s'il eſt poſſible, encore plus exactement. C'eſt la détermination de la longitude en mer qui demande cette exactitude, & qui a été le plus grand motif qu'on ait eu pour donner aux Tables de la Lune toute la perfection dont elles pouvoient être capables. Parmi toutes les Tables qu'on a conſtruites pour

cet objet, il n'y en a pas de plus exactes, & en même temps de plus commodes, que les Tables de Tobie Mayer, qui ont remporté en partie le prix fixé en Angleterre sur la découverte de la longitude en mer.

16.

Mais nous pouvons observer que les Tables de Mayer ont l'inconvénient, qu'on ne trouve pas par les mouvements moyens du Soleil & de la Lune le lieu vrai cherché de la Lune d'une maniere directe, mais qu'il faut employer d'abord le lieu vrai du Soleil, pour trouver les arguments des Tables qui servent à déterminer la correction que demande le lieu moyen de la Lune. C'est ce qui ne laisse pas de fatiguer extrêmement un calculateur qui cherche le lieu vrai de la Lune, surtout lorsqu'il s'agit de calculer des éphémerides avec la précision requise pour la navigation ou les observations astronomiques. Pour se faire une idée des difficultés que notre calculateur doit éprouver, je vais donner une explication de la maniere dont les Tables de Mayer sont arrangées, & comment on doit s'en servir pour calculer les mouvements vrais de la Lune.

Mayer suppose, pour trouver le lieu vrai de la Lune, qu'on connoisse déjà le lieu vrai du Soleil par d'autres Tables qu'il a données pour cet astre. Il commence par conséquent à chercher le lieu moyen de la Lune, son anomalie moyenne, & la longitude moyenne du nœud ascendant de la Lune par des Tables propres à l'indiquer pour chaque moment donné; ensuite il corrige pour la premiere fois l'anomalie moyenne de la Lune par une petite Table que nous pouvons exprimer, en nommant l'anomalie moyenne du Soleil a, par $+ 1392'' \sin a - 5 \sin 2a$, en sorte qu'on aura, en nommant l'anomalie moyenne de la Lune M, & l'anomalie de la Lune corrigée pour la premiere fois M', $M' = M + 1392'' \sin a - 5 \sin 2a$.

Pour corriger de nouveau cette anomalie trouvée de la Lune, Mayer se sert de dix petites Tables, qu'on peut représenter en nommant encore le lieu vrai du Soleil ⊙', la distance de la Lune au Soleil, c'est à dire la différence en longitude du lieu moyen de la Lune & du lieu vrai du Soleil E, & la longitude moyenne du nœud ascendant ☊ par les expressions suivantes

Digitized by Google

$$
\begin{aligned}
&+ \quad 676'' \sin a - 4 \sin 2a \\
&- \quad 54'' \sin(2E + a) \\
&- \quad 69'' \sin(2E - a) \\
&+ \quad 54'' \sin(2E' + M) \\
&- \quad 4833'' \sin(2E' - M) - 35'' \sin(4E' - 2M) \\
&+ \quad 129'' \sin(2E' - M + a) \\
&+ \quad 49'' \sin(2E - M - a) \\
&+ \quad 34'' \sin(M - a \\
&+ \quad 58'' \sin 2(\Omega - \odot') \\
&- \quad 16'' \sin(E - M) - 40''. \sin 2(E - M);
\end{aligned}
$$

ainsi en nommant la somme de toutes ces corrections Q, & l'anomalie de la Lune corrigée pour la seconde fois M'', nous aurons

$$M'' = M' + Q = M + Q + 1392 \sin a - 5 \sin 2a,$$

ou en supposant

$Q + 1392 \sin a - 5 \sin 2a = R$, on trouve $M'' = M + R$ &

$$
\begin{aligned}
R = \; & 2068'' \sin a - 9'' \sin 2a \\
&- \quad 54'' \sin(2E' + a) \\
&- \quad 69'' \sin(2E' - a) \\
&+ \quad 54'' \sin(2E' + M) \\
&- \quad 4833'' \sin(2E' - M) - 35'' \sin(4E - 2M) \\
&+ \quad 129'' \sin(2E' - M + a) \\
&+ \quad 49'' \sin(2E' - M - a) \\
&+ \quad 34'' \sin(M - a) \\
&+ \quad 58'' \sin 2(\Omega - \odot') \\
&- \quad 16'' \sin(E' - M) - 40''. \sin 2(E' - M).
\end{aligned}
$$

Les mêmes équations que nous avons employées à corriger l'anomalie de la Lune pour la seconde fois, sont employées par Mayer pour corriger la longitude moyenne de la Lune que nous supposerons = ☽ pour la premiere fois; en sorte que nous aurons, en supposant encore ☽', ☽'', ☽''' & ☽'''' les longitudes de la Lune corrigées successivement, ☽' = ☽ + Q; par conséquent on peut se servir des mêmes Tables dont on a eu besoin pour corriger l'anomalie de la Lune M', pour corriger la longitude moyenne de la Lune.

Enſuite Mayer employe l'équation $-22695'' \sin M'' + 780'' \sin 2M'' - 37'' \sin 3M'' + 2'' \sin 4M''$ pour corriger pour la ſeconde fois la longitude de la Lune, quantité qu'il repréſente dans ſa onzieme Table. Cela nous donne par conſéquent $\text{☽}'' = \text{☽}' - 22695'' \text{ſ} M'' + 780'' \text{ſ}\, 2M'' - 37'' \sin 3M'' + 2 \sin 4M''$.

Pour corriger la longitude de la Lune pour la troiſieme fois, Mayer emploie une nouvelle Table, qui eſt dans l'ordre qu'il a ſuivi la douzieme, & que nous pouvons repréſenter par l'équation ſuivante $-115'' \sin(\text{☽}'' - \text{☉}') + 2144'' \sin 2(\text{☽}'' - \text{☉}') + 2'' \sin 3(\text{☽}'' - \text{☉}') + 12'' \sin 4(\text{☽}'' - \text{☉}')$, en ſorte qu'on trouve la longitude de la Lune corrigée pour la troiſieme fois par $\text{☽}''' = \text{☽}'' - 115'' \sin(\text{☽}'' - \text{☉}) + 2144'' \sin 2(\text{☽}'' - \text{☉}') + 2'' \sin 3(\text{☽}'' - \text{☉}) + 12'' \sin 4(\text{☽}'' - \text{☉}')$.

Enfin, pour trouver la longitude de la Lune dans ſon orbite, Mayer corrige pour la quatrieme fois la longitude de la Lune par l'équation $+ 83'' \sin[2(\text{☽}''' - \text{☊}) - M'']$, qu'il a repréſentée dans ſa treizieme Table; c'eſt qui donne $\text{☽}'''' = \text{☽}''' + 83'' \sin[2(\text{☽}''' - \text{☊}) - M'']$.

17.

Cette petite explication nous prouve aſſez que les Tables de Mayer ont encore l'inconvénient, qu'on ne trouve pas par les mouvements moyens du Soleil & de la Lune la longitude vraie de la Lune dans ſon orbite d'une maniere directe, mais qu'il faut employer, même dans le commencement du calcul, le lieu vrai du Soleil, & chercher enſuite, moyennant dix petites équations, la quantité qu'il faut ajouter ou retrancher de la longitude moyenne, pour avoir la longitude corrigée pour la premiere fois; & ayant de cette maniere corrigé encore trois fois le lieu trouvé de la Lune, on parvient enfin à la longitude vraie dans l'orbite, après avoir employé treize arguments différents pour trouver dans autant de Tables les quantités ou équations qu'il faut employer ſucceſſivement.

18.

Ceux qui ſont dans le cas de calculer le lieu de la Lune, conviendront aiſément que le plus grand travail conſiſte à calculer ou à former les argu-

Digitized by Google

ments des Tables, & que tout le reste se réduiroit à très peu de chose, si on pouvoit parvenir à trouver aisément ces arguments. C'est cette considération qui a engagé l'Académie à publier dans son recueil de Tables astronomiques des Tables destinées au calcul des arguments dont on a besoin pour les dix premieres Tables de Mayer: mais elle n'a pu faire la même chose pour les trois dernieres de ces Tables, parce qu'elles demandent les mouvements vrais de la Lune & du Soleil; au lieu qu'on peut employer pour les dix premieres les mouvements moyens de ces deux astres; car la différence dans la longitude moyenne & vraie du Soleil n'a presque aucune influence sur les quantités qu'on trouve par ces Tables, & nous autorise à la négliger entierement dans ce cas. Un seul exemple suffit pour nous convaincre qu'on a rendu le calcul beaucoup plus simple par ce moyen imparfait, & nous fait désirer la perfection de ce même moyen, qui seroit encore beaucoup plus simple si l'on avoit exprimé les quantités non par degrés, minutes, secondes, mais par parties décimales du cercle, comme on l'a déjà pratiqué dans d'autres cas.

19.

On voit aisément que cette difficulté cesse, lorsqu'on tire des Tables de Mayer, ou plutôt des formules que nous venons de donner, d'autres équations, qui donnent par les simples mouvements moyens du Soleil & de la Lune la longitude vraie de la Lune dans son orbite d'une maniere tout à fait directe. Je me suis livré il y a plusieurs années à ce travail pénible, & j'en ai même déjà publié les résultats dans notre recueil de Tables astronomiques, sans que, peut être, personne parmi les Astronomes se soit donné la peine de voir si on pouvoit en tirer quelque utilité en calculant de nouvelles Tables suivant les formules trouvées & publiées. C'est pour ranimer la curiosité des Astronomes que j'ai résolu de tirer mes calculs de mon portefeuille, dans lequel je les avois laissés jusqu'à présent, & d'en conclure tout ce qu'on peut pour l'utilité & la commodité des Astronomes calculateurs. Entrons par conséquent en explication.

20.

Premierement nous avons trouvé $M'' = M + R$, & comme nous avons beſoin, pour faire la ſeconde réduction, de ſin M'', ſin $2\,M''$, ſin $3\,M''$ & ſin $4\,M''$, nous ſuppoſerons généralement, ſin $n\,M'' =$ ſin $n\,(M + R) =$ ſin . nM. coſ n. R + coſ n . M. ſin nR; or nous avons, ſuivant les ſéries connues, coſ $nR = 1 - \frac{n^2 R^2}{1.2} + \frac{n^4 R^4}{1.2.3.4}$ — &c. &c. & ſin $nR = \frac{nR}{1} - \frac{n^3 R^3}{1.2.3} + \frac{n^5 R^5}{1.2.3.4.5}$ — &c. &c.

Il s'agit par conſéquent de ſavoir jusqu'où ces ſéries doivent être pouſſées, & l'on voit aiſément que tout dépend de chercher les puiſſances de R avant que de les ſubſtituer dans ces formules, afin de connoître laquelle de ces puiſſances eſt égale à zéro. Pour le faire j'ai non ſeulement exprimé les coëfficients, donnés en ſecondes, en parties décimales du rayon; mais j'ai auſſi rangé les membres de l'équation ſuivant l'ordre de ces coëfficients: cela m'a donné en pouſſant le calcul jusqu'à la ſeptieme place décimale

$$\begin{aligned}
R = & - 0{,}0234310 \text{ ſin } (2E' - M) + 0{,}0100259 \text{ ſin } a \\
& + 0{,}0006254 \text{ ſin}(2E' - M + a) - 0{,}0003345 \text{ ſin}(2E' - a) \\
& - 0{,}0002860 \text{ ſin } 2(E' - M) + 0{,}0002812 \text{ ſin } 2(☊ - ☉') \\
& - 0{,}0002618 \text{ ſin } (2E' + a) + 0{,}0002618 \text{ ſin}(2E' + M) \\
& + 0{,}0002376 \text{ ſ}(2E' - M - a) + 0{,}0001697 \text{ ſ } 2(2E' - M) \\
& + 0{,}0001648 \text{ ſin } (M - a) + 0{,}0000776 \text{ ſin } (E' - M) \\
& - 0{,}0000436 \text{ ſin } 2a.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
R^2 = & + 0{,}0005490 \ \overline{\text{ſin } (2E' - M)}^2 \\
& - 0{,}0004698 \text{ ſin } (2E' - M) . \text{ ſin } a \\
& - 0{,}0000293 \text{ ſin } (2E' - M) . \text{ ſin } (2E' - M + a) \\
& + 0{,}0000157 \text{ ſin } (2E' - M) . \text{ ſin } (2E' - a) \\
& + 0{,}0000134 . \text{ ſin } (2E' - M) . \text{ ſin } 2(E' - M) \\
& - 0{,}0000132 \text{ ſin } (2E' - M) . \text{ ſin } 2(☊ - ☉') \\
& + 0{,}0000123 \text{ ſin } (2E' - M) . \text{ ſin } (2E' + a) \\
& - 0{,}0000123 \text{ ſin } (2E' - M) . \text{ ſin } (2E' + M)
\end{aligned}$$

—

$— 0,0000111 \sin(2E - M) . \sin(2E - M - a)$
$— 0,0000079 \sin(2E - M) . \sin 2(2E - M)$
$— 0,0000077 \sin(2E - M) \sin(M - a)$
$+ 0,0001005 \overline{\sin a}^2$
$+ 0,0000125 \sin a . \sin(2E - M + a)$
$— 0,0000067 \sin a . \sin(2E' - a)$

$R^3 = — 0,0000129 \overline{\sin(2E - M)}^3$
$+ 0,0000165 \overline{\sin(2E - M)}^2 . \sin a.$

$R^4 = 0.$

21.

Comme nous fommes actuellement fûrs que la quatrieme puiffance de R donne zéro jusqu'à la feptieme place décimale, & que par conféquent les autres puiffances de R, qui furpaffent la quatrieme, n'auront abfolument aucune influence dans notre calcul, nous aurons généralement

$$\sin nM'' = \sin nM - \sin nM . \frac{n^2 R^2}{2} + \operatorname{cof} nM . \frac{nR}{1} - \frac{\operatorname{cof} nM n^3 . R^3}{6}.$$

Donc, en fubftituant pour n fucceffivement les nombres 1, 2, 3 & 4, nous aurons les valeurs de $\sin M''$, $\sin 2 M''$, $\sin 3 M''$ & $\sin 4 M''$ dont nous avons befoin pour la feconde réduction ou correction de la Lune que nous avons trouvée plus haut $= — 22695'' \sin M'' + 780'' \sin 2 M'' — 37'' \sin 3 M'' + 2'' \sin 4 M''$, & que nous pouvons exprimer, en réduifant les fecondes par lesquelles nous avons exprimé les coëfficients des membres en parties du rayon, par $— 0,1100285 \sin M'' + 0,0037815 \text{ f } 2 M'' — 0,0001794 \text{ f } 3 M'' + 0,0000097 \text{ f } 4 M''$.

22.

Nous trouvons par conféquent, en fubftituant ici pour $\sin M''$, $\sin 2 M''$, $\sin 3 M''$ & $\sin 4 M''$, les valeurs que nous pouvons tirer immédiatement de la formule du N°. précédent,

$$— 0,1100285 \sin M'' = — 0,1100285 \sin M + 0,0550142 R^2 \sin M$$
$$— 0,1100285 R . cM + 0,0183381 R^3 cM$$

$$+0{,}0037815\,\text{ſ}2M'' = +0{,}0037815\,\text{ſ}2M - 0{,}0075630\,R^2\text{ſ}2M$$
$$+0{,}0075630\,R.\text{c}2M - 0{,}0050420\,R^3\text{c}2M$$

$$-0{,}0001794\,\text{ſ}3M'' = -0{,}0001794\,\text{ſ}3M + 0{,}0008073\,R^2\text{ſ}3M$$
$$-0{,}0005382\,R\text{c}3M + 0{,}0008073\,R^3\text{c}3M$$

$$+0{,}0000097\,\text{ſ}4M'' = +0{,}0000097\,\text{ſ}4M - 0{,}0000776\,R^2\text{ſ}4M$$
$$+0{,}0000388\,R.\text{c}4M - 0{,}0001036\,R^3\text{c}4M.$$

23.

A préſent il eſt très facile d'exprimer la ſeconde correction de la longitude de la Lune, car nous n'avons qu'à ſubſtituer pour R, R^2 & R^3 les valeurs trouvées ci haut N°. 20. & nous aurons

$$-0{,}1100285\,\sin M = -0{,}1100285\,\sin M.$$

$$\begin{aligned}
+0{,}0550142\,R^2\text{ſ}M = &+0{,}0000302\,\overline{\sin(2E'-M)}^{2}.\sin M\\
&-0{,}0000258\,\sin(2E'-M).\sin a.\sin M\\
&-0{,}0000016\,\text{ſ}(2E'-M).\text{ſ}(2E'-M+a).\text{ſ}M\\
&+0{,}0000009\,\sin(2E'-M.\sin(2E'-a).\text{ſ}M\\
&+0{,}0000007\,\sin(2E'-M).\text{ſ}2(E'-M).\text{ſ}M\\
&-0{,}0000007\,\sin(2E'-M).\text{ſ}2(\text{☊}-\odot')\text{ſ}M\\
&+0{,}0000007\,\sin(2E'-M).\text{ſ}(2E+a).\text{ſ}M\\
&-0{,}0000007\,\sin(2E'-M)\text{ſ}(2E'+M).\text{ſ}M\\
&-0{,}0000006\,\text{ſ}(2E'-M).\text{ſ}(2E'-M-a).\text{ſ}M\\
&-0{,}0000004\,\text{ſ}(2E'-M).\text{ſ}2(2E'-M)\text{ſ}M\\
&-0{,}0000004\,\sin(2E'-M).\text{ſ}(M-a).\text{ſ}M\\
&+0{,}0000055\,\overline{\sin a}^{2}.\sin M\\
&+0{,}0000007\,\sin a.\sin(2E'-M+a)\sin M\\
&-0{,}0000004\,\sin a.\sin(2E'-a).\sin M
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
-0{,}1100285\,R.\text{c}M = &+0{,}0025781\,\sin(2E'-M).\cos M\\
&-0{,}0011031\,\sin a.\cos M\\
&-0{,}0000688\,\sin(2E'-M+a).\cos M\\
&+0{,}0000368\,\sin(2E'-a).\cos M
\end{aligned}$$

$$+0{,}0000315 \sin 2(E' - M) \, . \cos M$$
$$-0{,}0000309 \sin 2(\Omega - \odot') \, . \cos M)$$
$$+0{,}0000288 \sin(2E' + a) \, . \cos M$$
$$-0{,}0000288 \sin(2E' + M) \, . \cos M$$
$$-0{,}0000261 \sin(2E' - M - a) \, . \cos M$$
$$-0{,}0000187 \sin 2(2E' - M) \, . \cos M$$
$$-0{,}0000181 \sin(M - a) \, . \cos M$$
$$-0{,}0000085 \sin(E' - M) \cos M$$
$$+0{,}0000048 \sin 2a \, . \cos M$$

$$+0{,}0183381 R^3 c M = -0{,}0000002 \, \overline{\sin(2E' - M)}^3 \, . \cos M$$
$$+0{,}0000003 \, \overline{\sin(2E' - M)}^2 \, . \sin a \, . \cos M$$

$$+0{,}0037815 \, s\, 2M = -0{,}0037815 \sin 2M$$

$$-0{,}0075630 R^2 s\, 2M = -0{,}0000041 \, \overline{\sin(2E' - M)}^2 \, . \sin 2M$$
$$+0{,}0000035 \sin(2E' - M) \, . \sin a \, . \sin 2M$$
$$-0{,}0000008 \, \overline{\sin a}^2 \, . \sin 2M$$

$$+0{,}0075630 R \, . c\, 2M = -0{,}0001772 \sin(2E' - M) \, . \cos 2M$$
$$+0{,}0000758 \sin a \, . \cos 2M$$
$$+0{,}0000047 \sin(2E' - M + a) \, . \cos 2M$$
$$-0{,}0000025 \sin(2E' - a) \, . \cos 2M$$
$$-0{,}0000022 \sin 2(E' - M) \, . \cos 2M$$
$$+0{,}0000021 \sin 2(\Omega - \odot') \, . \cos 2M$$
$$-0{,}0000020 \sin(2E + a) \cos 2M$$
$$+0{,}0000020 \sin(2E + M) \, . \cos 2M$$
$$+0{,}0000018 \sin(2E - M - a) \, . \cos 2M$$
$$+0{,}0000013 \sin 2(2E - M) \cos 2M$$
$$+0{,}0000012 \sin(M - a) \, . \cos 2M$$
$$+0{,}0000006 \sin(E - M) \, . \cos 2M$$
$$-0{,}0000003 \sin 2a \, . \cos 2M.$$

$$-0{,}0050420 R^3 \, . c\, 2M = 0.$$

$$-0{,}0001794 \sin 3M = -0{,}0001794 \sin 3M$$

$$+0{,}0008073\, R^2 s\, 3M = +0{,}0000004 \,.\, \overline{\sin(2E' - M)}^{2} \,.\, \sin 3M$$

$$-0{,}0000004 \sin(2E' - M) \,.\, s\, a \,.\, s\, 3M$$

$$-0{,}0005382\, Rc\, 3M = +0{,}0000126 \sin(2E' - M) \,.\, \cos 3M$$

$$-0{,}0000054 \sin a \,.\, \cos 3M$$

$$-0{,}0000003 \,.\, \sin(2E' - M + a) \,.\, \cos 3M$$

$$+0{,}0008073\, R^3 c\, 3M = 0.$$

$$+0{,}0000097 \sin 4M = +0{,}0000097 \sin 4M$$

$$-0{,}0000776\, R^2 s\, 4M = 0.$$

$$+0{,}0000388\, R \,.\, c\, 4M = -0{,}0000009 \sin(2E' - M) \,.\, \cos 4M$$

$$+0{,}0000004 \sin a \,.\, \cos 4M$$

$$-0{,}0001036\, R^3 c\, 4M = 0.$$

24.

La somme de tous les membres trouvés dans le N°. précédent nous donne la seconde correction de la longitude de la Lune. Mais avant que de prendre cette somme j'ai résolu les produits des sinus & cosinus en sinus de la somme ou de la différence des arcs ou angles; c'est ce qui m'a donné la valeur suivante pour la correction cherchée.

$$-0{,}1100105\, s\, M + 0{,}0037793\, s\, 2M + 0{,}0012889\, s\, 2(E' - M)$$

$$+0{,}0012736 \sin 2E' - 0{,}0005526 \sin(M + a)$$

$$+0{,}0005510 \sin(M - a)$$

$$-0{,}0001794 \sin 3M - 0{,}0000885 \sin(2E' + M)$$

$$-0{,}0000729 \sin(2E' - 3M)$$

$$-0{,}0000467 \sin(2M - a) - 0{,}0000418 \sin(2E' - 2M + a)$$

$$+0{,}0000381 \sin(2M + a)$$

$$-0{,}0000280 \sin(2E' + a) + 0{,}0000203 \sin(2E' + M - a)$$

$$-0{,}0000194 \sin(2E' - a)$$

$$+0{,}0000183 \sin(2E' - M - a) - 0{,}0000170 \sin(4E' - M)$$

$$+0{,}0000166 \sin(2E' - M)$$

$$+0{,}0000159\, s(2E' + M + a) - 0{,}0000154 \sin(2☊ - 2☉' + M)$$

$$-0{,}0000154 \sin(2☊ - 2☉' - M)$$

$+ 0{,}0000143 \sin(2E' - M + a) + 0{,}0000107 \sin 4M$
$+ 0{,}0000090 \sin a.$
$- 0{,}0000081 \sin 2(E' + M - 0{,}0000078 \sin(2E' - 2M - a)$
$+ 0{,}0000052 \sin 2(E' - 2M$
$- 0{,}0000042 \sin(E' - 2M) - 0{,}0000042 \sin E'$
$- 0{,}0000038 \sin(M - 2a)$
$+ 0{,}0000034 \sin(2E' - 3M + a) + 0{,}0000033 \sin(3M - a)$
$- 0{,}0000027 \sin(3M + a) - 0{,}0000018 \sin(4E - 3M)$
$- 0{,}0000013 \sin(2E + 2M - a)$
$+ 0{,}0000010 \sin(M + 2a) + 0{,}0000010 \sin 2(☊ - ☉' + M)$
$+ 0{,}0000010 \sin 2(☊ - ☉' - M)$
$- 0{,}0000010 \sin(2E' + 2M + a).$

Outre ces membres qu'on ne doit pas négliger, il en résulte encore un nombre d'autres qui ne sont d'aucune importance, & qu'on peut négliger entierement, ne donnant tout au plus qu'un peu au delà d'une seconde. Je vais cependant les indiquer, en observant que le coëfficient de chaque membre est la septieme place décimale.

$+ 6 \text{f} 4E' - 5 \text{f}(2E' - 5M) + 5 \text{f}(2E' + 3M) + 4 \text{f}(4E' - M + a)$
$- 4 \text{f}(4E' - 3M + a) + 3 \text{f} 2(M - a) + 3 \text{f}(E + M) + 3 \text{f}(E' - 3M)$
$- 2 \sin(4E' - a) + 2 \sin(4E - 2M - a) - 2 \sin 2(2E' - M)$
$- 2 \sin 4(E' - M)$
$+ 2 \sin 2(☽ - M - ☊) - 2 \sin 2(☽ - ☊) + 2 \sin 2(E' + ☊ - ☉')$
$- 2 \sin 2(E' - M + ☊ - ☉')$
$- 2 \sin(4E' + a) + 2 \sin(4E' - 2M + a) - 2 \sin 2(E + a)$
$+ 2 \sin 2(E' - M + a)$
$- 2 \sin(2E' - 4M + a) - 2 \sin(4M + a) - 2 \sin(4M - a)$
$+ 1 \sin(4E' + M)$
$+ 1 \sin(4E' - M - a) - 1 \text{f}(4E' - 3M - a) + 1 \sin 2(3E' - M)$
$- 1 \sin 2(3E' - 2M)$
$- 1 \sin(2E' + M - 2a) + 1 \sin(2E' - M - 2a) + 1 \sin 2(M + a)$
$+ 1 \sin(4E' - 5M) + 1 . \sin(2E' - 4M - a).$

25.

Nous ſommes donc parvenus à exprimer non ſeulement la premiere & la ſeconde correction de la Lune, ſans que la ſeconde correction dépende de la premiere en aucune maniere, comme cela a lieu dans les Tables de Meyer; mais nous ſommes encore ſûrs que la ſeconde correction eſt exacte à quelques ſecondes près; car les membres négligés dans le N°. précédent ſont ſi petits, qu'il n'y a que les cinq premiers qui montent à une ſeconde, les autres étant tous beaucoup plus petits; par conſéquent les cas doivent être fort rares où leur ſomme donne quelques ſecondes; plutôt il eſt vraiſemblable qu'ils ſe détruiront le plus ſouvent mutuellement par la différence de leurs ſignes. Ayant par conſéquent exprimé la longitude de la Lune corrigée pour la premiere fois, ou $☽'$ par $☽' = ☽ + Q$, ou par

$$\begin{aligned}
☽' = ☽ &- 0{,}0234310 \sin(2E' - M + 0{,}0032773 \sin a \\
&+ 0{,}0006254 \sin(2E' - M + a) - 0{,}0003345 \sin(2E' - a) \\
&- 0{,}0002860 \sin 2(E' - M) + 0{,}0002812 \sin 2(☊ - ☉') \\
&- 0{,}0002618 \sin(2E' + a) + 0{,}0002618 \sin(2E' + M) \\
&+ 0{,}0002376\, s(2E' - M - a) + 0{,}0001697\, s\, 2(2E' - M) \\
&+ 0{,}0001648 \sin(M - a) + 0{,}0000776 \sin(E - M) \\
&- 0{,}0000194 \sin 2a.
\end{aligned}$$

nous n'avons qu'à ajouter la ſeconde correction trouvée dans le N°. précédent pour avoir la longitude de la Lune corrigée pour la ſeconde fois ou $☽''$. Cela nous donne en rangeant les membres ſuivant l'ordre de leurs coëfficients

$$\begin{aligned}
☽'' = ☽ &- 0{,}1100105 \sin M - 0{,}0234144 \sin(2E' - M) \\
&+ 0{,}0037793 \sin 2M + 0{,}0032863 \sin a \\
&+ 0{,}0012736 \sin 2E' \\
&+ 0{,}0010029 \sin 2(E' - M) + 0{,}0007158 \sin(M - a) \\
&+ 0{,}0006397 \sin(2E' - M + a) - 0{,}0005526 \sin(M + a) \\
&- 0{,}0003539 \sin(2E' - a) - 0{,}0002898 \sin(2E' + a) \\
&+ 0{,}0002812 \sin 2(☊ - ☉') + 0{,}0002559 \sin(2E' - M - a) \\
&- 0{,}0001794 \sin 3M + 0{,}0001733 \sin(2E' + M)
\end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
&+0{,}0001695 \sin 2\,(2E'-M) + 0{,}0000776 \sin (E'-M)\\
&-0{,}0000729 \sin(2E'-3M) - 0{,}0000467 \sin(2M-a)\\
&-0{,}0000418 \sin(2E'-2M+a) + 0{,}0000381 \sin(2M+a)\\
&+0{,}0000203 \sin(2E'+M-a) - 0{,}0000194 \sin 2a\\
&-0{,}0000170 \sin(4E'-M) + 0{,}0000159 \sin(2E'+M-a)\\
&-0{,}0000154 \sin(2☊-2\odot'+M) - 0{,}0000154 \sin(2☊-2\odot'-M)\\
&+0{,}0000107 \sin 4M - 0{,}0000081 \sin 2\,(E'+M)\\
&-0{,}0000078 \sin(2E'-2M-a) + 0{,}0000052 \sin 2\,(E'-2M)\\
&-0{,}0000042 \sin E' - 0{,}0000042 \sin (E'-2M)\\
&-0{,}0000038 \sin(M-2a) + 0{,}0000034 \sin(2E'-3M+a)\\
&+0{,}0000033 \sin (3M-a) - 0{,}0000027 \sin (3M+a)\\
&-0{,}0000018 \sin(4E'-3M) - 0{,}0000013 \sin(2E'+2M-a)\\
&+0{,}0000010 \sin(M+2a) - 0{,}0000010 \sin(2E'+2M+a)\\
&+0{,}0000010 \sin 2\,(☊-\odot'+M) + 0{,}0000010 \sin 2\,(☊-\odot'-M)
\end{aligned}
$$

26.

Nous avons encore conſervé dans cette derniere expreſſion le lieu vrai du Soleil, parce qu'il revient encore dans la troiſieme correction de la longitude de la Lune; car pour faire cette troiſieme réduction nous avons beſoin de $\sin(☽''-\odot')$, $\sin 2\,(☽''-\odot')$, $\sin 3\,(☽''-\odot')$ & $\sin 4\,(☽''-\odot')$. Mais pour parvenir aiſément à cette réduction, ſuppoſons $☽'' = ☽ + S$, en ſorte qu'on ait

$$
\begin{aligned}
S = \;&-0{,}1100105 \sin M - 0{,}0234144 \sin (2E'-M)\\
&+0{,}0037793 \sin 2M + 0{,}0032863 \sin a\\
&+0{,}0012736 \sin 2E' + 0{,}0010029 \sin 2\,(E'-M)\\
&+\ \&c.\ \&c.\ \&c.
\end{aligned}
$$

Cette ſuppoſition nous donne $☽''-\odot' = ☽-\odot'+S$; ainſi, comme nous avons ſuppoſé ci-haut $☽-\odot' = E'$, nous trouvons auſſi $☽''-\odot' = E'+S$, & nous aurons par conſéquent en général $\sin n\,.\,(☽''-\odot') = \sin(nE'+nS) = \sin nE'\,.\cos nS + \cos nE' \sin nS$; donc, en réduiſant le $\cos nS$ auſſi bien que $\sin nS$ en

féries, nous trouvons généralement, $\cos nS = 1 - \frac{n^2 S^2}{1.2} + \frac{n^4 S^4}{1.2.3.4}$ &c. & $\sin nS = \frac{nS}{1} - \frac{n^3 S^3}{1.2.3} + \frac{n^5 S^5}{1.2.3.4.5}$ &c. &c.

Il faudra par conséquent premierement favoir jusqu'à quelle puiffance on doit chercher les valeurs de S, S^2, S^3 &c. &c., afin de ne rien négliger par rapport à l'exactitude, & comme nous venons d'indiquer la valeur de S, il nous refte encore à tenir compte de S^2, S^3 &c. &c. Le calcul donne

$$
\begin{aligned}
S^2 = & + 0{,}0121023\, \overline{\sin M}^2 + 0{,}0051517 \sin M . \sin(2E' - M) \\
& - 0{,}0008315 \sin M . \sin 2M - 0{,}0007230 \sin M . \sin a \\
& - 0{,}0002803 \sin M . \sin 2E' - 0{,}0002206\, \text{f} M . \text{f} 2(E' - M) \\
& - 0{,}0001575\, \text{f} M . \text{f}(M - a) - 0{,}0001407\, \text{f} M . \text{f}(2E' - M + a) \\
& + 0{,}0001216\, \text{f} M . \text{f}(M + a) + 0{,}0000779\, \text{f} M\, \text{f}(2E - a) \\
& + 0{,}0005482\, \overline{\text{f}(2E' - M)}^2 - 0{,}0001769\, \text{f}(2E - M)\, \text{f} 2M \\
& - 0{,}0001539 \sin(2E' - M) . \sin a \;\; \&c. \&c. \&c.
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
S^3 = & - 0{,}0013314\, \overline{\sin M}^3 - 0{,}0008501\, \overline{\sin M}^2 . \sin(2E' - M) \\
& + 0{,}0001372\, \overline{\sin M}^2 . \sin 2M + 0{,}0001193\, \overline{\sin M}^2 . \sin a. \\
& + \;\&c. \&c.
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
S^4 = & + 0{,}0001464\, \overline{\sin M}^4 + 0{,}0001247\, \overline{\sin M}^3 . \sin(2E' - M) \\
& - \;\&c. \&c.
\end{aligned}
$$

& les autres puiffances de S font fi petites qu'on les peut négliger entierement dans le refte du calcul, & nous fommes par conféquent autorifés à les fuppofer égales à zéro.

27.

Nous aurons par conféquent, en pouffant le calcul jusqu'à la quatrieme puiffance de S, pour les finus de l'arc ☽″ — ☉′, l'expreffion générale

$$
\begin{aligned}
\sin n(☽'' - ☉') = & \sin nE' - \sin nE' . \frac{n^2 S^2}{2} + \sin nE' \frac{n^4 S^4}{24} \\
& + \cos nE' . \frac{nS}{1} - \cos nE' . \frac{n^3 S^3}{6}.
\end{aligned}
$$

Nous

Nous n'avons donc qu'à ſubſtituer ſucceſſivement pour n les valeurs 1, 2, 3 & 4 pour avoir $\sin(☽'' - \odot')$, $\sin 2(☽'' - \odot')$, $\sin 3(☽'' - \odot')$ & $\sin 4(☽'' - \odot')$ qui entrent dans la troiſieme réduction de la longitude de la Lune, que nous avons trouvée ci-deſſus $= - 115'' \sin(☽'' - \odot') + 2144'' \sin 2(☽'' - \odot') + 2'' \sin 3(☽'' - \odot') + 12'' \sin 4(☽'' - \odot')$, ou, ce qui revient au même, en exprimant les coëfficients des membres en décimales du rayon

$$= -0{,}0005575 \sin(☽'' - \odot') + 0{,}0103896 \sin 2(☽'' - \odot') + 0{,}0000145 \sin 3(☽'' - \odot') + 0{,}0000533 \sin 4(☽'' - \odot').$$

28.

Subſtituons par conſéquent ici pour $\sin(☽'' - \odot')$, $\sin 2(☽'' - \odot')$, $\sin 3(☽'' - \odot')$ & $\sin 4(☽'' - \odot')$ les valeurs qui réſultent de l'expreſſion générale que nous venons de trouver dans le N°. précédent, & nous aurons, en ſuppoſant ſucceſſivement $n = 1$, $n = 2$, $n = 3$ & $n = 4$,

$$-0{,}0005575 \sin(☽'' - \odot') =$$
$$-0{,}0005575 \sin E' + 0{,}0002787\, S^2 \sin E'$$
$$-0{,}0005575\, S . \cos E' + 0{,}0000929\, S^3 \cos E'$$

$$+0{,}0103896 \sin 2(☽'' - \odot') =$$
$$+0{,}0103896 \sin 2E' - 0{,}0207792\, S^2 . \sin 2E'$$
$$+0{,}0207792\, S . \cos 2E' - 0{,}0138528\, S^3 . \cos 2E'$$
$$+0{,}0069264\, S^4 . \sin 2E'$$

$$+0{,}0000145 \sin 3(☽'' - \odot') =$$
$$+0{,}0000145 \sin 3E' - 0{,}0000652\, S^2 . \sin 3E'$$
$$+0{,}0000435\, S . \cos 3E' - 0{,}0000652\, S^3 \cos 3E'$$

$$+0{,}0000533 \sin 4(☽'' - \odot') =$$
$$+0{,}0000533 \sin 4E' - 0{,}0004264\, S^2 . \sin 4E'$$
$$+0{,}0002132\, S . \cos 4E' - 0{,}0005686\, S^3 . \cos 4E'$$

29.

Maintenant il nous reſte ſimplement à ſubſtituer dans le N°. précédent les valeurs trouvées pour S, S^2, S^3 & S^4 dans le N°. 26. afin d'avoir

une expreſſion pour la troiſieme réduction ou correction de la longitude de la Lune, & le procédé eſt le même que nous avons déjà employé dans le N°. 23. pour la ſeconde réduction. De cette maniere nous trouvons

$$
\begin{aligned}
-0{,}0005575 \sin E' &= -0{,}0005575 \sin E \\
+0{,}0002787\, S^2 . \sin E' &= +0{,}0000034 . \overline{\sin M}^2 . \sin E \\
&\quad +0{,}0000014 \sin M . \sin(2E' - M . \sin E \\
-0{,}0005575\, S . \cos E' &= +0{,}0000613 \sin M . \cos E \\
&\quad +0{,}0000130 \sin(2E' - M) . \cos E \\
&\quad -0{,}0000021 \sin 2M . \cos E \\
&\quad -0{,}0000018 \sin a . \cos E \\
&\quad -0{,}0000007 \sin 2E . \cos E \\
&\quad -0{,}0000006 \sin 2(E' - M) . \cos E \\
&\quad -0{,}0000004 \sin(M - a) . \cos E \\
&\quad -0{,}0000004 \sin(2E' - M + a) . \cos E \\
&\quad +0{,}0000003 \sin(M + a) . \cos E \\
&\quad +0{,}0000002 . \sin(2E' - a) . \cos E \\
+0{,}0000929\, S^3 . \cos E' &= 0. \\
+0{,}0103896 \sin 2E' &= +0{,}0103896 . \sin 2E \\
-0{,}0207792\, S^2 . \sin 2E' &= -0{,}0002515\, \overline{\sin M}^2 . \sin 2E \\
&\quad -0{,}0001071 \sin M . \sin(2E' - M . \sin 2E \\
&\quad +0{,}0000173 \sin M . \sin 2M . \sin 2E \\
&\quad +0{,}0000150 \sin M . \sin a . \sin 2E \\
&\quad +0{,}0000058\, \overline{\sin M}^2 . \sin 2E \\
&\quad +0{,}0000046 \sin M . \sin 2(E' - M) . \sin 2E \\
&\quad +0{,}0000033 \sin M . \sin(M - a) . \sin 2E \\
&\quad +0{,}0000029 . \sin M . \sin(2E' - M + a) . \sin 2E \\
&\quad -0{,}0000025 \sin M . \sin(M + a) . \sin 2E \\
&\quad -0{,}0000016 \sin M . \sin(2E' - a) . \sin 2E \\
&\quad -0{,}0000114\, \overline{\sin(2E - M)}^2 . \sin 2E
\end{aligned}
$$

$$+0{,}0000037\,\mathrm{f}(2E'-M)\,.\,\mathrm{f}\,2M.\mathrm{f}\,2E'$$
$$+0{,}0000032\,\sin(2E'-M).\sin a.\sin 2E'$$

$$+0{,}0207792\,S\,.\,\cos 2E = -0{,}0022859\,.\,\sin M\,.\,\cos 2E'$$
$$-0{,}0004865\,\sin(2E'-M)\,.\,\cos 2E'$$
$$+0{,}0000785\,\sin 2M\,.\,\cos 2E'$$
$$+0{,}0000683\,.\,\sin a\,.\,\cos 2E'$$
$$+0{,}0000265\,\sin 2E'\,.\,\cos 2E'$$
$$+0{,}0000208\,\sin 2(E'-M)\,.\,\cos 2E'$$
$$+0{,}0000149\,\sin(M-a)\,.\,\cos 2E'$$
$$+0{,}0000133\,\sin(2E'-M+a)\,.\,\cos 2E'$$
$$-0{,}0000115\,\sin(M+a)\,.\,\cos 2E'$$
$$-0{,}0000073\,\sin(2E'-a)\,.\,\cos 2E$$
$$-0{,}0000060\,\sin(2E'+a)\,.\,\cos 2E'$$
$$+0{,}0000058\,\sin 2(\Omega-\odot')\,.\,\cos 2E'$$
$$+0{,}0000053\,\sin(2E'-M-a).\cos 2E'$$
$$-0{,}0000037\,\sin 3M\,.\,\cos 2E'$$
$$+0{,}0000036\,\sin(2E'+M)\,.\,\cos 2E'$$
$$+0{,}0000035\,\sin 2(2E'-M)\,.\,\cos 2E'$$
$$+0{,}0000016\,\sin(E-M)\,.\,\cos 2E'$$
$$-0{,}0000015\,\sin(2E'-3M)\,.\,\cos 2E'$$
$$-0{,}0000010\,\sin(2M-a)\,.\,\cos 2E'$$
$$-0{,}0000009\,\sin(2E'-2M+a)\,.\,\mathrm{c}\,2E'$$
$$+0{,}0000008\,\sin(2M+a)\,.\,\cos 2E$$

$$-0{,}0138528\,S^3\,.\,\cos 2E = +0{,}0000184\,\overline{\sin M}^3\,.\,\cos 2E'$$
$$+0{,}0000118\,\overline{\sin M}^2\,.\,\mathrm{f}(2E'-M)\,.\,\mathrm{c}\,2E'$$
$$-0{,}0000018\,\overline{\sin M}^2\,.\,\sin 2M\,.\,\cos 2E'$$
$$-0{,}0000016\,\overline{\sin M}^2\,.\,\sin a\,.\,\cos 2E$$

$$+0{,}0069264\,S^4\,.\,\sin 2E' = +0{,}0000010\,\overline{\sin M}^4\,.\,\sin 2E'$$
$$+0{,}0000008\,\overline{\sin M}^3\,.\,\sin(2E'-M)\,.\,\mathrm{f}\,2E'$$

$$+0{,}0000145 \sin 3E' = +0{,}0000145 \sin 3E'$$

$$-0{,}0000652\, S^2 \sin 3E' = -0{,}0000008\, \overline{\sin M}^2 . \sin 3E'$$

$$+0{,}0000435\, S . \cos 3E' = -0{,}0000048 \sin M . \cos 3E'$$
$$-0{,}0000010 \sin (2E' - M) . \cos 3E'$$

$$-0{,}0000652\, S^3 \cos 3E' = 0.$$

$$+0{,}0000533 \sin 4E' = +0{,}0000533 \sin 4E'$$

$$-0{,}0004264\, S^2 . \sin 4E' = -0{,}0000051\, \overline{\sin M}^2 . \sin 4E'$$
$$-0{,}0000022 \sin M . s(2E' - M) . s\,4E'$$

$$+0{,}0002132\, S . \cos 4E' = -0{,}0000234 . \sin M . \cos 4E'$$
$$-0{,}0000050 \sin (2E' - M) . \cos 4E'$$
$$+0{,}0000008 \sin 2M . \cos 4E'$$
$$+0{,}0000007 \sin a . \cos 4E'$$

$$-0{,}0005686\, S^3 \cos 4E' = +0{,}0000007\, \overline{\sin M}^3 . \cos 4E'$$
$$+0{,}0000005\, \overline{\sin M}^2 . s(2E' - M) \cos 4E'$$

30.

J'ai résolu les produits des sinus & cosinus du N°. précédent en sinus de la somme & de la différence des angles; ce qui donne, en prenant la somme de tous les membres qui en résultent pour la troisieme correction de la longitude de la Lune,

$$+0{,}0102591 \sin 2E' \quad +0{,}0011456 \sin (2E' - M)$$
$$-0{,}0011294 \sin (2E' + M)$$
$$-0{,}0005558 \sin E' + 0{,}0002432\, s M - 0{,}0002284\, s(4E' - M)$$
$$+0{,}0001012\, s\,2(E' + M) + 0{,}0000913\, s\,4E' - 0{,}0000371\, s\,2M$$
$$+0{,}0000339 \sin (2E' + a) \quad -0{,}0000335 \sin (2E' - a)$$
$$+0{,}0000306 \sin (E' + M)$$
$$-0{,}0000241 \sin (E' - M) \quad +0{,}0000220 \sin 2(E' - M)$$
$$-0{,}0000154 \sin 2(2E' - M)$$
$$+0{,}0000135 \sin 3E' \quad -0{,}0000134 \sin (4E' + M)$$
$$+0{,}0000111 \sin (2E' + M - a)$$

Digitized by Google

$- 0{,}0000094 \sin(2E' + M + a) - 0{,}0000084 \sin(2E' + 3M)$
$- 0{,}0000078 \sin(M - a)$
$+ 0{,}0000073 \sin(3E' - M) + 0{,}0000062 \sin(4E' - M + a)$
$+ 0{,}0000042 \sin 3M$
$+ 0{,}0000041 \sin 2(3E' - M) - 0{,}0000041 \sin(4E' - a)$
$- 0{,}0000037 \sin(2E' - M + a)$
$- 0{,}0000036 \sin(4E' + a) + 0{,}0000031 \sin(4E' - M - a)$
$+ 0{,}0000031 \sin 2(E' + \Omega - \odot')$
$- 0{,}0000029 \sin 2(E' - \Omega + \odot') - 0{,}0000024 \sin(3E' + M)$
$+ 0{,}0000024 \sin(3E' - M)$
$- 0{,}0000024 \sin(6E' - M) - 0{,}0000022 \sin(M + a)$
$+ 0{,}0000020 \sin(2E' - M - a)$
$- 0{,}0000015 \sin(2E' + 2M - a) + 0{,}0000013 \sin a$
$+ 0{,}0000013 \sin 2(2E' + M)$
$+ 0{,}0000012 \sin(2E' + 2M + a) + 0{,}0000011 \sin(2M - a)$
$+ 0{,}0000010 \sin(E' - a)$
$- 0{,}0000009 \sin(E' + a) + 0{,}0000005 \sin 6E'$
$- 0{,}0000005 \sin(5E' - M)$
$- 0{,}0000004 \sin(E' - 2M) + 0{,}0000004 \sin(3E - 2M)$
$+ 0{,}0000004 \sin(4E' + M - a)$
$+ 0{,}0000004 \sin(3E' + 2M) + 0{,}0000004 \sin 2(2E + M)$
$+ 0{,}0000003 \sin(4E' - 2M + a)$
$+ 0{,}0000002 \sin(E' + 2M) - 0{,}0000002 \sin(E' + M - a)$
$- 0{,}0000002 \sin(3E' - M + a)$
$- 0{,}0000002 \sin(2E - 3M) + 0{,}0000002 \sin 2(E' + 2M)$
$- 0{,}0000002 \sin 2(E' - 2M)$
$+ 0{,}0000001 \sin(E' + M + a) - 0{,}0000001 \sin(E' - M - a)$
$+ 0{,}0000001 \sin(3E' - a)$
$- 0{,}0000001 \sin(4E' - 3M) + 0{,}0000001 \sin(2E' - 2M + a)$
$- 0{,}0000001 \sin(4E' + 3M).$

31.

Nous aurons donc la longitude de la Lune corrigée pour la troiſieme fois, ſi nous ajoutons la correction trouvée dans le N°. précédent à la longitude de la Lune corrigée pour la ſeconde fois telle que nous l'avons trouvée dans le N°. 27. La ſomme de tous ces termes nous donne

$$
\begin{aligned}
\text{☽}''' = \text{☽} & - 0{,}1097673 \sin M - 0{,}0222688 \sin(2E' - M) \\
& + 0{,}0115327 \sin 2E' + 0{,}0037422 \sin 2M \\
& + 0{,}0032879 \sin a + 0{,}0010249 \sin 2(E' - M) \\
& - 0{,}0009561 \sin(2E' + M) + 0{,}0007080 \sin(M - a) \\
& + 0{,}0006360 \sin(2E' - M + a) - 0{,}0005600 \sin E' \\
& - 0{,}0005548 \sin(M + a) - 0{,}0003874 \sin(2E - a) \\
& + 0{,}0002812 \sin 2(\text{☊} - \odot') - 0{,}0002559 \sin(2E + a) \\
& + 0{,}0002579 \sin(2E' - M - a) - 0{,}0002454\, \text{ſ}(4E' - M) \\
& - 0{,}0001752 \sin 3M + 0{,}0001541 \sin 2(2E' - M) \\
& + 0{,}0000931 \sin 2(E' + M) + 0{,}0000913 \sin 4E' \\
& - 0{,}0000731 \sin(2E' - 3M) + 0{,}0000535 \sin(E' - M) \\
& - 0{,}0000456\, \text{ſ}(2M - a) - 0{,}0000417\, \text{ſ}(2E' - 2M + a) \\
& + 0{,}0000381 \sin(2M + a) + 0{,}0000314 \sin(2E' + M - a) \\
& + 0{,}0000306 \sin(E' + M) \\
& - 0{,}0000194 \sin 2a - 0{,}0000154 \sin(2\text{☊} - 2\odot' + M) \\
& - 0{,}0000154 \sin(2\text{☊} - 2\odot' - M) + 0{,}0000135 \sin 3E \\
& - 0{,}0000134 \sin(4E + M) + 0{,}0000107 \sin 4M \\
& - 0{,}0000084\, \text{ſ}(2E' + 3M) - 0{,}0000078\, \text{ſ}(2E' - 2M - a) \\
& + 0{,}0000073\, \text{ſ}(3E - M) + 0{,}0000065\, \text{ſ}(2E' + M + a) \\
& + 0{,}0000062\, \text{ſ}(4E' - M + a) + 0{,}0000050\, \text{ſ}\,2(E' - 2M) \\
& - 0{,}0000046 \sin(E' - 2M) - 0{,}0000041 \sin(4E' - a) \\
& + 0{,}0000041 \sin 2(3E' - M) - 0{,}0000038 \sin(M - 2a) \\
& - 0{,}0000036\, \text{ſ}(4E' + a) + 0{,}0000034\, \text{ſ}(2E' - 3M + a) \\
& + 0{,}0000033\, \text{ſ}(3M - a) + 0{,}0000031\, \text{ſ}(4E' - M - a) \\
& + 0{,}0000031\, \text{ſ}(2E' + \text{☊} - \odot') - 0{,}0000029\, \text{ſ}\,2(\text{☽} - \text{☊}) \\
& - 0{,}0000028\, \text{ſ}(2E' + 2M - a) - 0{,}0000027\, \text{ſ}(3M + a)
\end{aligned}
$$

$-0,0000024 \sin(3E' + M) + 0,0000024 \sin(3E' - M)$
$-0,0000024 \text{ſ}(6E' - M) + 0,0000022 \text{ſ}(2E' + 2M + a)$
$-0,0000019 \sin(4E' - 3M) + 0,0000013 \text{ſ}\,2(2E' + M)$
$+0,0000010 \sin(E' - a) + 0,0000010 \sin(M + 2a)$
$+0,0000010 \text{ſ}\,2(☊ - ⊙' + M) + 0,0000010 \text{ſ}\,2(☊ - ⊙' - M)$
$-0,0000009 \sin(E' + a).$

32.

Pour avoir maintenant la quatrieme correction, il ne s'agit que de substituer dans l'expression $+ 83'' \sin[2(☽''' - ☊) - M''] = + 0,0004024.$ $\sin[2(☽''' - ☊) - M'']$ les valeurs trouvées pour $☽'''$ & M''. Donc, pour faire ceci aisément, supposons $2☽''' - 2☊ - M'' = 2☽ - 2☊ - M + T$, & nous aurons, en négligeant les membres qui ne donnent rien à la septieme place décimale,

$$T = -0,2195346 \sin M + 0,0230654 \sin 2E$$
$$-0,0211066 \sin(2E' - M) + 0,0074844 \sin 2M.$$

$$T^2 = +0,0481954 \overline{\sin M}^2 - 0,0101273 \sin M . \sin 2E$$
$$+ 0,0092672 \sin M . \sin(2E' - M)$$

&

$$T^3 = 0.$$

Nous aurons par conséquent $+ 0,0004024 \sin(2☽''' - 2☊ - M'')$ $= + 0,0004024 \sin(2☽ - 2☊ - M)$, $\cos T + 0,0004024.$ $\cos(2☽ - 2☊ - M) \sin T$; ainsi, comme nous pouvons supposer $\cos T = 1 - \frac{1}{2}T^2$ & $\sin T = T$, cela nous donne $+ 0,0004024$ $\sin(2☽''' - 2☊ - M'') = + 0,0004024 \sin(2☽ - 2☊ - M)$ $- 0,0002012\, T^2 . \sin(2☽ - 2☊ - M) + 0,0004024\, T.$ $\cos.(2☽ - 2☊ - M).$

33.

Si nous supposons à présent pour T & T^2 les valeurs déjà trouvées, nous aurons pour l'expression cherchée la valeur suivante

$$+ 0{,}0004024 \sin(2☽ - 2☊ - M)$$
$$- 0{,}0000097 \sin M . \sin(2☽ - 2☊ - M)$$
$$+ 0{,}0000020 \sin M . \sin 2E' . \sin(2☽ - 2☊ - M)$$
$$- 0{,}0000019 \sin M . \sin(2E' - M) \sin(2☽ - 2☊ - M)$$
$$- 0{,}0000883 \sin M \cos(2☽ - 2☊ - M)$$
$$+ 0{,}0000093 \sin 2E' . \cos(2☽ - 2☊ - M)$$
$$- 0{,}0000085 \sin(2E' - M . \cos(2☽ - 2☊ - M)$$
$$+ 0{,}0000030 \sin 2M . \cos(2☽ - 2☊ - M)$$

34.

La réduction des produits des ſinus & coſinus en ſinus du multiple des angles nous donne enfin pour cette même expreſſion de la quatrieme correction

$$+ 0{,}0003976 \sin(2☽ - 2☊ - M) - 0{,}0000441\, ſ\, 2(☽ - ☊)$$
$$+ 0{,}0000441\, ſ\, 2(☽ - ☊ - M) + 0{,}0000039\, ſ(2☽ - 2☊ + M)$$
$$- 0{,}0000047\, ſ\, 2(☊ - ☉') - 0{,}0000037\, ſ\, 2(2☽ - ☉' - ☊ - M)$$
$$+ 0{,}0000051 \sin(4☽ - 2☉' - 2☊ - M)$$
$$+ 0{,}0000041 \sin(2(☊ - ☉' + M)$$
$$+ 0{,}0000009\, ſ(2☽ - 2☊ - 3M) + 0{,}0000005\, ſ\, 2(☊ - ☉' + M)$$
$$+ 0{,}0000005\, ſ(2☊ - 2☉' - M).$$

35.

Cette quatrieme correction trouvée dans le N°. précédent étant ajoutée à la longitude de la Lune corrigée pour la troiſieme fois, ou ☽''' tel que nous l'avons trouvé dans le N°. 31, nous donne la longitude de la Lune dans ſon orbite ou la longitude de la Lune corrigée pour la quatrieme fois. Nous trouvons en ajoutant les termes du N°. précédent à ceux du N°. 31.

$$☽'' = ☽ - 0{,}1097673\, ſM - 0{,}0222688\, ſ\, 2(E - M)$$
$$+ 0{,}0115327\, ſ\, 2E + 0{,}0037422\, ſ\, 2M$$
$$+ 0{,}0032879\, ſa + 0{,}0010249\, ſ\, 2(E - M)$$
$$- 0{,}0009561\, ſ(2E' + M) + 0{,}0007080\, ſ(M - a)$$
$$+ 0{,}0006360\, ſ(2E' - M + a) - 0{,}0005600 .\, ſE$$

Digitized by Google

$- 0{,}0005548\ \text{ſ}(M + a) + 0{,}0003976\ \text{ſ}(2\text{☽} - 2\text{☊} - M)$
$- 0{,}0003874\ \text{ſ}(2E' - a) + 0{,}0002765\ \text{ſ}\ 2(\text{☊} - \odot')$
$- 0{,}0002559\ \text{ſ}(2E' + a) + 0{,}0002579\ \text{ſ}(2E' - M - a)$
$- 0{,}0002454\ \text{ſ}(4E' - M) - 0{,}0001752\ \text{ſ}\ 3M$
$+ 0{,}0000931\ \text{ſ}\ 2(E' + M) + 0{,}0001541\ \text{ſ}\ 2(2E' - M)$
$+ 0{,}0000913\ \text{ſ}\ 4E' - 0{,}0000731\ \text{ſ}(2E' - 3M)$
$+ 0{,}0000535\ \text{ſ}(E' - M) - 0{,}0000456\ \text{ſ}(2M - a)$
$- 0{,}0000470\ \text{ſ}\ 2(\text{☽} - \text{☊}) + 0{,}0000441\ \text{ſ}\ 2(\text{☽} - \text{☊} - M)$
$- 0{,}0000417\ \text{ſ}(2E' - 2M + a) + 0{,}0000381\ \text{ſ}(2M + a)$
$+ 0{,}0000314\ \text{ſ}(2E' + M - a) - 0{,}0000194\ \text{ſ}\ 2a$
$- 0{,}0000113\ \text{ſ}(2\text{☊} - 2\odot' + M) - 0{,}0000149\ \text{ſ}(2\text{☊} - 2\odot' - M)$
$+ 0{,}0000135\ \text{ſ}\ 3E' + 0{,}0000306\ \text{ſ}(E' + M)$
$- 0{,}0000134\ \text{ſ}(4E' + M) + 0{,}0000107\ \text{ſ}\ 4M$
$- 0{,}0000084\ \text{ſ}(2E' + 3M) - 0{,}0000078\ \text{ſ}(2E' - 2M - a)$
$+ 0{,}0000097\ \text{ſin}(3E' - M) + 0{,}0000065\ \text{ſin}(2E' + M + a)$
$+ 0{,}0000062\ \text{ſ}(4E' - M + a) + 0{,}0000051\ \text{ſ}(4\text{☽} - 2\odot' - 2\text{☊} - M)$
$+ 0{,}0000050\ \text{ſin}\ 2(E' - 2M) - 0{,}0000046\ \text{ſin}(E' - 2M)$
$- 0{,}0000041\ \text{ſin}(4E' - a) + 0{,}0000041\ \text{ſin}\ 2(3E' - M)$
$+ 0{,}0000039\ \text{ſ}(2\text{☽} - 2\text{☊} + M) - 0{,}0000038\ \text{ſ}(M - 2a)$
$- 0{,}0000037\ \text{ſ}\ 2(2\text{☽} - \odot' - \text{☊} - M) - 0{,}0000036\ \text{ſ}(4E' + a)$
$+ 0{,}0000034\ \text{ſin}(2E' - 3M + a) + 0{,}0000033\ \text{ſin}(3M - a)$
$+ 0{,}0000031\ \text{ſ}(4E' - M - a) + 0{,}0000031\ \text{ſ}(2E' + \text{☊} - \odot')$
$- 0{,}0000028\ \text{ſin}(2E' + 2M - a) - 0{,}0000027\ \text{ſin}(3M + a)$
$- 0{,}0000024\ \text{ſin}(3E' + M) - 0{,}0000024\ \text{ſin}(6E' - M)$
$+ 0{,}0000022\ \text{ſ}(2E' + 2M + a) + 0{,}0000015\ \text{ſ}(2\text{☊} - \odot' + M)$
$- 0{,}0000019\ \text{ſin}(4E' - 3M) + 0{,}0000013\ \text{ſin}\ 2(2E' + M)$
$+ 0{,}0000010\ \text{ſin}(E' - a) + 0{,}0000010\ \text{ſin}(M + 2a)$
$+ 0{,}0000010\ \text{ſ}\ 2(\text{☊} - \odot' - M) + 0{,}0000009\ \text{ſ}(2\text{☽} - 2\text{☊}' - 3M)$
$- 0{,}0000009\ \text{ſin}(E' + a).$

36.

Pour avoir une preuve de l'exactitude de cette derniere expreſſion, j'ai calculé un exemple, premierement d'après les Tables de Mayer & enſuite

ſelon cette derniere formule. J'ai choiſi minuit temps vrai du premier Juillet 1779 & je trouve pour ce moment la longitude moyenne de la Lune ou ☽ $= 10^s. 16°. 59'. 59''$, la longitude de l'apogée $= 9^s. 21°. 17'. 47''$ dont l'anomalie moyenne ou $M = 0^s. 25°. 42'. 12''$, le lieu du nœud au ☊ $= 2^s. 9°. 45'. 20''$ & le lieu vrai du Soleil $= 3^s. 9°. 48'. 58''$. Le reſte du calcul ſe comprend aiſément par l'exemple même, & l'on voit par là que les Tables de Mayer donnent au moment choiſi pour la longitude de la Lune dans l'orbite, qui eſt celle qu'on trouve après la quatrieme correction, $10^s. 14°. 7'. 0''$

	☽	Apog.	☊	
1779.	2. 12. 16. 35	9. 0. 57. 50	2. 19. 25. 11	$M = 0^s. 25°. 42'. 12''$
Juil. 1	7. 28. 6. 15	0. 20. 16. 35	− 9. 38. 16	+ 0. 16
12^h	6. 35. 18	3. 21	− 1. 35	$M' = 0^s. 25°. 42'. 28''$
$3'$	1. 39	1		− 59. 39
$22''$	12			$M'' = 0. 24. 42. 49 = -2°. 28'. 9''$
	10. 16. 59. 59	9. 21. 17. 47	2. 9. 45. 20	= ☊
☉' =	3. 9. 48. 58	0. 25. 42. 12	+ 0. 6	
$E' =$	7. 7. 11. 1	+ 0. 16	2. 9. 45. 26	= ☊'
$2E' =$	2. 14. 22. 2	− 59. 39	8. 4. 20. 13	= ☽''' − ☊'
		0. 24. 42. 49	4. 8. 40. 26	= 2(☽''' − ☊')
			3. 13. 57. 37	= 2(☽''' − ☊') − M'' = + 1'. 11''
$a =$	0. 0. 40. 22	+ 0. 8	. . . .	
$2E' + a =$	2. 15. 2. 24	. . . .	0. 52	☽ = 10. 16. 59. 59
$2E' - a =$	2. 13. 41. 40	. . . .	1. 6	− 0. 59. 39
$2E' + M =$	5. 10. 4. 14	0. 53	. . . .	☽' = 10. 16. 0. 20''
$2E' - M =$	1. 18. 39. 50	. . . .	59. 54	− 2. 28. 50
$2E' - M + a =$	1. 19. 20. 12	1. 38	. . . .	☽'' = 10. 13. 31. 30''
$2E' - M - a =$	1. 17. 59. 28	0. 36	. . . .	+ 34. 9
$M - a =$	0. 25. 1. 50	0. 14	. . . .	☽''' = 10. 14. 5. 39
☊ − ☉' =	10. 29. 56. 22	. . . .	0. 50	+ 1. 21''
$E' - M =$	6. 11. 28. 49	. . . .	0. 26	☽^{IV} = $10^s. 14°. 7'. 0''$. Longitude de la Lune dans ſon orbite.
		+ 3. 29	− 1. 3. 8	
			+ 0. 3. 29	
			− 0. 59. 39	
☽'' − ☉' =	7. 3. 42. 32	= + 0. 24'. 9''		

37.

Voici à préſent le calcul d'après notre formule du N°. 35, où je n'ai négligé aucun terme, afin d'avoir la derniere préciſion. La ſomme de tous les termes poſitifs donne, comme l'on voit par l'exemple, + 0,0166013, & celle des termes négatifs — 0,0669230, en ſorte que cette derniere ſomme ſurpaſſe la premiere de — 0,0503217; ce qui donne, étant réduit

en degrés, minutes & secondes, pour la correction cherchée, $-2^\circ. 52'. 59''6$. Si donc nous ajoutons cette quantité à la longitude moyenne de la Lune trouvée plus haut, nous aurons tout de suite la longitude de la Lune dans son orbite, ou $☽'' = 10^s. 14^\circ. 6'. 59'',4$; ce qui ne differe du calcul précédent que de $0'', 6$ secondes, comme l'on verra par l'exemple suivant.

$M =$	0. 25. 42. 12	. . . .	0,0476073
$2E - M =$	1. 18. 39. 50	. . . .	0,0167205
$2E =$	2. 14. 22. 2	0,0111060	. . . .
$2M =$	1. 21. 24. 24	0,0029249	. . . .
$a =$	0. 0. 40. 22	0,0000386	. . . .
$2(E - M) =$	0. 22. 57. 38	0,0003998	. . . .
$2E + M =$	3. 10. 4. 14	. . . .	0,0009414
$M - a =$	0. 25. 1. 50	0,0002995	. . . .
$2E - M + a =$	1. 19. 20. 12	0,0004824	. . . .
$E =$	7. 7. 11. 1	0,0003384	. . . .
$M + a =$	0. 26. 22. 34	. . . .	0,0002464
$2☽ - 2☊ - M =$	3. 18. 47. 6	0,0003764	. . . .
$2E - a =$	2. 13. 41. 40	. . . .	0,0003718
$2(☊ - ☉) =$	9. 29. 52. 44	. . . .	0,0001397
$2E + a =$	2. 15. 2. 24	. . . .	0,0002472
$2E - M - a =$	1. 17. 59. 28	0,0001916	. . . .
$4E - M =$	4. 3. 1. 52	. . . .	0,0002057
$3M =$	2. 17. 6. 36	. . . .	0,0001708
$2(E + M) =$	4. 5. 46. 26	0,0000755	. . . .
$2(2E - M) =$	3. 7. 19. 40	0,0001528	. . . .
$4E =$	4. 28. 44. 4	0,0000474	. . . .
$2E - 3M =$	11. 27. 15. 26	0,0000035	. . . .
$E - M =$	6. 11. 28. 49	. . . .	0,0000106
$2M - a =$	1. 20. 44. 2	. . . .	0,0000353
$2(☽ - ☊) =$	4. 14. 29. 18	. . . .	0,0000335
$2(☽ - ☊ - M) =$	2. 23. 4. 54	0,0000438	. . . .
$2E - 2M + a =$	0. 23. 38. 0	. . . .	0,0000167
$2M + a =$	1. 22. 4. 46	0,0000300	. . . .
$2E + M - a =$	3. 9. 23. 52	0,0000308	. . . .
$2a =$	0. 1. 20. 44	. . . .	0,0000004
$2☊ - 2☉ + M =$	10. 25. 34. 56	0,0000064	. . . .
$2☊ - 2☉ - M =$	9. 4. 10. 32	0,0000148	. . . .
$3E =$	9. 21. 33. 3	. . . .	0,0000126
$E + M =$	8. 2. 53. 13	. . . .	0,0000272
$4E + M =$	5. 24. 26. 16	. . . .	0,0000013
$4M =$	3. 12. 48. 48	0,0000104	. . . .

Digitized by Google

$2E + 3M$ =	5. 1. 28. 38	. . . .	0,0000040
$2E - 2M - a$ =	0. 22. 17. 16	. . . .	0,0000029
$3E - M$ =	8. 25. 50. 51	. . . .	0,0000073
$2E + M + a$ =	3. 10. 44. 36	0,0000061	. . . .
$4E - M + a$ =	4. 3. 42. 14	0,0000051	. . . .
4☽ — 2⊙ — 2☊ — M =	6. 3. 9. 8	. . . .	0,0000003
$2(E - 2M)$ =	11. 1. 33. 14	. . . .	0,0000023
$E - 2M$ =	5. 15. 46. 37	. . . .	0,0000011
$4E - a$ =	4. 28. 3. 42	. . . .	0,0000021
$2(3E - M)$ =	5. 21. 41. 42	0,0000005	. . . .
2☽ — 2☊ + M =	5. 10. 11. 30	0,0000013	. . . .
$M - 2a$ =	0. 24. 21. 28	. . . .	0,0000015
2(2☽ — ⊙ — ☊ — M) =	8. 3. 26. 58	0,0000033	. . . .
$4E + a$ =	4. 29. 24. 26	. . . .	0,0000018
$2E - 3M + a$ =	11. 27. 55. 48	. . . .	0,0000001
$3M - a$ =	2. 16. 26. 14	0,0000032	. . . .
$4E - M - a$ —	4. 2. 21. 30	0,0000026	. . . .
2(E + ☊ — ⊙) =	0. 14. 14. 46	0,0000007	. . . .
$2E + 2M - a$ =	4. 5. 6. 4	. . . .	0,0000023
$3M + a$ =	2. 17. 46. 58	. . . .	0,0000026
$3E + M$ =	10. 17. 15. 15	0,0000016	. . . .
$3E - M$ =	8. 25. 50. 51	. . . .	0,0000024
$6E - M$ =	6. 17. 23. 54	0,0000004	. . . .
$2E + 2M + a$ =	4. 6. 26. 48	0,0000018	. . . .
2(☊ — ⊙ + M) =	11. 21. 17. 8	. . . .	0,0000002
$4E - 3M$ =	2. 11. 37. 28	. . . .	0,0000018
$2(2E + M)$ =	6. 20. 8. 28	. . . .	0,0000004
$E - a$ =	7. 6. 30. 39	. . . .	0,0000006
$M + 2a$ =	0. 27. 2. 56	0,0000004	. . . .
2(☊ — ⊙ — M) =	8. 8. 28. 20	. . . .	0,0000009
2☽ — 2☊ — $3M$ =	1. 27. 21. 42	0,0000007	. . . .
$E + a$ =	7. 7. 51. 23	0,0000006	. . . .
		+0,0166013	—0,0669230

Donc la correction cherchée = — 0,0503217

0,0349066 = 2°

0,0154151

0,0151262 = 52′

0,0002889

0,0002860 = 59″

0,0000029 = 0″,6.

Nous avons trouvé :	☽ =	$10^s. 16^\circ. 59'. 59''$
La correction - -	= —	$2^\circ. 52'. 59'',6$
Donc - - -	☽ᴵᵛ =	$10^s. 14^\circ. 6'. 59'',4$

38.

Dans la derniere formule ſe trouve encore la longitude vraie du Soleil qu'il s'agit préſentement de changer également dans la longitude moyenne. Pour le faire avec ſuccès remarquons qu'on aura $2E' = 2☽ - 2☉'$, & ſuppoſons $☉' = ☉ + T$, ce qui nous donne $2E' = 2☽ - 2☉ - 2T = 2E - 2T$. Cette ſuppoſition donne $T = -0{,}0336039 \sin a + 0{,}0003530 \sin 2a + 0{,}0000388 \sin(☽ - ☉) + 0{,}0000325 \sin(☉ - ♃)$ & en négligeant les membres qui ne donnent rien à la ſeptieme place décimale, parce que les coëfficients avec leſquels il les faut multiplier ſont trop petits, nous trouvons

$$T^2 = +0{,}0011292 \overline{\sin a}^2 - 0{,}0000237 \,.\, \sin a \,.\, \sin 2a \quad \&$$
$$T^3 = -0{,}0000379 \overline{\sin a}^3.$$

39.

Donc, en opérant de la même maniere que nous l'avons déjà fait voir plus haut, nous trouvons

$$\begin{aligned}
-0{,}0222688 \sin(2E' - M) = & -0{,}0222437 \sin(2E - M) \\
& -0{,}0007489 \sin(2E - M + a) \\
& +0{,}0007485 \sin(2E - M - a) \\
& -0{,}0000204 \sin(2E - M - 2a) \\
& -0{,}0000048 \sin(2E - M + 2a) \\
& +0{,}0000008 \sin(3E - M) \\
& -0{,}0000008 \sin(E - M) \\
& +0{,}0000007 \sin(2E - M + ☉ - ♃) \\
& -0{,}0000007 \sin(2E - M - ☉ + ♃) \\
& -0{,}0000004 \sin(2E - M + 2♀ - 2☉) \\
& +0{,}0000004 \sin(2E - M - 2♀ + 2☉) \\
& +0{,}0000003 \sin(2E - M + ♀ - ☉) \\
& -0{,}0000003 \sin(2E - M - ♀ + ☉) \\
+0{,}0115327 \sin 2E' = & +0{,}0115197 \sin 2E \\
& +0{,}0003875 \sin(2E + a) \\
& -0{,}0003875 \sin(2E - a)
\end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
& + 0{,}0000105 \sin 2\,(E - a) \\
& + 0{,}0000025 \sin 2\,(E + a) \\
& - 0{,}0000004 \sin 3\,E \\
& + 0{,}0000004 \sin E \\
& - 0{,}0000003 \sin (2E + \odot - \text{♃}) \\
& + 0{,}0000003 \sin (2E - \odot + \text{♃}) \\
& + 0{,}0000002 \sin (2E + 2\text{♀} - 2\odot) \\
& - 0{,}0000002 \sin (2E - 2\text{♀} + 2\odot) \\
& - 0{,}0000002 \sin (2E + \text{♀} - \odot) \\
& + 0{,}0000002 \sin (2E - \text{♀} + \odot) \\
+ 0{,}0010249 \sin 2\,(E' - M) = & + 0{,}0010238 \sin 2\,(E - M) \\
& + 0{,}0000344 \sin (2E - 2M + a) \\
& - 0{,}0000344 \sin (2E - 2M - a) \\
& + 0{,}0000010 \sin 2\,(E - M - a) \\
& + 0{,}0000002 \sin 2\,(E - M + a) \\
- 0{,}0009561 \sin 2\,(E' + M) = & - 0{,}0009551 \sin 2\,(E + M) \\
& - 0{,}0000321 \sin 2\,(E + M + a) \\
& + 0{,}0000321 \sin 2\,(E + M - a) \\
& - 0{,}0000008 \sin (2E + M - 2a) \\
& - 0{,}0000002 \sin (2E + M + 2a) \\
+ 0{,}0006360 \sin (2E' - M + a) = & + 0{,}0006353 \sin (2E - M + a) \\
& + 0{,}0000213 \sin (2E - M + 2a) \\
& - 0{,}0000213 \sin (2E - M) \\
- 0{,}0005600 \sin E' = & - 0{,}0005597 \sin E \\
& - 0{,}0000094 \sin (E + a) \\
& + 0{,}0000094 \sin (E - a) \\
- 0{,}0003874 \sin (2E' - a) = & - 0{,}0003870 \sin (2E - a) \\
& - 0{,}0000130 \sin 2E \\
& + 0{,}0000130 \sin 2\,(E - a) \\
+ 0{,}0002765 \sin 2\,(\text{☊} - \odot') = & + 0{,}0002762 \sin 2\,(\text{☊} - \odot) \\
& + 0{,}0000093 \sin (2\text{☊} - 2\odot + a) \\
& - 0{,}0000093 \sin (2\text{☊} - 2\odot - a)
\end{aligned}
$$

Digitized by Google

$-0,0002559 \sin(2E' + a) = -0,0002556 \sin(2E + a)$
$-0,0000086 \sin 2(E + a)$
$+0,0000086 \sin 2E$

$+0,0002579 \sin(2E' - M - a) = +0,0002576 \sin(2E - M - a)$
$+0,0000087 \sin(2E - M)$
$-0,0000087 \sin(2E - M - 2a)$

$-0,0002454 \sin(4E' - M) = -0,0002444 \sin(4E - M)$
$-0,0000165 \sin(4E - M + a)$
$+0,0000165 \sin(4E - M - a)$

$+0,0000931 \sin 2(E' + M) = +0,0000931 \sin 2(E + M)$
$+0,0000031 \sin(2E + 2M + a)$
$-0,0000031 \sin(2E + 2M - a)$

$+0,0001541 \sin 2(2E' - M) = +0,0001538 \sin 2(2E - M)$
$+0,0000103 \sin(4E - 2M + a)$
$-0,0000103 \sin(4E - 2M - a)$

$+0,0000913 \sin 4E' = +0,0000909 \sin 4E$
$+0,0000060 \sin(4E + a)$
$-0,0000060 \sin(4E - a)$

$-0,0000731 \sin(2E' - 3M) = -0,0000730 \sin(2E - 3M)$
$-0,0000024 \sin(2E - 3M + a)$
$+0,0000024 \sin(2E - 3M - a)$

$+0,0000535 \sin(E' - M) = +0,0000535 \sin(E - M)$
$+0,0000009 \sin(E - M + a)$
$-0,0000009 \sin(E - M - a)$

$-0,0000417 \sin(2E' - 2M + a) = -0,0000416 \sin(2E - 2M + a)$
$-0,0000014 \sin 2(E - M + a)$
$+0,0000014 \sin 2(E - M)$

$+0,0000314 \sin(2E' + M - a) = +0,0000314 \sin(2E + M - a)$
$+0,0000010 \sin(2E + M)$
$-0,0000010 \sin(2E + M - 2a)$

$-0,0000113 \sin(2☊ - 2\odot' + M) = -0,0000113 \sin(2☊ - 2\odot + M)$

$-0,0000149 \sin(2☊ - 2\odot' - M) = -0,0000149 \sin(2☊ - 2\odot - M)$

$$\begin{aligned}
+0{,}0000135 \sin 3E' = &+0{,}0000135 \sin 3E \\
&+0{,}0000006 \sin(3E+a) \\
&-0{,}0000006 \sin(3E-a) \\
+0{,}0000306 \sin(E'+M) = &+0{,}0000306 \sin(E+M) \\
&+0{,}0000005 \sin(E+M+a) \\
&-0{,}0000005 \sin(E+M-a) \\
-0{,}0000134 \sin(4E'+M) = &-0{,}0000134 \sin(4E+M) \\
&-0{,}0000009 \sin(4E+M+a) \\
&+0{,}0000009 \sin(4E+M-a)
\end{aligned}$$

40.

Il ne nous reste par conséquent plus rien à faire que de substituer les valeurs trouvées dans le N°. précédent à la place des membres de la formule trouvée ci-dessus, & nous aurons la formule suivante, qui nous donne directement le lieu de la Lune dans son orbite, sans que nous ayons besoin de nous servir des mouvements vrais du Soleil.

$$\begin{aligned}
\leftmoon'' = \leftmoon &-0{,}1097673 \sin M -0{,}0222563 \sin(2E-M) \\
&+0{,}0115153 \sin 2E +0{,}0037422 \sin 2M \\
&+0{,}0032879 \sin a +0{,}0010252 \sin 2(E-M) \\
&+0{,}0010061 \sin(2E-M-a) -0{,}0009541 \sin(2E+M) \\
&-0{,}0007745 \sin(2E-a) +0{,}0007080 \sin(M-a) \\
&-0{,}0005593 \sin E -0{,}0005548 \sin(M+a) \\
&+0{,}0003976 \, s(2\leftmoon-2\ascnode-M) +0{,}0002762 \, s\,2(\ascnode-\odot) \\
&-0{,}0002444 \sin(4E-M) -0{,}0001752 \sin 3M \\
&+0{,}0001538 \sin 2(2E-M) +0{,}0001319 \sin(2E+a) \\
&-0{,}0001136 \sin(2E-M+a) +0{,}0000931 \, s\,2(E+M) \\
&+0{,}0000909 \sin 4E -0{,}0000730 \sin(2E-3M) \\
&+0{,}0000635 \sin(2E+M-a) +0{,}0000527 \sin(E-M) \\
&-0{,}0000470 \sin 2(\leftmoon-\ascnode) -0{,}0000456 \sin(2M-a) \\
&+0{,}0000441 \, s\,2(\leftmoon-\ascnode-M) -0{,}0000422 \, s(2E-2M-a)
\end{aligned}$$

$+$

Digitized by Google

$+\,0{,}0000381\ \text{ſin}(2M+a)\quad +\,0{,}0000306\ \text{ſin}(E+M)$
$-\,0{,}0000291\ \text{ſ}(2E-M-2a)-0{,}0000256\ \text{ſ}(2E+M+a)$
$+\,0{,}0000235\ \text{ſin}\ 2(E-a)\quad -0{,}0000194\ \text{ſin}\ 2a$
$+\,0{,}0000165\ \text{ſ}(2E-M+2a)+0{,}0000196\ \text{ſ}(4E-M-a)$
$-\,0{,}0000149\ \text{ſ}(2\text{☊}-2\text{☉}-M)-0{,}0000134\ \text{ſ}(4E+M)$
$+\,0{,}0000131\ \text{ſin}\ 3E\ -0{,}0000113\ \text{ſin}(2\text{☊}-2\text{☉}+M)$
$+\,0{,}0000107\ \text{ſin}\ 4M\quad +0{,}0000105\ \text{ſin}(3E-M)$
$+\,0{,}0000104\ \text{ſin}(E-a)\quad -0{,}0000103\ \text{ſin}(E+a)$
$-\,0{,}0000103\ \text{ſ}(4E-M+a)+0{,}0000103\ \text{ſ}(4E-2M+a)$
$-\,0{,}0000103\ \text{ſ}(4E-2M-a)\quad -0{,}0000101\ \text{ſ}(4E-a)$
$+\,0{,}0000093\ \text{ſ}(2\text{☊}-2\text{☉}+a)-0{,}0000093\ \text{ſ}(2\text{☊}-2\text{☉}-a)$
$-\,0{,}0000084\ \text{ſ}(2E+3M)-0{,}0000072\ \text{ſ}(2E-2M+a)$
$-\,0{,}0000061\ \text{ſ}2(E+a)\quad -0{,}0000059\ \text{ſ}(2E+2M-a)$
$+\,0{,}0000051\ \text{ſ}(4\text{☽}-2\text{☉}-2\text{☊}-M)+0{,}0000050\ \text{ſ}2(E-2M)$
$-\,0{,}0000046\ \text{ſin}(E-2M)\quad +0{,}0000041\ \text{ſin}\ 2(3E-M)$
$+\,0{,}0000039\ \text{ſ}(2\text{☽}-2\text{☊}+M)\quad -0{,}0000038\ \text{ſ}(M-2a)$
$-\,0{,}0000037\ \text{ſ}2(2\text{☽}-\text{☉}-\text{☊}-M)+0{,}0000033\ \text{ſ}(3M-a)$
$+\,0{,}0000031\ \text{ſ}2(E+\text{☊}-\text{☉})+0{,}0000031\ \text{ſ}(2E+2M+a)$
$-\,0{,}0000027\ \text{ſin}(3M+a)\quad -0{,}0000024\ \text{ſin}(3E+M)$
$-\,0{,}0000024\ \text{ſin}(6E-M)\quad +0{,}0000024\ \text{ſin}(4E+a)$
$+\,0{,}0000024\ \text{ſ}(2E-3M-a)+0{,}0000022\ \text{ſ}(2E+2M+a)$
$-\,0{,}0000019\ \text{ſ}(4E-3M)+0{,}0000015\ \text{ſ}2(\text{☊}-\text{☉}+M)$
$-\,0{,}0000014\ \text{ſ}2(E-M+a)\quad +0{,}0000013\ \text{ſ}2(2E+M)$
$+\,0{,}0000010\ \text{ſin}(M+2a)+0{,}0000010\ \text{ſ}2(\text{☊}-\text{☉}-M)$
$-\,0{,}0000010\ \text{ſ}(2E+M-2a)+0{,}0000010\ \text{ſ}2(E-M-a)$
$+\,0{,}0000010\ \text{ſ}(2E-3M+a)+0{,}0000009\ \text{ſ}(E-M+a)$
$-\,0{,}0000009\ \text{ſ}(E-M-a)-0{,}0000009\ \text{ſ}(4E+M+a)$
$+\,0{,}0000009\ \text{ſ}(4E+M-a)+0{,}0000009\ \text{ſ}(2\text{☽}-2\text{☊}-3M)$
$+\,0{,}0000007\ \text{ſin}(2E-M+\text{☉}-\text{♃})$
$-\,0{,}0000007\ \text{ſin}(2E-M-\text{☉}+\text{♃})$
$+\,0{,}0000006\ \text{ſin}(3E+a)\quad -0{,}0000006\ \text{ſin}(3E-a)$
$+\,0{,}0000005\ \text{ſ}(E+M+a)-0{,}0000005\ \text{ſ}(E+M-a)$

$$-0{,}0000004 \sin(2E - M + 2♀ - 2\odot)$$
$$+0{,}0000004 \sin(2E - M - 2♀ + 2\odot)$$
$$+0{,}0000003 \sin(2E - M + ♀ - \odot)$$
$$-0{,}0000003 \sin(2E - M - ♀ + \odot)$$
$$-0{,}0000003 \sin(2E + \odot - ♃) + 0{,}0000003 \sin(2E - \odot + ♃)$$

41.

Présentement nous pouvons de nouveau exprimer les coëfficients des membres de la derniere formule en ſecondes; c'eſt ce qui eſt abſolument néceſſaire pour en conſtruire des Tables ſuivant le ſyſteme ſexagéſimal que les Géometres & les Aſtronomes ont conſervé juſqu'à préſent. Cette réduction nous donne

$$☽'' = ☽ - 22641'' \sin M$$
$$- 4591 \sin(2E - M)$$
$$+ 2396 \sin 2E$$
$$+ 772 \sin 2M$$
$$+ 678 \sin a$$
$$+ 211 \sin 2(E - M)$$
$$+ 208 \sin(2E - M - a)$$
$$- 197 \sin(2E + M)$$
$$- 160 \sin(2E - a)$$
$$+ 146 \sin(M - a)$$
$$- 115 \sin E$$
$$- 114 \sin(M + a)$$
$$+ 82 \sin(2☽ - 2☊ - M)$$
$$+ 57 \sin 2(☊ - \odot)$$
$$- 50 \sin(4E - M)$$
$$- 36 \sin 3M$$
$$+ 32 \sin 2(2E - M)$$
$$+ 27 \sin(2E + a)$$
$$- 23 \sin(2E - M + a)$$
$$+ 19 \sin 2(E + M)$$
$$+ 19 \sin 4E$$
$$- 15'' \sin(2E - 3M)$$
$$+ 13 \sin(2E + M - a)$$
$$+ 11 \sin(E - M)$$
$$- 10 \sin 2(☽ - ☊)$$
$$- 9 \sin(2M - a)$$
$$+ 9 \sin 2(☽ - ☊ - M)$$
$$- 9 \sin(2E - 2M - a)$$
$$+ 8 \sin(2M + a)$$
$$+ 6 \sin(E + M)$$
$$- 6 \sin(2E - M - 2a)$$
$$- 5 \sin(2E + M + a)$$
$$+ 5 \sin 2(E - a)$$
$$+ 4 \sin(4E - M - a)$$
$$- 4 \sin 2a$$
$$+ 3 \sin(2E - M + 2a)$$
$$- 3 \sin(2☊ - 2\odot - M)$$
$$- 3 \sin(4E + M)$$
$$+ 3 \sin 3E$$
$$- 2 \sin(2☊ - 2\odot + M)$$
$$+ 2 \sin 4M$$
$$+ 2 \sin(3E - M)$$

$$
\begin{aligned}
\text{☽}'' = \text{☽} & + 2'' \sin(E - a) \\
& - 2 \sin(E + a) \\
& - 2 \sin(4E - M + a) \\
& + 2 \sin(4E - 2M + a) \\
& - 2 \sin(4E - 2M - a) \\
& - 2 \sin(4E - a) \\
& + 2 \sin(2\text{☊} - 2\odot + a) \\
& - 2 \sin(2\text{☊} - 2\odot - a) \\
& - 2 \sin(2E + 3M) \\
& - 1 \sin(2E - 2M + a) \\
& - 1 \sin 2(E + a) \\
& - 1 \sin(2E + 2M - a) \\
& + 1'' \text{ſ}(4\text{☽} - 2\odot - 2\text{☊} - M) \\
& + 1 \sin 2(E - 2M) \\
& - 1 \sin(E - 2M) \\
& + 1 \sin 2(3E - M) \\
& + 1 \sin(2\text{☽} - 2\text{☊} + M) \\
& - 1 \sin(M - 2a) \\
& - 1 \sin 2(2\text{☽} - \odot - \text{☊} - M) \\
& + 1 \sin(3M - a) \\
& + 1 \sin 2(E + \text{☊} - \odot) \\
& + 1 \sin(2E + 2M + a) \\
& - 1 \sin(3M + a)
\end{aligned}
$$

& en omettant ici les membres dont la valeur ne ſurpaſſera jamais dix ſecondes, on trouve la même expreſſion que j'ai publiée dans notre Recueil de Tables aſtronomiques Vol. 1. pag. 16.; cette expreſſion fait voir qu'il ne faut en tout que 17 Tables pour calculer le lieu vrai de la Lune dans ſon orbite par les mouvements moyens.

42.

Nous voyons par conſéquent qu'on pourra réellement diminuer de beaucoup par ce moyen le travail de calculer le lieu de la Lune, quoique le nombre de mes équations ſurpaſſe celui des Tables de Mayer de quatre, & que par conſéquent il me falût quatre Tables de corrections de plus qu'à Mayer pour réſoudre ce probleme. Cependant le plus grand travail exiſtera pourtant encore ſi l'on ne calcule des Tables par leſquelles on puiſſe trouver directement tous les arguments dont on pourroit avoir beſoin; c'eſt ce qui ſe pourra très aiſément, vu qu'on n'aura beſoin que des mouvements moyens. Mais nous devons remarquer que même dans ce cas le calcul ne laiſſera pas d'être encore fort long & pénible, ſi l'on conſerve le calcul ſexagéſimal; car comme il faudra toujours ajouter ou retrancher des ſignes, degrés, minutes & ſecondes pour trouver les arguments pour un

Digitized by Google

moment donné, cela ne laiſſera pas d'ennuyer & d'arrêter extrêmement le calculateur. Pour éviter cet inconvénient nous n'avons qu'à adopter l'heureuſe idée de M. de la Grange d'exprimer les ſignes, degrés, minutes & ſecondes par des quarts de cercle & leurs décimales.

43.

Pour faire uſage de cette idée, il faudra d'abord réduire les coëfficients de notre expreſſion trouvée au N°. 40. en quarts de cercle & leurs décimales. J'ai calculé pour cet effet la Table ſuivante, qui contient les longueurs des arcs de cercle pour le quart de cercle & ſes décimales exprimé en parties du rayon jusqu'à 27 décimales, & de laquelle nous pourrions toujours nous ſervir lorsqu'il s'agiroit de réduire les quarts de cercle & leurs décimales en parties du rayon, ou de faire l'opération contraire.

Outre cette Table dont je viens de parler, j'en ai encore conſtruit une autre qui contient les multiples des ſinus pour tous les arcs de cercle depuis 0,01 jusqu'à 1, dont on pourra ſe ſervir pour compoſer les Tables de corrections que je vais indiquer dans la ſuite. J'aurois donné également ici cette derniere Table; mais, comme la place me manque, je la réſerve pour une autre occaſion où je la donnerai peut-être depuis 0,001 jusqu'à 1.

Longueurs des arcs de cercle depuis 0, 01 *jusqu'à* 1 *calculées jusqu'à* 27 *décimales.*

0, 01	0, 015707	963267	948966	192313	21692
0, 02	0, 031415	926535	897932	384626	43384
0, 03	0, 047123	889803	846898	576939	65076
0, 04	0, 062831	853071	795864	769252	86768
0, 05	0, 078539	816339	744830	961566	08460
0, 06	0, 094247	779607	693797	153879	30152
0, 07	0, 109955	742875	642763	346192	51844
0, 08	0, 125663	706143	591729	538505	73536
0, 09	0, 141371	669411	540695	730818	95228
0, 10	0, 157079	632679	489661	923132	16920
0, 11	0, 172787	595947	438628	115445	38612
0, 12	0, 188495	559215	387594	307758	60304
0, 13	0, 204203	522483	336560	500071	81996
0, 14	0, 219911	485751	285526	692385	03688
0, 15	0, 235619	449019	234492	884698	25380
0, 16	0, 251327	412287	183459	077011	47072
0, 17	0, 267035	375555	132425	269324	68764
0, 18	0, 282743	338823	081391	461637	90456
0, 19	0, 298451	302091	030357	653951	12148
0, 20	0, 314159	265358	979323	846264	33840
0, 21	0, 329867	228626	928290	038577	55532
0, 22	0, 345575	191894	877256	230890	77224
0, 23	0, 361283	155162	826222	423203	98916
0, 24	0, 376991	118430	775188	615517	20608
0, 25	0, 392699	081698	724154	807830	42300
0, 26	0, 408407	044966	673121	000143	63992
0, 27	0, 424115	008234	622087	192456	85684
0, 28	0, 439822	971502	571053	384770	07376
0, 29	0, 455530	934770	520019	577083	29068
0, 30	0, 471238	898038	468985	769396	50760
0, 31	0, 486946	861306	417951	961709	72452
0, 32	0, 502654	824574	366918	154022	94144
0, 33	0, 518362	787842	315884	346336	15836
0, 34	0, 534070	751110	264850	538649	37528
0, 35	0, 549778	714378	213816	730962	59220
0, 36	0, 565486	677646	162782	923275	80912
0, 37	0, 581194	640914	111749	115589	02604
0, 38	0, 596902	604182	060715	307902	24296
0, 39	0, 612610	567450	009681	500215	45988
0, 40	0, 628318	530717	958647	692528	67680
0, 41	0, 644026	493985	907613	884841	89372
0, 42	0, 659734	457253	856580	077155	11064
0, 43	0, 675442	420521	805546	269468	32756
0, 44	0, 691150	383789	754512	461781	54448
0, 45	0, 706858	347057	703478	654094	76140
0, 46	0, 722566	310325	652444	846407	97832
0, 47	0, 738274	273593	601411	038721	19524
0, 48	0, 753982	236861	550377	231034	41216
0, 49	0, 769690	200129	499343	423347	62908
0, 50	0, 785398	163397	448309	615660	84600

Digitized by Google

Longueurs des arcs de cercle depuis 0,01 jusqu'à 1 calculées jusqu'à 27 décimales.

0, 51	0, 801106	126665	397275	807974	06292
0, 52	0, 816814	089933	346242	000287	27984
0, 53	0, 832522	053201	295208	192600	49676
0, 54	0, 848230	016469	244174	384913	71368
0, 55	0, 863937	979737	193140	577226	93060
0, 56	0, 879645	943005	142106	769540	14752
0, 57	0, 895353	906273	091072	961853	36444
0, 58	0, 911061	869541	040039	154166	58136
0, 59	0, 926769	832808	989005	346479	79828
0, 60	0, 942477	796076	937971	538793	01520
0, 61	0, 958185	759344	886937	731106	23212
0, 62	0, 973893	722612	835903	923419	44904
0, 63	0, 989601	685880	784870	115732	66596
0, 64	1, 005309	649148	733836	308045	88288
0, 65	1, 021017	612416	682802	500359	09980
0, 66	1, 036725	575684	631768	692672	31672
0, 67	1, 052433	538952	580734	884985	53364
0, 68	1, 068141	502220	529701	077298	75056
0, 69	1, 083849	465488	478667	269611	96748
0, 70	1, 099557	428756	427633	461925	18440
0, 71	1, 115265	392024	376599	654238	40132
0, 72	1, 130973	355292	325565	846551	61824
0, 73	1, 146681	318560	274532	038864	83516
0, 74	1, 162389	281828	223498	231178	05208
0, 75	1, 178097	245096	172464	423491	26900
0, 76	1, 193805	208364	121430	615804	48592
0, 77	1, 209513	171632	070396	808117	70284
0, 78	1, 225221	134900	019363	000430	91976
0, 79	1, 240929	098167	968329	192744	13668
0, 80	1, 256637	061435	917295	385057	35360
0, 81	1, 272345	024703	866261	577370	57052
0, 82	1, 288052	987971	815227	769683	78744
0, 83	1, 303760	951239	764193	961997	00436
0, 84	1, 319468	914507	713160	154310	22128
0, 85	1, 335176	877775	662126	346623	43820
0, 86	1, 350884	841043	611092	538936	65512
0, 87	1, 366592	804311	560058	731249	87204
0, 88	1, 382300	767579	509024	923563	08896
0, 89	1, 398008	730847	457991	115876	30588
0, 90	1, 413716	694115	406957	308189	52280
0, 91	1, 429424	657383	355923	500502	73972
0, 92	1, 445132	620651	301889	692815	95664
0, 93	1, 460840	583919	253855	885129	17356
0, 94	1, 476548	547187	202822	077442	39048
0, 95	1, 492256	510455	151788	269755	60740
0, 96	1, 507964	473723	100754	462068	82432
0, 97	1, 523672	436991	049720	654382	04124
0, 98	1, 539380	400258	998686	846695	25816
0, 99	1, 555088	363526	947653	039008	47508
1, 00	1, 570796	326794	896619	231321	69200

Digitized by Google

44.

Cette Table nous donne directement, en poussant l'exactitude jusqu'à 0,00001 d'un quart de cercle ou de $3\frac{1}{4}$ de seconde environ, la formule suivante

$$
\begin{aligned}
☽'' = ☽ &- 0{,}06988\, f M - 0{,}01410\, f(2E - M) + 0{,}00733\, f 2E \\
&+ 0{,}00238\, f 2M + 0{,}00209\, f a + 0{,}00065\, f 2(E - M) \\
&+ 0{,}00064 \sin(2E - M - a) - 0{,}00061 \sin(2E + M) \\
&\qquad - 0{,}00049 \sin(2E - a) \\
&+ 0{,}00045 \sin(M - a) - 0{,}00036 \sin E \\
&\qquad - 0{,}00035 \sin(M + a) \\
&+ 0{,}00039 \sin(2☽ - 2☊ - M) + 0{,}00018 \sin 2(☊ - ☉) \\
&\qquad - 0{,}00016 \sin(4E - M) \\
&- 0{,}00011 \sin 3M + 0{,}00010 \sin 2(2E - M) \\
&\qquad + 0{,}00008 \sin(2E + a) \\
&- 0{,}00007 \sin(2E - M + a) + 0{,}00006 \sin 2(E + M) \\
&\qquad + 0{,}00006 \sin 4E \\
&- 0{,}00005 \sin(2E - 3M) + 0{,}00004 \sin(2E + M - a) \\
&\qquad + 0{,}00003 \sin(E - M) \\
&- 0{,}00003 \sin 2(☽ - ☊) - 0{,}00003 \sin(2M - a) \\
&\qquad + 0{,}00003 \sin 2(☽ - ☊ - M) \\
&- 0{,}00003 \sin(2E - 2M - a) + 0{,}00002 \sin(2M + a) \\
&\qquad + 0{,}00002 \sin(E + M) \\
&- 0{,}00002 \sin(2E - M - 2a) - 0{,}00002 \sin(2E + M + a) \\
&\qquad + 0{,}00002 \sin 2(E - a) \\
&+ 0{,}00001 \sin(4E - M - a) - 0{,}00001 \sin 2a \\
&\qquad + 0{,}00001\, f(2E - M + 2a) \\
&- 0{,}00001 \sin(2☊ - 2☉ - M) - 0{,}00001 \sin(4E + M) \\
&\qquad + 0{,}00001 \sin 3E \\
&+ 0{,}00001 \sin 4M + 0{,}00001 \sin(3E - M) \\
&\qquad + 0{,}00001 \sin(E - a) \\
&- 0{,}00001 \sin(E + a) - 0{,}00001 \sin(4E - M + a) \\
&\qquad + 0{,}00001 \sin(4E - 2M + a)
\end{aligned}
$$

$-0{,}00001\ \text{ſ}(4E-2M-a) - 0{,}00001\ \sin(4E-a)$
$+ 0{,}00001\ \text{ſ}(2\Omega-2\odot+a)$
$-0{,}00001\ \sin(2\Omega-2\odot-a) - 0{,}00001\ \sin(2E+3M).$

45.

Nous aurons par conſéquent à calculer les Tables ſuivantes, pour corriger le lieu moyen de la Lune, ou pour trouver la longitude vraie de la Lune dans ſon orbite par les mouvements moyens de la Lune & du Soleil.

I°. $-0{,}06988\ \sin M$.
$+0{,}00238\ \sin 2M$
$-0{,}00011\ \sin 3M$
$+0{,}00001\ \sin 4M$;

II°. $-0{,}01410\ \sin(2E-M)$
$+0{,}00010\ \sin 2(2E-M)$;

III°. $-0{,}00036\ \sin E$
$+0{,}00733\ \sin 2E$
$+0{,}00001\ \sin 3E$
$+0{,}00006\ \sin 4E$;

IV°. $+0{,}00209\ \sin a$
$-0{,}00001\ \sin 2a$;

V°. $+0{,}00003\ \sin(E-M)$
$+0{,}00065\ \text{ſ}2(E-M)$;

VI°. $+0{,}00064\ \text{ſ}(2E-M-a)$;

VII°. $-0{,}00061\ \text{ſ}(2E+M)$;

VIII°. $-0{,}00049\ \text{ſ}(2E-a)$;

IX°. $+0{,}00045\ \sin(M-a)$;

X°. $-0{,}00035\ \sin(M+a)$;

XI°. $+0{,}00039\ \sin(2\text{☽}-2\Omega-M)$;

XII°. $+0{,}00018\ \text{ſ}2(\Omega-\odot)$;

XIII°. $-0{,}00016\ \text{ſ}(4E-M)$;

XIV°. $+0{,}00008\ \text{ſ}(2E+a)$;

XV°. $-0{,}00007\ \text{ſ}(2E-M+a)$;

XVI°. $+0{,}00002\ \text{ſ}(E+M)$
$+0{,}00006\ \text{ſ}2(E+M)$;

XVII°. $-0{,}00005\ \text{ſ}(2E-3M)$;

XVIII°. $+0{,}00004\ \sin(2E+M-a)$.

Les membres que nous négligeons ſont les ſuivants, dont aucun ne ſurpaſſe la valeur de 10 ſecondes & dont la ſomme algébrique eſt au deſſous d'une demi-minute

$$-0{,}00003 \sin 2\,(\text{☽} - \text{☊}) \quad -0{,}00003 \sin (2M - a)$$
$$+0{,}00003 \sin 2\,(\text{☽} - \text{☊} - M)$$
$$-0{,}00003\, \text{ſ}(2E - 2M - a) \quad +0{,}00002 \sin (2M + a)$$
$$-0{,}00002\, \text{ſ}(2E - M - 2a)$$
$$-0{,}00002\, \text{ſ}(2E + M + a) \quad +0{,}00002 \sin 2\,(E - a)$$
$$+0{,}00001 \sin (4E - M - a)$$
$$+0{,}00001\, \text{ſ}(2E - M + 2a) \quad -0{,}00001\, \text{ſ}(2\text{☊} - 2\odot - M)$$
$$-0{,}00001 \sin (4E + M)$$
$$+0{,}00001 \sin (3E - M) \quad +0{,}00001 \sin (E - a)$$
$$-0{,}00001 \sin (E + a)$$
$$-0{,}00001\, \text{ſ}(4E - M + a) \quad +0{,}00001 \sin (4E - 2M + a)$$
$$-0{,}00001 \sin (4E - 2M - a)$$
$$-0{,}00001 \sin (4E - a) \quad +0{,}00001 \sin (2\text{☊} - 2\odot + a)$$
$$-0{,}00001 \sin (2\text{☊} - 2\odot - a)$$
$$-0{,}00001 \sin (2E + 3M).$$

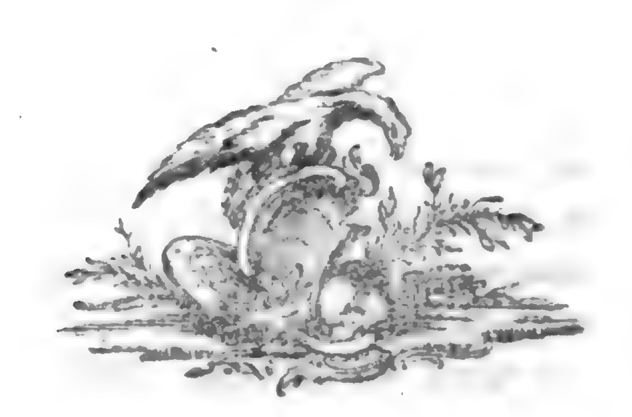
46.

Nous voyons par cet arrangement de Tables expliqué dans le N°. précédent qu'il ne nous faut en tout que 18 Tables de corrections pour trouver le lieu vrai de la Lune par les mouvements moyens de cet aſtre & du Soleil à une demi-minute près. Ainſi, comme l'on peut repréſenter les 18 arguments dont on a beſoin par quelques autres Tables, l'on conviendra que le travail de calculer la longitude vraie de la Lune dans ſon orbite pour un moment donné eſt réduit à très peu de choſe, ſurtout comme nous n'avons pas beſoin de faire des réductions dans l'addition ou dans la ſouſtraction qu'il faut faire pour former les 18 arguments. On m'objectera peut-être que cette façon de refondre les Tables n'eſt praticable qu'autant qu'on aura refondu également les Tables des ſinus, afin de s'en ſervir pour calculer les autres quantités, telles que ſont la déclinaiſon, l'aſcenſion droite, l'angle de poſition &c. de la Lune. Je réponds qu'on n'a qu'à réduire par un très petit calcul, moyennant quelques Tables qu'on pourra facilement conſtruire pour cet uſage, les quarts de cercles & leurs décima-

les en degrés, minutes & secondes, afin de se servir ensuite des Tables ordinaires des sinus pour calculer le reste dont on aura besoin.

47.

Enfin je puis remarquer que nous avons espérance de posséder bientôt de nouvelles Tables, qui donneront pour chaque arc, exprimé en parties du quart de cercle, les sinus, tangentes & leurs logarithmes jusqu'à dix figures décimales; M. le Comte de Schafgottsch à Prague y travaille déjà depuis quelque temps avec une ardeur qui fait espérer que nous les aurons dans quelques années d'ici. J'en possede déjà actuellement une bonne partie, qu'il me fit remettre il y a quelque temps. J'espere aussi de faire paroître bientôt les Tables dont je viens de donner les formules dans le N°. 45., & qui serviront de suite à notre Recueil de Tables astronomiques publié en 1776.



MÉMOIRE
sur l'Usage & la Théorie d'une Machine qu'on peut nommer Instrument ballistique (*).

PAR MM. JEAN ET JACQUES BERNOULLI.

Avant-propos de M. JEAN BERNOULLI.

Il y a 16 ou 17 ans que j'eus l'honneur de présenter à l'Académie les premiers résultats de plusieurs recherches, tant de théorie que de pratique, que j'avois faites avec une machine que je nommois *Instrument ballistique*, dont l'invention étoit due à feu mon oncle M. *Daniel Bernoulli*, & qui m'avoit paru très propre à instruire & à exercer ceux qui se vouent au service de l'Artillerie. Mais avant que j'eusse pu mettre la derniere main à ce travail je fus chargé du soin de l'observatoire, ce qui m'empêcha de m'occuper des expériences & des recherches qui restoient encore à faire, pour remplir tout à fait le plan que je m'étois formé & pour en lier toutes les parties de façon à former un ensemble digne d'entrer dans nos Mémoires. Depuis tout ce tems je n'avois pu me résoudre à reprendre cette matiere, & je m'étois contenté d'en faire le sujet d'un article pour les Supplémens de l'Encyclopédie de Paris. Mais il y a environ 2 ans que l'envie prit au plus jeune de mes freres de s'occuper de ce même instrument: il me demanda quelques renseignemens sur ce sujet, & sur cela je lui ai non seulement communiqué & abandonné très volontiers mes papiers, mais je lui ai conseillé de s'attacher particulierement à remplir les lacunes que j'y avois laissées, afin de former du tout un Mémoire qui méritât de voir le jour. Il s'est chargé & s'est acquitté de cette tâche d'une façon qui, j'ose le dire,

(*) Lu en 1782.

lui fait d'autant plus honneur que c'étoit principalement la partie de la théorie, & par conséquent la plus difficile, qui restoit à achever. C'est donc notre travail fondu ensemble que nous avons l'honneur d'offrir aujourd'hui en commun à l'Académie; cependant, comme nos expériences faites avec des instrumens différens donnent lieu quelquefois à des remarques particulieres, nous ne pourrons pas toujours éviter de distinguer expressément ce qui appartient à l'un de nous ou à l'autre.

Pour observer plus d'ordre, nous partageons ce Mémoire en différentes Sections. Après avoir décrit dans la premiere l'instrument dont il s'agit, nous faisons voir dans la seconde la maniere la plus avantageuse de s'en servir, laquelle dépend en partie de sa construction même, & en partie de quelques précautions qu'il convient de prendre dans les expériences. Dans la troisieme Section nous considérons cette machine suivant la théorie; après quoi nous comparons dans la Section quatrieme la théorie avec des expériences qui l'éclairciront. La cinquieme Section contient des expériences sur les amplitudes des jets comparées avec la théorie. Dans la sixieme nous développons l'usage de la *mire*, qui fait une des parties principales de l'instrument. Enfin dans la septieme Section nous détaillons quelques expériences faites avec des balles de bois, & nous les comparons avec le résultat que fournit le calcul d'après l'hypothese reçue communément sur la résistance des fluides.

Section premiere.

Description de l'Instrument ballistique.

Pl. III. Fig. 1. *AB* & *CD* sont deux planches de bois, dont les dimensions sont proportionnées à la force de la machine. Sur la piéce *AB* est couché dans une coulisse un tube de cuivre *IG* bien poli, d'un calibre parfaitement égal, & surmonté d'un guidon en *N*. Il est attaché à la planche par deux bandes de cuivre en deux endroits *O*, *O*. On introduit dans cette espece de canon ou de mortier, un fil d'acier tourné en spirale & qui forme un ressort propre à lui donner une charge plus ou moins grande; ce qui se

fait en bandant ce reſſort par le moyen d'un fil d'archal qui va de l'extrémité *I* jusqu'en *a*, où il eſt viſſé dans une petite piéce de bois ou de cuivre faite en forme de tampon, ſur laquelle repoſe la balle. Car en accrochant à ce fil de fer ou de laiton un fil *IAP*, auquel pend le poids deſtiné à charger le canon, le tampon eſt entraîné, & comprime en même tems le reſſort. A la planche *CD*, qui tient à l'autre par une charniere, eſt fixé en *F* un quart de cercle de cuivre diviſé en degrés, qu'on arrête avec une vis *H*, à telle inclinaiſon qu'on veut donner au canon. Cette piéce *CD* doit être poſée verticalement & attachée à une table ou à un établi bien ſolide, en différens endroits, comme en *m*, *m*, *m* &c., pour éviter un ébranlement dans le tems qu'on fait partir le coup.

La 2[e] Figure repréſente l'aplomb ou la mire, qui eſt compoſée de cette maniere. *A* & *B* ſont deux vis qui fixent en *V* à la planche *AB* (Fig. 1.) deux montans de cuivre, garnis au bas de deux cylindres de plomb, pour donner à la mire plus facilement la poſition verticale. Ces deux montans tournent librement autour des vis *A* & *B*, afin que la mire prenne cette poſition verticale, quelque inclinaiſon que l'on donne au canon. *CD* eſt une traverſe dans laquelle ſe meut une lame de cuivre *EF*, diviſée en parties égales; on peut la monter ou la baiſſer & l'arrêter à telle hauteur qu'il convient par une vis *O*. Cette lame eſt arrondie par en bas, & au centre eſt un petit trou par lequel on mire. La ſuite ſuppléera à ce que cette deſcription pourroit encore laiſſer à déſirer. Fig. 2.

SECTION SECONDE (*)

Remarques ſur la conſtruction de l'inſtrument balliſtique, & ſur la maniere la plus avantageuſe de s'en ſervir.

Il eſt bon en général de faire l'inſtrument aſſez ſolide pour ſupporter les poids que la plus forte compreſſion du reſſort exige. Mes planches ont environ un pouce d'épaiſſeur & deux de largeur. J'ai remarqué que

(*) C'eſt moi qui ſuis cenſé parler dans cette Section & dans les 2 ſuivantes; mais les notes ſont de mon frere. (*Jean B.*)

la charniere ſurtout qui joint les deux planches l'une à l'autre, ſouffre beaucoup, tant de la preſſion de la vis *H* (cette preſſion devant vaincre tout le poids *P*) que des ébranlemens de la machine quand on coupe le fil. On peut remédier au premier inconvénient par un reſſort plat, ſur lequel appuie la vis; ou, ſi la machine doit être chargée moyennant de grands poids, on imagineroit facilement un autre moyen de ſoutenir la planche *AB* dans la poſition qu'on veut lui donner. L'inconvénient des ébranlemens ſe leve auſſi en faiſant paſſer le fil ou la ficelle ſur une poulie détachée de la machine. C'eſt une précaution peut-être plus néceſſaire encore dans les machines d'un petit calibre que dans les grandes; car dans celles-là ces ébranlemens rendent les coups plus incertains que toute autre choſe, au lieu que dans celles-ci ils ſont presque inſenſibles. En revanche les dernieres ſe trouvent fort en défaut vis à vis des premieres à l'égard des frottements, ſurtout quand on ne peut pas trouver un reſſort convenable pour un tuyau dont l'ouverture eſt un peu large, comme cela m'eſt arrivé.

J'ai deux canons d'un calibre différent; l'un a pour diametre intérieur de l'orifice $9\frac{1}{3}$ lignes, l'autre a un peu moins de $5\frac{1}{2}$ lignes. Ces tubes demandant un reſſort un peu fort, je n'en ai pu trouver ici d'entier. Mes reſſorts ſont compoſés de 8 petites bandes d'acier limées jusqu'à une ténuité ſuffiſante, tournées en ſpirale & liées les unes aux autres par de minces fils d'archal. Le reſſort du premier canon eſt compoſé de 4 lames pareilles, & celui du ſecond de 3. La difficulté de limer encore plus ces lames ſans qu'on risquât qu'elles ſe rompiſſent d'abord, m'a empêché de donner un calibre encore plus petit au canon; ce que j'aurois auſſi fait, ſi j'avois pu faire fabriquer ici ou trouver dans les boutiques de marchandiſes angloiſes des fils d'acier plus minces & plus longs que ces barres. On ſentira d'abord quelle différence il doit y avoir pour l'effet tant d'intenſité que d'uniformité entre un reſſort fait d'une ſeule piéce & mince, & d'autres tels que ceux dont j'ai été obligé de me ſervir ici. L'exemple de la machine dont nous nous ſervions à Bâle, rendra cette différence encore plus ſenſible. Nous avions un tuyau de verre d'environ $3\frac{1}{2}$ lign. de diametre, & un reſſort entier & poli. En ne bandant ce reſſort qu'avec une livre, nous jetions une

balle de plomb à une dixaine de pieds sous un angle de 45° (*), au lieu qu'avec mon ressort il faut un poids de 6 livres pour jeter à la même distance une balle de cuivre spécifiquement plus légere que l'autre, & dont le diametre n'est pas de 2 lignes plus grand.

Un autre inconvénient de la même nature qui accompagne les machines qui demandent de grands poids pour être chargées suffisamment, c'est l'épaisseur du fil qu'on est obligé d'employer pour y attacher le poids. Je n'ai jamais pu réussir à trouver ici du fil qui fût à mon gré; il étoit toujours trop cassant & trop inégal: quelquefois je me suis servi de ficelle; mais je n'en trouvois pas alors d'assez déliée. Cela fait qu'il est impossible de lâcher le ressort avec la promtitude requise. Cependant il est fort essentiel que le ressort se lâche avec la plus grande promtitude; il faut couper adroitement le fil, soit avec des ciseaux bien tranchans, soit en le brûlant avec un fer rougi. Il faut tâcher d'éviter les frottemens, tant en graissant d'huile l'intérieur du canon, qu'en obtenant que la poulie tourne librement autour de son axe. Une expérience fortuite m'a appris combien il importeroit que la décharge se fît promtement. J'avois bandé le ressort du tuyau plus étroit avec un poids de 6 livres attaché à un fil quadruple, mais pourtant trop foible; dans le moment que j'étois occupé à mesurer le raccourcissement du ressort, le fil se rompit près de l'anneau du poids, & la balle fut jetée à 14 ou 15 pieds, sous un angle de 45°. J'ai fait ensuite l'expérience avec la même charge, mais en coupant le fil, que j'avois pris plus fort;

(*) Si la machine dont je me suis servi pour mes expériences, & qui se trouve à notre Salle de Physique, est, comme il y a toute apparence, la même que celle dont parle mon frere, il faut que le ressort ait prodigieusement perdu de sa force, puisque la même charge avec la même inclinaison n'a poussé une balle de plomb, qui couloit très librement dans le tube, qu'à $39\frac{1}{8}$ pouces (*a*); il est vrai que le frottement du ressort pouvoit y contribuer en grande partie, parce que j'ai toujours négligé d'enduire d'huile l'intérieur du canon; précaution cependant fort essentielle. Je ne dis rien du calibre inégal de mon tube, qui se rétrécissoit vers l'embouchure, en sorte que la plaque ronde s'y arrêtoit quelquefois, si la charge étoit considérable, parce que cet inconvénient devoit déjà avoir lieu quand mon frere s'est servi de cette machine pour ses expériences.

(*a*) Il se peut aussi qu'il faille rabattre quelque chose de la distance mentionnée de 10 pieds: puisque je n'en parlois que de mémoire. (*Jean B.*)

Digitized by Google

& je n'ai jamais pu obtenir une amplitude de jet de plus de 11 pieds (*): quoique je me fusse servi d'un expédient dont l'utilité m'est connue, & qui consiste à pincer le fil avec les doigts à l'endroit où on veut le couper. J'ai trouvé que cet endroit doit toujours se prendre assez près du poids.

Un autre frottement qui empêche le poids de faire tout son effet sur le ressort, est celui du fil contre la poulie; il ne laisse pas d'importer assez dans les jets considérablement obliques. On peut y remédier en frottant le fil avec du suif; mais cela ne m'ayant pas paru suffisant, j'ai pris le parti de faire tendre le ressort presque toujours verticalement, en laissant agir le poids subitement (**). Quand l'angle d'inclinaison passe 50 degrés, on peut se passer de cette précaution, & je ne la donnerai pas non plus pour regle; le principal est, qu'en se réglant sur la nature de l'instrument, on tâche d'obtenir pour le même poids des raccourcissemens égaux & de s'opposer aux trop grands effets du frottement dont je parle, en observant cependant de ne rien forcer. Ce sera toujours aussi un avantage qu'on aura de jeter la balle plus loin. Au reste le mouvement de la planche pour donner de l'inclinaison au canon, n'empêche pas que le raccourcissement ne reste le même (***).

Il y a encore quelques autres frottemens de moindre conséquence & qui sont en partie faciles à prévenir. Tel est, par exemple, celui du fil d'ar-

(*) Ce phénomene me surprend, parce que m'étant souvent arrivé que le fil se cassât de lui-même, la balle n'est jamais allée aussi loin que quand j'avois coupé le fil; & il semble naturel que le fil ne se déchirant que petit à petit, la décharge doit être bien moins promte & la vitesse plus petite, que quand le fil est coupé subitement. Au reste, en me servant de mon instrument, je n'ai pas eu lieu de me plaindre des inconvéniens dont parle ici mon frere; parce que mon ressort étoit si court, & si peu délié, qu'un poids de $1\frac{1}{2}$ livres lui donnoit presque toute la compression dont il étoit susceptible, & du fil à coudre m'a servi pour toutes mes expériences.

(**) Je n'ai au contraire attaché mes poids que fort doucement, parce que je craignois que le ressort ne se comprimât trop par la force de la chûte, & que le frottement ne le retînt dans cette situation. Quelquefois je donnois de petits coups de doigt à la machine, pour obliger le ressort à prendre sa tension naturelle. Au reste la différence considérable de l'amplitude des jets pour le même poids & la même inclinaison n'indique que trop, combien il est important d'éviter ce frottement autant qu'on peut, & de bien couper le fil.

(***) Il faut pourtant avoir soin que ce mouvement ne se fasse que fort lentement.

d'archal contre l'ouverture par laquelle il paſſe. Pour le prévenir, ou pour l'empêcher de devenir conſidérable, il importe que la direction du fil ſur la poulie ſoit exactement dans une même ligne avec l'axe de cette petite ouverture. Il faut auſſi faire attention que la balle ſoit bien ronde & qu'elle coule librement dans le tuyau, que j'ai déjà ſuppoſé plus haut exactement calibré. Quelquefois on peut ſe ſervir pendant longtems d'une balle, ſans s'appercevoir d'un défaut d'arrondiſſement parfait. On ne fera pas mal de donner au tampon ſur lequel la balle repoſe, un petit rebord d'environ 3 lign. de hauteur, mais en ménageant au reſte la matiere autant que ſa deſtination le permet. Quant à la longueur du canon, elle n'eſt pas non plus indifférente; pour éviter pluſieurs petites corrections à faire dans le calcul des expériences, ſi on lui donnoit plus de longueur qu'il n'en faut, on ſe contentera de faire cette longueur égale à celle du reſſort dans l'état naturel, plus le diametre de la balle. J'ai été à même de me convaincre de l'avantage qu'on en retire; car le tuyau *A* s'étant déjà trouvé fait pour quelque autre uſage, je m'en ſervis avec un reſſort de $6\frac{1}{2}$ pouces. Le calibre étant de 9 lign., le canon ſe trouvoit trop long de 3 p. 5 l. Après quelques expériences je le fis réduire à ſa longueur convenable, & l'amplitude du jet, toutes choſes égales d'ailleurs, fut d'un tiers plus grande. Peut-être que quelque inégalité du tuyau a été ici la cauſe principale de cette différence. Mais la conſidération que cette inégalité peut ſouvent avoir lieu, eſt déjà une forte raiſon pour ne pas donner trop de longueur au tuyau. J'avois fait faire le canon *B* ſuivant ce principe; malheureuſement le reſſort le plus délié a été raccourci de deux ou trois ſpires par une rupture, de ſorte que le tuyau déborde la balle de près d'un pouce dans l'état naturel du reſſort.

Je ferai remarquer enfin, que l'eſpace *IK* doit être exactement diviſé en pouces & lignes, pour qu'on puiſſe toujours meſurer les raccourciſſemens du reſſort; & qu'il convient d'adopter un certain point fixe pour le point *I*, parce que le frottement intérieur donne à ce point quelque latitude en empêchant le reſſort de ſe remettre toujours exactement dans la même poſition quand on l'a relâché.

J'espere qu'on ne trouvera pas superflu le détail dans lequel je suis entré dans cette Section; il y a tant de circonstances qui peuvent rendre ces expériences fautives, que j'ai cru ne pouvoir assez m'étendre sur les moyens d'épargner des peines inutiles à ceux qui voudront faire exécuter pour leur usage l'instrument qui fait le sujet de ce Mémoire.

SECTION TROISIEME.

Théorie de la Machine balliſtique.

Pour peu qu'on réfléchisse sur la nature de cet instrument, on ne tardera pas à s'appercevoir que le rapport entre les forces du ressort & les raccourcissemens entre pour beaucoup dans la théorie que nous cherchons à établir. Mais comment trouver ce rapport? Voici une expérience fondamentale qui le déterminera. Qu'on dresse le canon verticalement, qu'on observe avec exactitude le point de la planche auquel répond l'extrémité du fil d'archal, & qu'on examine toujours de combien le point I descend, quand on attache successivement au fil les poids p, $2p$, $3p$, $4p$, &c. en commençant par un poids peu considérable, qui ait seulement la force de raccourcir très peu le ressort. Le rapport dont j'ai parlé, sera trouvé de cette maniere; mais quant à la charge du canon, ce ne sont pas ces poids sans doute qui l'expriment; le Théoreme suivant, que je démontrerai, servira de regle pour la déterminer.

THÉOREME.

Soient p, $2p$, $3p$, $4p$ &c. les poids qu'on pend successivement au ressort; que p fasse descendre le point I de la quantité a, & qu'ensuite l'espace que le point I parcourt à chaque augmentation du poids, ou bien que chaque nouveau raccourcissement du ressort soit indiqué respectivement par b, c, d &c.; la charge sera exprimée par $p \times a + 2p \times b + 3p \times c + 4p \times d$ &c., en continuant jusqu'au poids pour lequel on veut savoir la charge.

Digitized by Google

DÉMONSTRATION.

Le poids p ayant été supposé très petit, il s'ensuit que les petites hauteurs a, b, c, d &c. pourront être regardées comme infiniment petites; par conséquent la force du ressort peut être censée constante, pendant que la balle parcourt un de ces petits espaces. Soit à présent la vitesse de la balle dans une certaine position $= v$, l'élément du tems $= dt$, l'espace parcouru $= x$, la masse de la balle $= m$, & la force du ressort $= \pi$; on aura par les principes connus $dv = \frac{\pi dt}{m} = \frac{\pi}{m} \cdot \frac{dx}{v}$, ou bien $v dv = \frac{\pi dx}{m}$, & enfin $\frac{1}{2} vv = \int \frac{\pi dx}{m}$. Si π étoit constante, on auroit d'abord $\frac{1}{2} vv = \frac{\pi x}{m}$; mais π étant variable, l'intégration ne pourra se faire qu'en décomposant la quantité $\int \frac{\pi dx}{m}$ en plusieurs parties, pour chacune desquelles la pression π soit comme constante. Supposons donc successivement $\pi = p, 2p, 3p$ &c., & $x = a, b, c$ &c.; nous aurons $\frac{1}{2} vv = \frac{p}{m} a + \frac{2p}{m} b + \frac{3p}{m} c +$ &c., ou même plus généralement $\frac{1}{2} vv = \frac{p}{m} a + \frac{p'}{m} b + \frac{p''}{m} c +$ &c., en supposant $\pi = p, p', p''$ &c., pourvu que le poids p soit très petit, & les différences entre p, p'; p', p'' &c. de même peu considérables.

Remarquons maintenant, que par le principe des forces vives la descente actuelle étant toujours égale à la montée virtuelle ou potentielle, l'équation trouvée $\frac{1}{2} vv = \frac{p}{m} a + \frac{2p}{m} b + \frac{3p}{m} c +$ &c. donne immédiatement la démonstration de notre Théoreme. Car on a $\frac{1}{2} m vv = pa + 2pb + 3pc +$ &c. Or $\frac{1}{2} mvv$ étant évidemment la montée virtuelle, après qu'on a coupé le fil l'autre membre de l'équation doit être égal à la descente actuelle, c'est à dire à la charge du canon. *C. Q. F. D.* (*).

(*) Avant que d'avoir rien vu des écrits de mon frere, ou d'avoir fait des expériences avec mon instrument, j'avois fait mes calculs en partant d'une hypothese fort simple, qui sans doute

Digitized by Google

Moyennant le Théoreme que je viens de démontrer, les principales questions de la théorie que je traite, pourront facilement être résolues. Qu'il s'agisse, par exemple, de trouver la montée verticale de la balle pour une charge donnée; soit cette hauteur $= s$, on aura $ms =$ à la charge, $= C$, donc $s = \frac{C}{m}$. Cela suppose à la vérité qu'il n'y ait point de frottement, ni aucune autre résistance étrangere, & que le ressort soit sans poids, de même que le tampon sur lequel repose la balle. Mais voici comment on pourra corriger de beaucoup la hauteur trouvée & mettre ensuite sur le compte des divers frottemens toute la différence qui se trouvera entre les résultats des expériences & ceux que donnent les formules. D'abord on sait que le ressort a autant d'inertie qu'en auroit le tiers de son poids mis à l'extrêmité immédiatement devant la balle (*). En second lieu le

n'est exactement vraie qu'en supposant au ressort une longueur infinie, ou que le ressort moyennant une force infiniment grande puisse être réduit dans un espace infiniment petit; mais qui cependant me paroissoit pouvoir être adoptée dads la pratique, si le ressort a une certaine longueur, & que les poids ne soient pas augmentés outre un certain point. Je supposois les raccourcissemens proportionnels à la force du ressort ou aux poids suspendus.

Pl. IV. Fig. 2. Appelant donc la longueur naturelle du ressort $AB = l$, & étant comprimé jusqu'en C, la longueur $AC = \lambda$, CB sera $= l - \lambda$; soit le poids comprimant $= p$; qu'en se détendant il soit parvenu en P, & nommant la vitesse qu'il a en ce point $= v$, $AP = x$; on aura, d'après mon hypothese, $dv = (l - x)\,dt = (l - x)\,\frac{dx}{v}$, d'où l'on tire $\frac{1}{2} vv = lx - l\lambda - \frac{1}{2} xx + \frac{1}{2}\lambda\lambda$ (en ajoutant la constante requise $\frac{1}{2}\lambda\lambda - l\lambda$), & appelant V la vitesse au point B, on a $\frac{1}{2} VV = ll - l\lambda - \frac{1}{2} ll + \frac{1}{2}\lambda\lambda = \frac{1}{2}(l - \lambda)^2 = \frac{1}{2} pp$. D'où l'on voit que les hauteurs auxquelles la balle peut parvenir, sont proportionnelles aux quarrés des poids suspendus, & qu'ainsi les charges sont dans la même raison. On peut encore dire qu'elles sont égales à la moitié des poids multipliés par les espaces parcourus du ressort, ou $\frac{1}{2} p\,(l - \lambda)$. Quoique le ressort de ma machine ne soit ni fort long, ni fort délié, j'ai pourtant trouvé qu'il répondoit assez bien à mon hypothese. En attachant successivement deux onces (4 *Loths*), mon ressort se raccourcissoit chaque fois de 2 lignes. Cependant cette loi n'avoit lieu que tout au plus jusqu'au poids de $1\frac{1}{2}$ livres; car alors le ressort ayant déjà acquis presque toute la tension dont il étoit susceptible, ne descendoit plus que très peu en augmentant le poids. Aussi les expériences qui s'accordent assez bien avec le calcul au commencement, s'en éloignent-elles prodigieusement dès que le poids surpasse $5\frac{1}{2}$ livres. J'ai été fort satisfait dans la suite, quand j'ai vu que mon oncle dans une lettre à mon frere a penché vers la même hypothese. J'ajouterai dans la quatrieme Section aux Tables de mon frere une partie de cette Lettre.

Fig. 4. (*) Le calcul étant fort court, je l'ajouterai ici. Comme le ressort est uniformément comprimé, les poids des parties seront proportionnelles à leur longueur. Soit donc le poids & la

tampon eſt pareillement une maſſe qui ſe trouve à la même extrêmité du reſſort; ſi l'on nomme donc π le poids du tampon, & φ celui du reſſort, la hauteur s devra être multipliée par $\frac{m}{m + \pi + \frac{1}{3}\varphi}$. On pourroit encore faire entrer en ligne de compte la petite augmentation de la charge cauſée par le poids de la balle; mais pour s'en épargner la peine, on la compenſera en eſtimant la hauteur de la montée verticale depuis l'extrêmité du reſſort libre & non depuis celle du reſſort bandé.

La même ſuite qu'on a vu exprimer la charge, ſert à doubler, tripler &c., la charge: car ayant ſommé, par exemple, les quatre premiers termes de la ſuite pour déterminer la charge ſimple, il ſuffira d'ajouter autant des termes ſuivans qu'il en faut, jusqu'à ce qu'on parvienne à une ſomme double, triple &c., de la premiere. Afin d'éclaircir ceci par un exemple, ſuppoſons qu'on commence par pendre un quart de livre au fil d'archal, & que les raccourciſſemens ſoient exprimés en quarts de ligne, & ſoit $a = 40$ quarts de ligne, $b = 38$, $c = 36$, $d = 34$, &c.; la charge ſera repréſentée par $\frac{1}{4}\,40 + \frac{2}{4}\,38 + \frac{3}{4}\,36 + \frac{4}{4}\,34 +$ &c. Et ce ſeront ces termes qu'il faudra ajouter enſemble, afin d'avoir la charge ſimple pour une livre de poids. La ſomme étant $10 + 19 + 27 + 34 = 90$, ſi l'on veut doubler préciſément la charge, on continuera l'expreſſion jusqu'à ce qu'on arrive à 180, & on verra que $\frac{6}{4}$ ℔ eſt un peu trop petit, & $\frac{7}{4}$ ℔ trop grand: car on a $10 + 19 + 27 + 34 + 40 + 45 + 49$, où les 6 premiers termes donnent déjà 175. Or la ſomme des 7 termes étant 224, on pourra trouver par la regle des interpolations ce qu'il faut ajouter à $\frac{6}{4}$ ℔, en diſant $49 . \frac{1}{4}$ ℔ $:: 5 . \frac{5}{196}$ ℔; ce ſur-

longueur du reſſort comprimé $AB = l$, $AP = x$, $Pp = dx$; que l'extrêmité B décrive l'eſpace $BC = a$; alors le reſſort s'étendant uniformément dans toute ſa longueur, l'élément Pp décrira dans le même tems un eſpace $PR = \frac{x}{l}a$, qui exprime en même tems la viteſſe. Donc la force vive de l'élément Pp ſera $= \frac{xx}{ll}aa\,dx$, celle de la partie $AP = \frac{1}{3}\frac{aax}{ll}$, & celle de tout le reſſort $AB = \frac{1}{3}aal$. On voit donc que la maſſe de tout le reſſort équivaut au tiers de cette maſſe concentrée dans le point B. C. Q. F. P.

plus feroit donc près d'un *Loth* ou d'une demi-once. Suivant notre hypothefe pour la fuite des raccourciffemens, le huitieme feroit 26 quarts de ligne, & la fomme par conféquent de tous les huit feroit 276, d'où l'on voit qu'un poids de 2 livres feroit plus que tripler la charge. Quant à cette hypothefe cependant, les expériences que je rapporterai dans la fuite, feront voir qu'elle eft très éloignée d'être auffi jufte pour la régularité que les apparences pourroient le faire croire, & me l'avoient même fait foupçonner. Faifons-en pourtant ufage encore pour un exemple fur la montée de la balle.

Nous avons vu que s ou la hauteur verticale eft exprimée dans la théorie pure par $\frac{C}{m}$; voyons ce que fera donc cette hauteur, fi on tend le reffort avec une livre. Nous favons déjà que pour ce cas $C = 90$ (*); foit $m = 1\,\xi = \frac{1}{16}$ ℔, on aura $\theta = 90 \times 16 = 1440$ quarts de ligne ou 2 pieds 6 pouces. Soit de plus π ou le poids du tampon $= \frac{1}{2}\xi$, & φ celui du reffort $= \frac{3}{4}\xi$; il faudra, comme nous avons vu, multiplier cette montée par $\frac{m}{m + \pi + \frac{1}{3}\varphi}$, ou par $\frac{1}{1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}} = \frac{4}{7}$. La dite hauteur fe réduit donc à $\frac{120}{7}$ pouces ou à $17\frac{1}{7}$ pouces. Il fuit de là que la plus grande amplitude du jet devra être à peu près 2 pieds 10 pouces, puifque dans la théorie pure ces amplitudes font toujours doubles des hauteurs verticales pour les mêmes charges.

SECTION QUATRIEME.

Application de la Théorie à des Expériences.

Les principes établis dans la Section précédente nous mettent en état maintenant d'approfondir l'exactitude de l'Inftrument balliftique & nous gui-

(*) En faifant le calcul d'après mon hypothefe on trouvera moins. Car prenant le même raccourciffement total du reffort, que mon frere avoit fuppofé égal 148 (ou 40 + 38 + 36 + 34), & le multipliant par la moitié du poids ou $\frac{1}{2}$ livre, on trouve la charge $C = 74$. Mais pour doubler la charge il ne faudra que $\sqrt{2}$ ou 1 livre 7 onces à peu près, au lieu de 1 liv. $8\frac{1}{2}$ onces, & un poids de 2 liv. quadrupleroit la charge, au lieu de la tripler.

dent dans le calcul des expériences qui doivent en déterminer le degré. Je n'ai pas cru le ſecond canon propre à ces expériences, le reſſort de ce tuyau ſe comprimant avec beaucoup trop d'inégalité pour que la meſure des raccourciſſemens eût pu ſervir de baſe au calcul. Réſervant l'emploi de ce canon pour le tems où j'aurai un reſſort plus convenable, je n'ai fait uſage ici que du premier canon, & en commençant par un quart de livre de poids, j'ai obſervé les raccourciſſemens contenus dans la Table qui ſuit.

Table I.

I. Poids en $\frac{1}{4}$ ℔.	II. Raccourciſſ en $\frac{1}{4}$ lign.	III. Augmentations des raccourciſſ.	IV. Produits des poids par les diff des racc.	V. Charges.
1	6	6	$1\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{2}$
2	14	8	4	$5\frac{1}{2}$
3	20	6	$4\frac{1}{2}$	10
4	26	6	6	16
5	32	6	$7\frac{1}{2}$	$23\frac{1}{2}$
6	38	6	9	$32\frac{1}{2}$
7	45	7	$12\frac{1}{4}$	$44\frac{3}{4}$
8	52	7	14	$58\frac{3}{4}$
9	58	6	$13\frac{1}{2}$	$72\frac{1}{4}$
10	65	7	$17\frac{1}{2}$	$89\frac{3}{4}$
11	72	7	$19\frac{1}{4}$	109
12	79	7	21	130
13	86	7	$22\frac{3}{4}$	$152\frac{3}{4}$
14	92	6	21	$173\frac{3}{4}$
15	99	7	$26\frac{1}{4}$	200
16	107	8	32	232
17	104	7	$29\frac{3}{4}$	$261\frac{3}{4}$
18	122	8	36	$297\frac{3}{4}$
19	130	8	38	$335\frac{3}{4}$
20	138	8	40	$375\frac{3}{4}$
21	145	7	$36\frac{3}{4}$	$412\frac{1}{2}$
22	151	6	33	$445\frac{1}{2}$
23	157	6	$34\frac{1}{2}$	$479\frac{3}{4}$
24	161	4	24	$503\frac{3}{4}$

On voit que dans cette Table la premiere colonne indique les poids; la ſeconde, les raccourciſſemens répondans à chaque poids; la troiſieme, les augmentations des raccourciſſemens ou les différences entre les raccourciſſemens pour chaque augmentation du poids; la quatrieme, les produits des

poids multipliés avec les différences des raccourciſſemens qui répondent à ces poids; que la cinquieme enfin donne les charges ou les ſommes de tous les termes de la colonne précédente (*). Ce ſont là, comme on ſait, les principales données pour vérifier la théorie par des expériences; commen-

çons

(*) On remarque déjà dans cette Table, ſans que je le diſe, de certaines irrégularités, & je n'y vois rien qui ſoit contraire à l'hypotheſe que j'ai adoptée plus haut. Mais je crois qu'on aimera mieux entendre mon oncle; voici ce qu'il a écrit là-deſſus à mon frere qui lui avoit fait part de ſes eſſais: „Je ſuis aſſez content de vos expériences ſur la relation qu'il y a entre les raccourciſſemens du reſſort & le poids ſuſpendu. J'y vois cependant de petites irrégularités, que je ne ſaurois attribuer qu'à un défaut de préciſion dans les obſervations, & qui „peuvent bien être inévitables; il n'eſt du tout point à préſumer qu'une même augmentation „de poids puiſſe produire un nouveau raccourciſſement, qui aille en augmentant; ſi le premier quart de livre a produit un raccourciſſement de $\frac{6}{4}$ lignes, je ne comprens pas que le „18ᵉ, le 19ᵉ, & le 20ᵉ quart de livre aient produit chacun 8 quarts de ligne de raccourciſſement: je conclus plutôt de l'aſſemblage de toutes vos obſervations, que tous les nouveaux raccourciſſemens devroient être à peu près égaux entre eux, & chacun à très peu „près de 7 lign., s'il étoit poſſible d'avoir une préciſion entiere pour toutes les circonſtances. „Ce principe eſt proprement le même que vous avez adopté ſur les allongemens des fils; il „conſiſte à ſuppoſer les raccourciſſemens proportionnels aux poids ſuſpendus; peut-être que „le reſſort étoit plus gêné dans les premieres obſervations que dans les ſuivantes; on ne ſauroit juger de ces choſes ſans avoir été préſent aux expériences. Il auroit été bon à chaque „nouvelle obſervation de donner de petits coups de doigt au tuyau, qui ſervent à obtenir le „vrai point d'équilibre; j'aurois ſouhaité que vous euſſiez pris chaque fois le poids par les „doigts pour le mettre tantôt un peu au deſſous, tantôt un peu au deſſus du point cherché: „je ſuis aſſuré qu'avec toutes les précautions qu'on peut prendre, vous approcherez de l'hypotheſe plus que vous n'avez fait. En tout cas elle mérite qu'on y établiſſe ſes calculs, qui „ſont fort faciles." Ici mon oncle fait le calcul, & il trouve le même réſultat que j'ai indiqué plus haut, c'eſt à dire que les hauteurs des jets verticaux ſont en raiſon quarrée des poids attachés. Enſuite il continue: „La ſixieme colonne de votre ſeconde Table ne s'éloigne pas beaucoup de cette théorie hypothétique; par exemple, avec le poids de 2 ℔ „3 loths la balle eſt montée à la hauteur verticale de 8 pouces, & avec celui de 4 ℔ 7 L, „qui eſt à peu près le double, elle eſt montée à la hauteur de 32 pouces qui eſt quadruple. „Il me ſemble, à tout prendre, que cette hypotheſe ſatisfait tout auſſi bien que votre intégration par parties. - - - Votre correction de multiplier la hauteur du jet vertical „par la fraction $\frac{m}{m + \pi + \frac{1}{3}\Phi}$ me paroît bien employée; mais lorſque $m = 2\frac{1}{8}$ l., $\pi = \frac{3}{8}$ l., „& $\Phi = \frac{75}{16}$ l., cette fraction devient $\frac{40}{51}$ & vous la trouvez $= \frac{30}{31}$, qui eſt bien différente „& qui diminue la correction conſidérablement, de ſorte que la théorie differe des obſervations plus que vous ne croyez, & que le frottement de la balle & du reſſort en eſt augmenté. Mon avis eſt toujours, qu'à la moindre inclinaiſon du tuyau la balle deſcende ſur le „tampon &c."

Digitized by Google

çons donc par chercher les poids requis pour multiplier les charges, en supposant qu'on pende d'abord une livre au ressort. La charge pour ce poids se trouve, dans la 5^e colonne de la I. Table, être = 16; si l'on veut donc trouver le poids qui doit produire une charge double, on cherchera celui qui répond à 32; or ce poids est 1 ℔ $15\frac{1}{2}$ loths. On trouvera pareillement & en se réglant toujours sur l'exemple donné dans la Section précédente, les poids capables de produire les multiples de la premiere charge; ils sont poussés jusqu'à 20 termes de la 2^e colonne de la Table suivante, & j'en aurois calculé un plus grand nombre, si les vrais raccourcissemens & les expériences ne devenoient incertaines avec notre machine quand on a passé 5 livres.

Table II.

Charge.	Poids à pendre.	Raccourcissemens en lign.	Raccourc. après la balle mise	Montée verticale d'après le calcul en pouces.	Montée verticale par expér. en pouces.
Simple	1 ℔	$6\frac{1}{2}$	$7\frac{1}{4}$	2	2
Double	1 ℔ $15\frac{1}{2}$ l.	9	10	4	4
Triple	1. 26	12	13	6	6
4^e	2. 3	13	14	8	8
5^e	2. $11\frac{1}{2}$	15	16	10	10
6^e	2. 19	17	18	12	12
7^e	2. 25	19	20	14	14
8^e	2. $31\frac{1}{4}$	$20\frac{1}{4}$	$20\frac{3}{4}$	16	16
9^e	3. 5	$21\frac{1}{2}$	22	18	17
10^e	3. $10\frac{3}{4}$	$22\frac{1}{2}$	23	20	19
11^e	3. $16\frac{1}{2}$	$23\frac{1}{2}$	24	22	$21\frac{1}{2}$
12^e	3. $21\frac{1}{2}$	25	$25\frac{1}{2}$	24	22
13^e	3. 26	$25\frac{1}{2}$	$26\frac{1}{4}$	26	24
14^e	3. 30	$26\frac{1}{2}$	27	28	26
15^e	4. $2\frac{1}{4}$	$27\frac{1}{4}$	$27\frac{3}{4}$	30	27
16^e	4. 7	$29\frac{1}{4}$	$29\frac{3}{4}$	32	32
17^e	4. $10\frac{1}{4}$	$30\frac{1}{2}$	$30\frac{3}{4}$	34	$33\frac{1}{2}$
18^e	4. $13\frac{3}{4}$	31	$31\frac{1}{4}$	36	35
19^e	4. $17\frac{1}{2}$	$31\frac{1}{2}$	$31\frac{3}{4}$	38	36
20^e	4. $20\frac{1}{2}$	$31\frac{3}{4}$	$32\frac{1}{4}$	40	$37\frac{1}{2}$

J'ai fait remarquer dans la Section précédente, que le poids de la balle augmente la charge; ainsi, quoique cette augmentation se compense d'ailleurs & n'entre pas dans le calcul, afin cependant qu'on puisse en juger,

j'ai inséré la 4^e colonne dans cette II. Table, où l'on voit les raccourcissemens indiqués dans la 3^e colonne un peu accrus. La 5^e colonne marque les hauteurs verticales, en prenant l'expérience avec une livre pour base, & telles qu'elles devroient être d'après la théorie corrigée; enfin la 6^e indique ces montées telles que les expériences les ont données. Je n'ai rien à faire observer sur ces résultats; je crois qu'ils satisferont par leur régularité, d'autant plus que les principales irrégularités paroissent devoir être attribuées à quelques causes accidentelles dans les expériences. Il nous reste à voir si ces montées par elles-mêmes répondent à celles que donneroit la théorie corrigée. Pour cet effet j'ai calculé pour 6 différens poids, savoir 1. 2 - - - 6 livres, les hauteurs qu'ils doivent produire, en me servant de l'équation $s = \frac{C}{m}$ de la Section précédente, & en multipliant les hauteurs trouvées par $\frac{m}{m + \pi + \frac{1}{3}\varphi}$. Ayant cherché d'abord la valeur des poids m, π & φ, j'ai trouvé m, poids de la balle de cuivre $= 2\frac{1}{2}$ loths $= \frac{5}{64}$ ℔

π, poids du tampon de bois $= \frac{3}{8}$ l.

φ, - - ressort - - $= \frac{15}{16}$ l.

Par conséquent, pour une livre de poids pendue au ressort, on a la hauteur $= s = 16 : \frac{5}{64} = \frac{1024}{5} = 201$ quarts de ligne $= 50$; multipliant cette distance par $\frac{m}{m + \pi + \frac{1}{3}\varphi}$ ou par $\frac{20}{31}$, elle se réduit à 32 lignes, ou 2 pouces, 8 lignes. Comme le poids de la balle n'est pas tout à fait $2\frac{1}{2}$ loths, on auroit pu prendre ce poids $= \frac{5}{65}$ ℔ $= \frac{1}{13}$ ℔, & c'est le moins qu'on puisse faire que de négliger les fractions de lignes, comme j'ai fait; il est très facile d'ailleurs de se tromper dans l'expérience de 2 ou 3 lignes en observant les montées (*). On aura pour 2 ℔ la montée 9 p. 8 l. & en continuant on formera la Table qui suit:

(*) Pour mieux m'assurer de cette hauteur, j'avois érigé sur un pied solide une verge divisée en pouces, le long de laquelle montoit ou descendoit une feuille de papier, que je pouvois arrêter à telle hauteur que je voulois; & je cherchois toujours à quelle hauteur je devois l'arrêter, pour que la balle touchât à peine la feuille; cependant par cette méthode même on risque toujours de pécher d'un $\frac{1}{2}$ pouce au moins pour l'exactitude.

Digitized by Google

Tabl. III.

Poids.	Montées suivant la Théorie pure.		Hauteurs corrigées.		Hauteurs observées.		Amplit. du jet pour 45° Théorie.		Amplit. du jet pour 45° Expér.
1 ℔	4 p.	2 l.	2 p.	8 l.	2 pouc.		5 p.	4 l.	4 pouc.
2	15.	2	9	8	7	6	19	4	15
3	34.	8	22	4	16	6	44	8	33
4	61.	10	39	10	26		79	8	62
5	100.	2	64	7	45		129	4	94
6	134.	5	86	8	60	6	173	4	144

Je n'ai point indiqué dans cette Table les raccourcissemens, parce qu'ils se sont trouvés les mêmes que ceux qui répondent à ces poids dans la Tabl. I. On trouve donc ici, dans la 1^e^ colonne, les poids; dans la seconde, les montées suivant la Théorie pure; dans la 3^e^, les montées multipliées par $\frac{m}{n+\pi+\frac{1}{3}\varphi}$ ou par $\frac{20}{31}$, suivant la Théorie corrigée; dans la 4^e^, celles qu'ont données les expériences. J'ai ajouté la 5^e^ colonne, qui contient les termes doubles de la 3^e^ pour les plus grandes amplitudes du jet sous un angle de 45°, afin qu'on puisse la comparer avec la 6^e^ colonne, qui renferme ces amplitudes d'après les expériences. On trouvera sans doute une assez grande différence entre les résultats de la théorie & ceux de la pratique, différence qui cependant ne peut être attribuée qu'au frottement & aux imperfections de la machine que j'ai employée au défaut d'une meilleure. L'air ne peut pas opposer une résistance considérable à la balle de cuivre. Afin qu'on puisse voir ce que peuvent une grande résistance de l'air & le frottement combinés ensemble, on n'a qu'à jeter les yeux sur la Table IV., qui renferme les expériences de la précédente, mais faites avec une balle d'ivoire. Cette balle pesant $\frac{9}{16}$ loth ou $\frac{9}{512}$ ℔ ou $\frac{1}{57}$ ℔, il a fallu multiplier les hauteurs verticales de la théorie pure par $\frac{9}{10}$.

Tabl. IV.

Poids.	Haut. suiv. la Théorie pure.	Hauteurs corrigées.	Hauteurs observées.	Ampl. du jet p. 45° suiv. la Th.	Ampl. du jet pour 45° observ.
1 ℔	19 p.	8 p. 6 l.	3 p.	17 p.	5 p. 6 l.
2	69 8	31 4	11	62 8	27
3	154 4	69 5	25 6	138 10	50 6
4	275 6	123 11	46	247 10	102
5	446 2	200 9	64	401 6	128
6	597 4	269 2	87 6	538 4	178

(*)

Voici encore une autre Table construite à l'imitation de la seconde, d'après des expériences faites avec la balle d'ivoire.

Tabl. V.

Charges.	Poids à pendre.	Montées vert. d'après le calcul la 1e par expér.	Montées vert. observées.
Simple	1 ℔	3	3
Double	1 ℔ $15\frac{1}{2}$ l.	6	6
3e	1 26	9	9
4e	2 3	12	12
5e	2 $11\frac{1}{2}$	15	15
6e	2 19	18	18
7e	2 25	21	21
8e	2 $31\frac{1}{4}$	24	24
9e	3 5	27	26 +
10e	3 $10\frac{3}{4}$	30	31
11e	3 $16\frac{1}{2}$	33	35
12e	3 $21\frac{1}{2}$	36	36
13e	3 26	39	37
14e	3 30	42	44
15e	4 $2\frac{1}{4}$	45	48
16e	4 7	48	$50\frac{1}{2}$
17e	4 $10\frac{1}{4}$	51	$54\frac{1}{2}$
18e	4 $13\frac{3}{4}$	54	57
19e	4 $17\frac{1}{2}$	57	$61\frac{1}{2}$
20e	4 $20\frac{1}{2}$	60	$63\frac{1}{2}$

(*) *Remarque de M. Daniel B.*: „J'observe dans la IVe Table, que les hauteurs, quoique corrigées, sont encore extrêmement différentes des hauteurs observées; il faut que la balle d'ivoire soit génée dans le canon; car la résistance de l'air doit avoir été très petite, surtout dans „les 3 ou 4 premieres expériences: d'ailleurs les amplitudes du jet pour 45° répondent fort „mal aux hauteurs observées comme 27 & 11 ou 102 & 46; ces coups étoient donc fort „incertains & cette incertitude pourroit bien jeter quelque doute sur l'accord des 8 premieres

ADDITION (*).

Quoique j'aye déjà averti que mon instrument étoit très foible & imparfait, & que j'avois oublié dans mes expériences plusieurs précautions très utiles dont mon frere a parlé plus haut, & surtout d'enduire d'huile l'intérieur du canon, j'ajouterai pourtant ici une Table qui contiendra des expériences faites avec des balles de différentes matieres. Je n'ai pas marqué les raccourcissemens, parce que j'ai déjà dit que pour 4 loths je les avois toujours trouvés égaux à 2 lign., tant que je ne passois pas $1\frac{1}{4}$ ou $1\frac{1}{8}$ livre; & je ne doute pas qu'avec un ressort un peu long & délié les raccourcissemens pour des poids égaux ne restassent égaux, quand même les poids suspendus iroient jusqu'à plusieurs livres. Je n'ai pas marqué non plus la hauteur des jets d'après la théorie pure, ni corrigée par la fraction $\frac{m}{m+\pi+\frac{1}{3}\varphi}$, parce que mes expériences s'en éloignoient encore plus que celles de mon frere. J'ai donc simplement indiqué dans la 1[e] colonne les poids suspendus; dans la 2[e], 4[e], & 6[e] les hauteurs que donne la théorie de mon hypothese pour des balles de plomb, de léton, & de bois, la premiere hauteur étant déterminée par l'expérience; & dans la 3[e], 5[e], & 7[e] colonne les hauteurs que j'ai trouvées par l'expérience.

„expériences de la V. Table. - - - *Je remarque en général que vos quantités d'ob-„servation, quoique fort différentes de la théorie, n'en different pas beaucoup pour la pro-„portion, & que ma loi sur les raccourcissemens du ressort & sur les hauteurs verticales du jet, „répond aussi bien aux résultats que vos raccourcissemens observés & les mêmes hauteurs „qui en découlent.* . . . .

(*) Cette Addition est de M. *Jaques B.*

T. VI.

Poids en loths.	Haut. de la Théorie; la 1e par exp. balle de pl. pouces.	Haut. des expér. balle de plomb. pouces.	Haut. de la Théorie; la 1e par expér. balle de léton. pouces.	Haut. des expér. balle de léton. pouces.	Haut. de la théorie; la 1e par exp. balle de bois. pouces.	Haut. des expér. balle de bois. pouces.
8	$1\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{2}$ +	$1\frac{1}{2}$ +	3	3
12	$3\frac{3}{8}$	3 +	$3\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{2}$	$6\frac{3}{4}$	5
16	6	6	$6\frac{1}{4}$	$6\frac{1}{2}$	12	$7\frac{1}{2}$
20	$9\frac{3}{8}$	9	$9\frac{2}{3}$	$9\frac{1}{2}$	$18\frac{3}{4}$	13
24	$13\frac{1}{2}$	12	14	14	27	18
28	18	17	$18\frac{3}{4}$	$17\frac{1}{2}$	$36\frac{1}{2}$	28
32	24	22 +	25	$22\frac{1}{2}$	48	30
36	30	$27\frac{1}{2}$	$31\frac{1}{2}$	$28\frac{1}{2}$	$60\frac{3}{4}$	38
40	$37\frac{1}{2}$	33	$38\frac{2}{3}$	$35\frac{1}{2}$	75	$44\frac{1}{2}$
44	45	39	$46\frac{2}{3}$	40	$90\frac{3}{4}$	60
48	54	44	56	$45\frac{1}{2}$	112	65
.	.	.	.			
.	.	.	.			
.	.	.	.			
64	96	55	100			

Dans ces expériences la balle de plomb pesoit $\frac{1}{2}$ loth, celle de léton $\frac{3}{8}$ l., & celle de bois $\frac{1}{10}$ l., & elles couloient toutes très librement dans le canon. On voit que pour les balles de plomb & de léton, les premieres expériences répondoient assez bien à l'expérience; mais ensuite elles s'en éloignoient, à cause du peu de longueur de mon ressort. A 48 loths & même avant ils commencent à s'en écarter prodigieusement, le ressort ayant déjà acquis presque toute sa tension. Il est vrai que deux ressorts également déliés, quelque différens qu'ils soient en longueur, ne demanderont que le même poids pour acquérir un égal degré de tension, & le raccourcissement pour le même poids est toujours proportionnel à la longueur du ressort. Mais en se servant d'un ressort plus long, on pourra se contenter de beaucoup moindres poids, la montée virtuelle égale à la descente actuelle dépendant autant du raccourcissement du ressort que du poids attaché. On ne peut, à ce qu'il me semble, mieux comparer le ressort qu'avec l'air qui nous environne; on sait que ses condensations sont proportionnelles aux poids qui le compriment, tant que ce poids ne passe pas certaines bornes. Mais une colonne d'air d'un pied aura le double de force d'une colonne de

Digitized by Google

six pouces comprimée par le même poids, parce que sa descente actuelle ou le raccourcissement de la colonne sera double. Il me semble donc qu'on ne peut trop insister pour qu'on se serve de ressorts aussi déliés & aussi longs qu'il est possible de les avoir, parce qu'alors des onces donneront presque les mêmes hauteurs dans les expériences que des livres avec des ressorts plus courts. La grande différence qu'il y a toujours entre les hauteurs de la théorie & celles que donnent les expériences avec la balle de bois, semble dépendre en grande partie de la résistance de l'air, & je compte d'y revenir quand je parlerai plus au long de cette résistance. Je dois encore ajouter que les premieres expériences avec 8 loths sont souvent incertaines, parce que le fil n'étant pas bien tendu, il est difficile de le couper aussi promptement qu'il le faut.

SECTION CINQUIEME (*).

De l'amplitude des jets pour différentes inclinaisons du canon.

Quoique la courbe que décrit un boulet en faisant abstraction de la résistance de l'air, & le rapport entre les amplitudes des jets & les angles d'inclinaison, soient connus de tout le monde, je crois qu'il convient pourtant de les exposer ici en peu de mots. La résistance de l'air peut être négligée, parce que la vîtesse de nos balles est toujours très petite, & que je me sers principalement des balles de plomb & de léton.

Soit AGD la courbe cherchée; AO la tangente au premier point A, ou la direction du mortier; AE la ligne horizontale; AD la surface du terrain; & nommons $AO = x$, $Oo = dx$, $OM = y$, $Rm = dy$, (en tirant MR parallele à Oo); $NO = mx$, $AN = nx$, $(mm + nn = 1)$; $AI = \frac{nx}{q}$, $NI = \frac{pnx}{q}$, $(pp + qq = 1)$: m & n sont le sinus & le cosinus de l'angle OAN, & p & q ceux de l'angle IAN. La hauteur due à la vîtesse initiale en $A = A$; la vîtesse qu'un corps acquiert en tombant par la hauteur $OM = v$, l'élément du tems $= dt$;

(*) Par M. *Jacques Bernoulli*, ainsi que les deux suivantes, presque entierement.

la courbe sera déterminée par ces deux équations, 1. $dx = dt \sqrt{2A}$, 2. $dv = dt = \frac{dy}{v}$, dont la premiere a lieu pour le mouvement uniforme de la balle dans la direction AO, & l'autre pour le mouvement accéléré dans la direction OM. La derniere donne $v = \sqrt{2y}$, & $dv = dt = \frac{dy}{\sqrt{2y}}$; substituant celle-ci dans la premiere, on aura $dx = \frac{dy\sqrt{2A}}{\sqrt{2y}}$, $x = \sqrt{4Ay}$, $xx = 4Ay$, & $y = \frac{xx}{4A}$, ce qui indique que la courbe est une parabole. Il s'agit maintenant de trouver l'amplitude du jet AD; on la trouvera en cherchant AI pour le cas où NM devient égale à NI. Or $NM = NO - MO = mx - y = \frac{4mAx - xx}{4A}$, & $NI = \frac{pnx}{q}$; donc $\frac{4mAx - xx}{4A} = \frac{pnx}{q} = DE$; $x = \frac{4mqA - 4npA}{q} = AD$, $AI = \frac{nx}{q} = \frac{4mnqA - 4nnpA}{qq} = AD$. Il est à remarquer que cette expression est une de celles qui, pour un certain cas, savoir quand le terrain est vertical & que q est donc $= 0$, se change en $\frac{0}{0}$, car alors n doit aussi être $= 0$. Cependant je ne crois pas que cette expression puisse être déterminée par les méthodes connues, ni par aucune autre, parce qu'il me semble que la nature de la chose demande qu'elle soit indéterminée. En effet le mortier & le terrain étant tous deux dressés verticalement, la balle peut avec sa vîtesse monter jusqu'à la hauteur a; mais elle rasera le terrain, & chaque point entre l'embouchure du mortier & le point le plus haut auquel elle peut parvenir, doit être pris pour celui auquel elle atteint le terrain, c'est à dire, qu'il y aura une infinité d'amplitudes du jet pour le même coup.

En prenant la différentielle de la quantité $\frac{4mnqA - 4nnpA}{qq}$ & l'égalant à zéro, on trouve le sinus de l'angle d'inclinaison du mortier pour la plus grande amplitude du jet, $m = \pm\sqrt{\frac{1}{2} \pm \frac{1}{2}p}$, desquelles quatre expressions on ne peut prendre que celle-ci $+\sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}p}$ pour notre cas présent.

Mais

Digitized by Google

Mais comme j'ai fait mes expériences ſur les amplitudes des jets ſur une Table unie, il faut mettre partout $q = 1$, & $p = 0$; ce qui change l'expreſſion générale $\frac{4mnqA - 4nnpA}{qq}$ en celle-ci: $4mnA$, & celle de la plus grande amplitude devient ſimplement $2A$, parce que m & n ſont alors $= \sqrt{\frac{1}{2}}$.

La quantité $4mnA$ indique que pour la même amplitude il y a toujours deux différentes inclinaiſons du mortier, ſavoir les deux complémens de 90°; excepté pourtant le cas de la plus grande amplitude, où ces deux complémens deviennent égaux, l'angle d'inclinaiſon étant alors = 45°.

Voici donc les deux regles qui ont lieu pour les amplitudes des jets ſur un terrain uni: *La plus grande amplitude demande un angle d'inclinaiſon de 45°, & elle eſt égale au double de la hauteur due à la viteſſe initiale de la balle.*

Les amplitudes en général ſont comme les ſinus des angles d'inclinaiſon multipliés par leurs coſinus, ou bien *comme les ſinus des angles doubles*, parce que r étant un angle quelconque, on a $\sin r \times \cos r = \frac{1}{2} \sin 2r$.

D'après cette théorie j'ai fait la Table ſuivante, dont la 1e colonne indique les poids attachés; la 2e, la matiere de la balle; la 3e, l'angle d'inclinaiſon du mortier; la 4e, les hauteurs verticales qu'ont données les expériences pour ces déterminations; la 5e, le rapport des amplitudes à ces hauteurs ſuivant le calcul; la 6e, les amplitudes que donne la théorie; & la 7e, les amplitudes que j'ai trouvées par les expériences. Je regrette ſeulement d'être entierement deſtitué d'expériences de mon frere ſur ce ſujet, & d'être obligé de me contenter des miennes, dans leſquelles je n'ai moi-même que peu de confiance.

Digitized by Google

T. VII.

Poids suspendus en loths.	Matieres de la balle.	Inclinaif. du mortier.	Haut. vertic. des expér. en pouces.	Rap. des ampl. & des haut. suiv. le calcul.		Amplitudes suivant le calcul.	Amplitudes des expériences.
40	plomb	75	33	1	0	33	30
40	plomb	75	33	1	0	33	30
40	bois	75	$44\frac{1}{2}$	1	0	$44\frac{1}{2}$	44
40	bois	15	$44\frac{1}{2}$	1	0	$44\frac{1}{2}$	45
40	léton	15	$35\frac{1}{2}$	1	0	$35\frac{1}{2}$	35
48	plomb	80	44	0	72	$31\frac{2}{3}$	$29\frac{1}{2}$
48	plomb	10	44	0	72	$31\frac{2}{3}$	28
48	bois	80	65	0	72	$46\frac{4}{5}$	39
48	bois	10	65	0	72	$46\frac{4}{5}$	42
48	plomb	83	44	0	242	$10\frac{2}{3}$	$18\frac{1}{2}$

Quoique plusieurs de ces expériences répondent fort mal aux quantités trouvées par le calcul, il n'y a pourtant pas lieu de douter qu'en se servant d'un meilleur ressort, moins sujet à des inégalités en se débandant; en prévenant les frictions autant qu'il seroit possible; & en mettant plus d'habileté à faire les expériences, on ne parvînt à les faire accorder assez bien avec le calcul. Je dois aussi avertir que des deux angles de complément qui doivent donner une hauteur égale, il vaut mieux, quand le but de l'expérience le permet, se servir du plus grand, parce que la balle tombe alors mieux à plomb, & qu'au contraire en prenant le plus petit angle, les coups deviennent souvent incertains, parce que la moindre différence entre la hauteur de l'embouchure & celle du plan sur lequel tombe la balle, peut donner une différence considérable dans les amplitudes; outre que le secouement de la machine devient plus fort à mesure que l'angle d'inclinaison devient plus petit.

J'ajouterai encore une Table d'expériences faites sous l'angle de 45°.

T. VIII.

Poids en loths	Haut. vert. en pouc. balle de plomb	Amplit. de 45°. plomb.	Haut. vert. léton.	Amplit. de 45°. léton	Haut. vert. bois.	Amplit. de 45°. bois.
12	$3\frac{1}{4}$	6	$3\frac{1}{2}$	7	5	11 —
16	6 —	$10\frac{1}{2}$	. .	. .	. .	. .
24	12	24	14	28	18	37
40	33	60	$35\frac{1}{2}$	70	$44\frac{1}{2}$	94
48	44	82	. .	. .	60	113

Digitized by Google

Voici de plus deux Tables de mon frere, qui contiennent des expériences faites sous un angle de 45°, les premieres avec la balle de cuivre, les autres avec celle d'ivoire.

Tab. IX.

Poids.	Hauteurs observées.	Ampl. du jet p. 45°. Expériences.	Poids.	Hauteurs observées.	Amplit. du jet p. 45°. Expériences.
1	2 p. —	4 pouc.	1	3	5 6
2	7 —	15	2	11	27
3	16 6 l.	33	3	25 6	50 6
4	26	62	4	46	102
5	45	94	5	64	128
6	60 6	144	6	87 6	178

Je ne conçois pas la raison pourquoi mon frere dans la 1ᵉ de ces Tables a presque toujours trouvé des amplitudes qui surpassoient de beaucoup le double des hauteurs observées, quand les miennes au contraire péchoient ordinairement en défaut; outre que la résistance de l'air doit réellement rendre ces amplitudes un peu moindres que le double des hauteurs verticales.

SECTION SIXIEME.

De l'usage de la Mire dans la machine ballistique.

On sait que la gravité, en faisant abstraction de toute résistance au mouvement, fait parcourir à un corps 15 pieds & 1 pouce dans la 1ᵉ seconde, & que les espaces de la chûte sont toujours comme les quarrés des tems employés. C'est-là la raison pourquoi un corps lancé par une force quelconque, dans quelque direction que ce soit, hormis la verticale, change son mouvement rectiligne en curviligne au premier instant que le corps peut suivre la direction de la pesanteur, parce que son mouvement est alors composé de deux vîtesses, dont l'une varie continuellement. On sait, & je l'ai montré aussi dans la Section précédente, que la courbe décrite par le mobile peut être censée une parabole, tant que sa vitesse, & par conséquent la résistance de l'air, n'est pas fort grande. Ce changement de direction seroit sans doute un grand inconvénient quand on se propose de tirer vers un certain but, si on n'avoit trouvé moyen d'y obvier par la *Mire*,

Digitized by Google

dont la defcription a été donnée d'abord au commencement, & dont je vais indiquer l'ufage. Néanmoins dans la pratique, quand on emploie la poudre, & qu'on veut tirer à de fort grandes diftances, outre que la courbe eft très différente, les coups demeurent toujours fort incertains, à caufe d'une foule de circonftances qui ne permettent pas la précifion requife.

Pour fe fervir de la Mire avec plus de fureté, il eft convenable de viffer notre canon fur une certaine hauteur, & de le dreffer enfuite horizontalement; je me fuis fervi pour cet effet d'un bloc tel, que l'embouchure du canon étoit à 8 pouces, moins 3 lignes environ, au deffus du fable mouillé dans lequel je recevois la balle. En nommant en général b la hauteur que la gravité fait parcourir à la balle, D la diftance horizontale que la balle parcourt avant d'entrer dans le fable, & A la hauteur verticale due à la vîteffe initiale de la balle, le parametre de la parabole fera $= 4A$, & on aura $D = \sqrt{4Ab}$, ou $b = \frac{DD}{4A}$. Donc, puisque A eft comme les quarrés des poids attachés, D fera en raifon fimple de ces poids, & b eft en raifon quarrée des diftances horizontales. En chargeant donc la balle de plomb, & tendant le reffort avec 48 loths, la hauteur verticale étant pour ce poids de 44 pouces, la diftance horizontale auroit dû être $\sqrt{4 \cdot 44 \cdot 7\frac{3}{4}}$ pouc. ou près de 37 pouc.; cependant l'expérience ne m'en a donné que 35. Au refte il eft fort important que le canon foit dreffé bien horizontalement, parce que la moindre inclinaifon peut faire une variation confidérable dans cette diftance. Mais quand on veut fe fervir de la Mire, la diftance entre le point où l'on vife & l'embouchure du canon doit être telle, que le mouvement de la balle puiffe être regardé comme rectiligne, & que le baiffement foit très petit en comparaifon de cette diftance. Je n'ai pu tirer avec mon inftrument qu'à des buts peu éloignés.

Voici à préfent la regle fuivant laquelle on doit hauffer la mire. Soit (Fig. 6.) ab le canon, b l'embouchure, e le point où l'on vife, c le point qu'atteindroit la balle, fi la gravité ne la détournoit de fon mouvement rectiligne, ad la hauteur de la mire cherchée; & faifant bc ou be, qui font à peu près égales, $= D$, $ce = b$, ab (la diftance entre

l'embouchure & le point du canon où l'on applique la mire) $= l$, $ad = a$, on fera $bc\ (D) . ba\ (l) :: ce\ (b) . ad\ (a) = \frac{bl}{D}$. Mais, quelque inclinaiſon qu'ait le canon, on a toujours $b = \frac{DD}{4A}$; donc $a = \frac{Dl}{4A}$; ainſi pour les mêmes charges la hauteur de la mire eſt toujours en raiſon ſimple des diſtances. Pour faire donc l'expérience, il faut d'abord mettre la mire à la hauteur trouvée, & enſuite, en ajuſtant un petit guidon de cire au point b, donner une telle inclinaiſon au canon, qu'en regardant au travers du petit trou d de la mire, on voie en même tems les points b & e; alors la balle ayant au ſortir du canon ſa direction vers c, viendra juſtement en e par la cauſe acceſſoire de la peſanteur. Dans ma premiere expérience j'ai fait bc ou $be\ (D) = 17\frac{1}{2}$ pouces, & j'arrêtois à cette diſtance un petit morceau de craie dans mon ſable mouillé; la balle étoit de plomb, le poids attaché 48 loths; ainſi d'après l'expérience faite plus haut avec le canon dreſſé horizontalement, le baiſſement ce devoit être de 2 pouces; & comme ab ou l eſt de $8\frac{1}{3}$ pouces dans mon inſtrument, en faiſant $17\frac{1}{2} . 8\frac{1}{3} :: 2 . \frac{20}{21}$, j'ai mis la mire à cette hauteur, & en viſant auſſi exactement que j'ai pu, j'ai réuſſi dès la premiere expérience à donner contre la craie, & à la faire tomber. En répétant enſuite l'expérience avec une diſtance de 30 pouces, j'ai hauſſé la mire de $1\frac{5}{8}$ pouces, comme la regle de trois indiquée plus haut le demandoit; mais le ſuccès de la 1[e] expérience m'avoit rendu trop ſûr, & n'ayant pas bien dreſſé le bloc ſur lequel la machine étoit viſſée, la balle tomba à quelques pouces à côté du but, & un pouce au deſſus. Comme je faiſois ces expériences en préſence de pluſieurs ſpectateurs, l'un d'eux, plus habile que moi, dreſſa le bloc & viſa, en ſorte que la balle tomba droit à côté de la craie, & ne laiſſa pas une demi-ligne de diſtance entre deux. Mon oncle, qui avoit auſſi fait autrefois des expériences avec la mire, en ſe ſervant probablement du même inſtrument, mais lorſque le reſſort étoit encore plus fort, réuſſit, à ce qu'il dit, ſouvent à donner contre une balle ſuſpendue en l'air, quoiqu'elle fût à la diſtance de quelques pieds depuis le canon.

On voit par ce qui a été dit, que dans nos mires les mêmes distances ne demandent pas une position différente du chassis pour tirer en haut ou en bas, pourvu que la coulisse se tienne bien verticalement; un canon au contraire doit être pointé autrement en tirant à la même distance sur une plaine horizontale ou de bas en haut, ou de haut en bas.

SECTION SEPTIEME.

Calcul de la résistance de l'air, comparé avec les Expériences.

Dans cette Section je chercherai par le calcul, d'après les hypotheses adoptées sur la résistance de l'air, la hauteur à laquelle une balle doit monter en sortant du canon avec une vîtesse donnée, & je comparerai ces résultats avec les hauteurs trouvées par les expériences, & indiquées dans la Table de la page 366. Au reste on voit d'avance que, vu l'imperfection de mon instrument, & les circonstances qui concourent à rendre incertaines les expériences, ou même l'irrégularité qu'on découvre au premier coup-d'œil dans la suite des nombres indiqués dans la Table, on ne doit pas s'attendre à un grand accord; & en effet on verra que si quelques expériences répondent au calcul d'une maniere satisfaisante, il y en a d'autres qui s'en éloignent enormément. Je laisserai donc à d'autres, qui à des instrumens plus parfaits joindront plus d'habileté à s'en servir, le soin de répandre plus de lumiere sur cet objet, & d'en tirer des conséquences utiles pour la pratique.

Soit maintenant Fig. 7. $BP = x$, $Pp = -dx$, & toute la hauteur AB à laquelle la balle parvient $= h$; n le rapport de la pesanteur spécifique de la matiere de la balle à celle de l'air; c le diametre de la balle; u la hauteur due à la vîtesse en P, & v celle de la vîtesse initiale en A; π le rapport de la circonférence du cercle au diametre. La résistance de l'air peut être posée égale à une colonne dont la base égale au grand cercle de la balle, & la hauteur à $\frac{1}{2}u$, $= \frac{1}{8}\pi ccu$; car quoique M. Euler ait adopté un rapport plus grand entre les résistances d'un fluide & les vîtesses, nous pouvons cependant nous contenter du rapport quarré, parce qu'il ne s'agit pas ici de très grandes vîtesses. De même il n'est pas nécessaire de tenir compte du poids de l'atmosphere, parce qu'il ne se forme

Digitized by Google

point ou peu de vuide derriere la balle, pendant qu'elle se meut dans le canon. La masse de la balle est $= \frac{1}{6}\pi n c^3$; on aura donc $- \mathrm{d}u = \left(1 + \frac{\frac{1}{8}\pi c c u}{\frac{1}{6}\pi n c^3}\right) - \mathrm{d}x = \frac{4nc + 3u}{4nc} \times - \mathrm{d}x$, ou bien $\mathrm{d}x = \frac{4nc\,\mathrm{d}u}{4nc + 3u}$, & (en faisant que $x = 0$, quand $u = 0$) $x = \frac{4}{3} n c l \frac{4nc + 3u}{4nc}$, & quand $u = v$, $x = h = \frac{4}{3} n c l \frac{4nc + 3v}{4nc}$. Supposant maintenant que H, N, V, représentent des quantités analogues à celles que j'ai désignées par h, n, v, on trouvera de même $H = \frac{4}{3} N c l \frac{4Nc + 3V}{4Nc}$, (où l indique toujours le logarithme hyperbolique) & enfin $h = H \times \frac{n}{N} \times \frac{l \frac{4nc + 3v}{4nc}}{l \frac{4Nc + 3V}{4Nc}}$.

Pour faire maintenant l'application de cette formule à des exemples particuliers, & pour en comparer le résultat avec les expériences, il faut substituer des quantités numériques aux expressions générales. Les balles étant de 5 lign. environ de diametre, c est $= 5$ lign. ou $\frac{5}{12}$ pouc.; quand j'ai supposé les balles de différentes matieres, N désignoit le rapport de la pesanteur spécifique du plomb à celle de l'air, & comme il étoit diversement indiqué par les auteurs que j'ai consultés, j'ai pris un milieu, en le supposant $= 9000$. J'ai posé n, ou le rapport de la pesanteur spécif. du bois de buis dont une de mes balles étoit faite, à celle de l'air, $= 1213$; ce qui donne en comparant les hauteurs de deux balles différentes de plomb & de bois $h = H \times \frac{1213}{9000} \times \frac{l \frac{2022 + 3v}{2022}}{l \frac{15000 + 3V}{15000}}$ & pour les hauteurs de la même balle de bois $h = H \times \frac{l \frac{2022 + 3v}{2022}}{l \frac{2022 + 3V}{2022}}$. Or il semble qu'on peut entendre par v & V, c'est à dire par les hauteurs dues aux vîtesses initiales de la balle, les nombres indiqués dans la seconde & la 6[e] colonne de la Table p. 366, qui marquent les hauteurs que donne la théorie pour la balle, la 1[e] étant trouvée par l'expérience. H est aussi supposé connu, & doit être pris dans la colonne du côté droit de celles où l'on a pris V.

Digitized by Google

Prenons donc dans la ſeconde colonne de la dite Table la hauteur 18 p. & mettons-la $= V$, H ſera $= 17$, ou au nombre correſpondant de la colonne à côté; enſuite faiſant dans la 6^e^ colonne $27 = v$, on trouvera, en ſe ſervant de la formule pour des balles de différentes matieres, $h = 24$; mais l'expérience ne marque dans la 7^e^ colonne que 17; donc le calcul & l'expérience ſont fort peu d'accord dans cet exemple. La différence des logarithmes ordinaires & hyperboliques n'a pas beſoin d'être priſe en conſidération, parce qu'un logarithme eſt diviſé par un autre.

Prenons pour un autre exemple dans la 6^e^ colonne $V = 12$, $v = 36\frac{1}{2}$; H eſt donc $= 7\frac{1}{2}$; & en ſe ſervant de la formule pour des hauteurs de la même balle, on trouve $h = 22\frac{1}{2}$, ce qui s'éloigne encore conſidérablement de l'expérience, qui donne 28.

Mais faiſant encore $V = 12$, $H = 7\frac{1}{2}$, $v = 48$, on trouve $h = 29\frac{1}{4}$; ce qui accorde aſſez bien avec la quantité 30 trouvée par l'expérience.

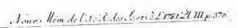
Mettant $V = 27$, $H = 18$, $v = 48$, h devient $= 31\frac{1}{2}$ & peche de $1\frac{1}{2}$ pouces en plus, comme la quantité trouvée dans l'exemple précédent pour le même nombre v péchoit de $\frac{1}{2}$ pouce en moins.

Prenant encore $V = 27$, $H = 18$, & $v = 12$, on trouve $h = 8$ au lieu de $7\frac{1}{2}$, comme l'indique l'expérience; la différence eſt aſſez conſidérable pour une ſi petite hauteur.

Faiſant pour la balle de plomb $V = 13\frac{1}{2}$, $H = 12$, & pour celle de plomb $v = 48$, je trouve $h = 42$; l'expérience ne donne que 30.

On voit par ces exemples, que les expériences ſont encore en trop petit nombre, & trop incertaines, & qu'il faudroit avoir un reſſort plus élaſtique, & pouvoir le tendre par un plus grand nombre de différens poids, pour en tirer quelque connoiſſance utile dans la pratique. Je crois ſeulement devoir conclure des exemples cités, qu'il eſt préférable de ſe ſervir des mêmes colonnes pour les hauteurs V, v, & H, h, c'eſt à dire de ne comparer que des hauteurs qui appartiennent à la même balle. Au reſte je ne me ſuis pas ſervi des expériences que mon frere a faites avec des balles d'ivoire, parce que, par des raiſons alléguées plus haut, elles me paroiſſoient auſſi très peu ſures.

NOU-


Nouv. Mém. de l'Ac. R. des Sc. et B. L. 1781. Pl. III p. 376.

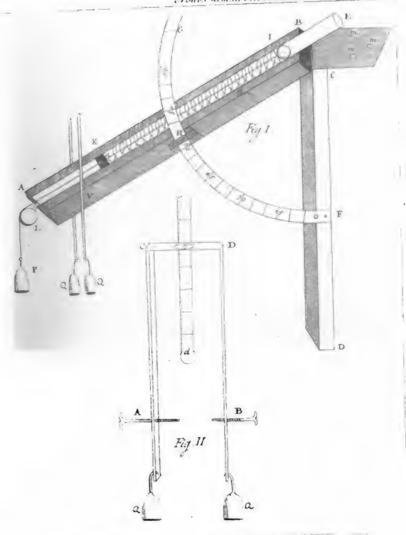
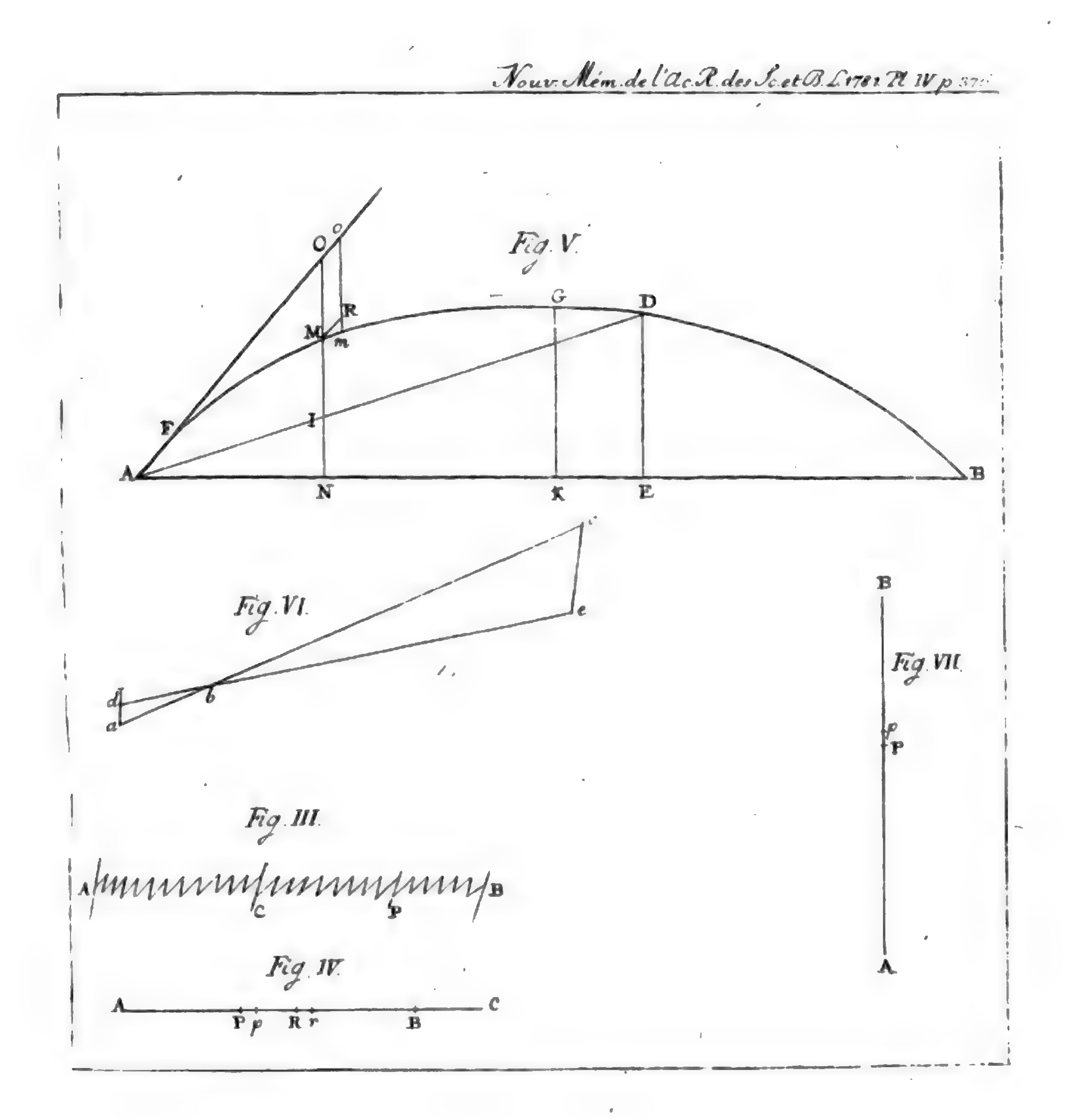


Fig. I
Fig. II
A
B
C
D
E
F
G
H
I
K
L
P
Q
Q
V
m
m
m
d
a
a

Digitized by Google

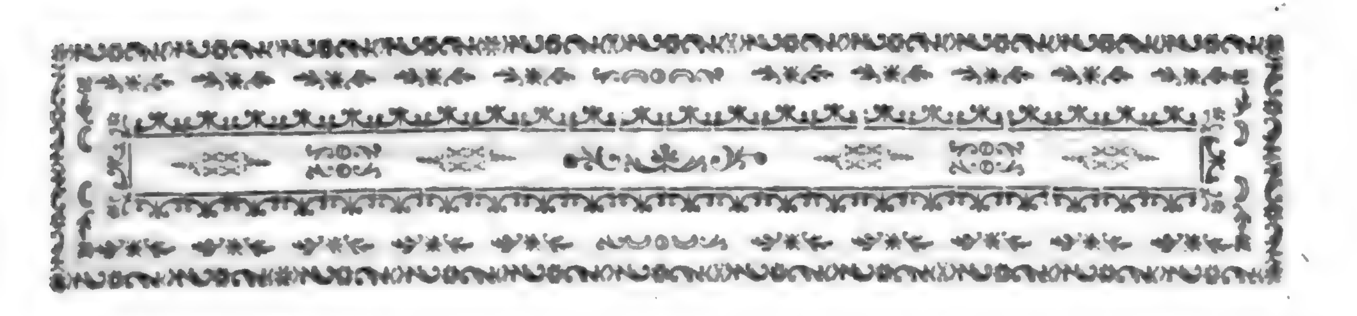


Digitized by Google

NOUVEAUX MÉMOIRES DE L'ACADÉMIE ROYALE DES SCIENCES ET BELLES-LETTRES.

CLASSE DE PHILOSOPHIE SPÉCULATIVE.

Digitized by Google



ANALYSE
de la Dissertation sur l'Origine du Langage, qui a remporté le prix en 1771. (*).

PAR M. MERIAN.

L'origine du Langage est le plus grand problème que l'esprit humain se puisse proposer, la question la plus digne d'être traitée, & d'être jugée par des philosophes, mais en même temps la plus difficile à résoudre. Quel est donc notre bonheur de n'avoir eu d'autre embarras que celui du choix entre un grand nombre d'ouvrages excellens, ni d'autre regret que de n'avoir pas plus d'un prix à distribuer! Il semble en effet que les esprits les plus éclairés de l'Europe, animés par la difficulté même de l'entreprise, ayent paru dans l'arène Académique pour se disputer l'honneur de son exécution. Le Recueil des pièces que cette belle émulation a produites, rédigé par une main habile, présenteroit le sujet de notre Problème sous tous les points de vue dont il est susceptible, & si je ne me trompe, suffiroit pour l'épuiser.

(*) Lue le 6 Juin; dans l'assemblée publique pour la célébration de l'anniversaire de l'avènement du Roi au trône. Comme elle ne fut point imprimée dans le temps, on croit, en la plaçant ici, rendre quelque service à ceux qui n'entendent point la langue allemande, dans laquelle la Dissertation qui en fait le fond, a été écrite. L'auteur de cette dissertation est Mr Herder, déjà trois fois couronné par notre Académie.

Mais en me bornant ici à la ſimple Analyſe du Diſcours qui vient d'être couronné, j'ai encore un extrême beſoin de l'indulgence de cette illuſtre Aſſemblée. Mon analyſe eſt longue, & n'a point le degré de perfection qu'elle devroit avoir. J'aime cependant à me perſuader que chez des auditeurs philoſophes l'importance des choſes prévaudra ſur les défauts de la forme, & rachetera les imperfections du ſtyle.

Et qui refuſeroit aujourd'hui ſon attention à la voix de la Philoſophie? N'eſt-ce pas l'anniverſaire de ce grand jour où elle s'eſt aſſiſe ſur le trône, de ce jour d'où elle date ſon entrée dans notre Académie, époque à jamais mémorable dans ſes Faſtes? Et en célébrant cette fête nationale, n'eſt-ce pas ſa fête que nous célébrons?

PREMIÈRE PARTIE.

Section I.

Le premier Langage de l'homme eſt celui qu'il a en commun avec les animaux: nous ſommes, comme eux, des inſtrumens ſenſibles & ſonores, dont les cordes retentiſſent, lorsqu'elles viennent à être ébranlées. Les mouvemens de notre ame, nos ſenſations, nos paſſions agréables & triſtes, mais les dernières ſurtout, éclatent au dehors par des accens & des cris inarticulés. La réflexion n'entre ici pour rien: nous n'avons en vue ni de provoquer les échos, ni d'attendrir nos ſemblables; nous ne faiſons qu'obéir aux lois de notre organiſation, au jeu naturel de la machine animale.

Quoique cette langue du ſentiment, qui réſonne avec tant d'énergie chez les animaux, & chez l'homme dans ſon état primitif, ſe faſſe plus rarement entendre depuis les rafinemens introduits dans nos langues artificielles, dans nos ſociétés, dans nos mœurs, elle n'eſt pourtant pas étouffée. Il ſuffit d'une émotion violente pour nous rappeler à notre origine. Alors le cri de la Nature perce à travers tous les maſques dont nous nous couvrons; & nous reparoiſſons tels que nous ſommes ſortis de ſes mains immortelles.

Toutes les ſenſations ſe manifeſtent par des ſons qui leur ſont propres, & qui varient ſelon les différentes eſpèces des êtres animés. Chacun parle le langage de ſon eſpèce; & les variétés ſont plus ou moins grandes à meſure que les claſſes ſe rapprochent ou s'éloignent les unes des autres par l'organiſation qui les caractériſe. Nous entendons mieux le langage des animaux terreſtres que celui des animaux aquatiques, mieux les troupeaux qui paiſſent dans nos champs que les bêtes qui errent dans les forêts; & parmi les animaux paiſſans, toutes choſes d'ailleurs égales, ceux-là le mieux qui nous reſſemblent d'avantage. En un mot, les variations du Langage animal répondent aſſez à celles de nos langues nationales & de leurs idiômes.

Rien, à la vérité, n'eſt plus ſimple que ces ſons, & il n'y en a qu'un petit nombre; de ſorte que ſouvent le même ſert à exprimer des paſſions non-ſeulement diverſes, mais oppoſées. Cela eſt vrai, dis-je, en le ſéparant des phénomènes qui l'accompagnent, & en ne le regardant que comme un trait ſans ame, peint ſur le papier. Mais étoit-ce là ſa deſtination? Ces larmes ſi touchantes, & qui trouvent ſi bien le chemin du cœur, que ſont-elles? des gouttes d'eau: & que ſont-elles, vues dans le champ du Microſcope? Qu'eſt-ce que ces demi-ſoupirs entrecoupés? de légères ſecouſſes données à l'air. Mais voyez les ſortir avec peine de ces lèvres pâles & mourantes: ils retentiront juſques au fond de vos entrailles. Le ſon animal n'eſt plus un vain ſon, auſſitôt que vous le liez aux geſtes, aux attitudes, aux mouvemens: ſa ſignification dès-lors ceſſe d'être équivoque; c'eſt la voix de la Nature, qui vous appelle vers le tableau entier qu'elle tient élevé devant vous.

Il n'étoit donc pas beſoin qu'elle multipliât le nombre de ces ſons. Elle n'a pas d'ailleurs donné à l'homme naturel beaucoup de ſenſations génériquement différentes: & comme elle en a fondu les nuances de façon qu'elles ſe mêlaſſent & ſe réuniſſent les unes aux autres; comme elle a voulu que le Plaiſir & la Peine ſe touchaſſent; elle a voulu de même que le langage naturel marquât ces points de réunion & de contact.

Voulez-vous retrouver les débris de ce premier Langage dicté par la Nature? Ne le cherchez point dans nos idiômes modernes, abâtardis & dé-

générés depuis des milliers d'années, cultivés par les beaux-esprits & par les philosophes, refondus dans les moules de la Métaphysique grammaticale. Remontez à l'origine des langues, aux anciennes langues de l'Orient: transportez-vous aux pieds des Cordelières, dans le Brésil, aux îles Caraïbes, dans les neiges éternelles des Iroquois. Là vous appercevrez ces premiers sons de l'homme dans les racines des noms & des verbes, où coule encore cette première sève du Langage. Vous les entendrez sortir de la bouche de ces peuples, dans leurs hymnes, dans leurs nénies, dans les chants qui animent leurs danses militaires ou religieuses, tout composés d'interjections, de cris, de hurlemens, & d'Allélujah. Et n'est-ce pas là ce qui rend la prononciation de ces langues impossible aux Européens?

Voilà pourquoi le zélé défenseur (*) de l'Origine céleste du Langage s'est fortement trompé, en voulant découvrir je ne sais quel caractère divin dans les caractères de l'Alphabet.

Il se trompe d'abord dans le fait, quand il s'émerveille de ce que les sons de toutes les langues connues sont réductibles à une vingtaine de Lettres... Il n'y a, dans le vrai, aucune Langue parlée qui puisse être parfaitement rendue par un Alphabet quelconque. M. Lambert, dans son Organon, l'a démontré de la langue Allemande; les bizarreries de toutes les orthographes le démontrent encore mieux. Où est la langue vivante dont la prononciation puisse s'apprendre dans les livres? & où la langue morte dont la prononciation puisse être ressuscitée par eux? Plus les langues sont près de leurs sources, & imprégnées de sons naturels; moins il est possible de les écrire, & plus on a de peine à les prononcer. Les Missionnaires, après avoir vécu dix, & quelques-uns jusqu'à 50 ans, parmi les Américains septentrionaux, ont été la risée de ces Sauvages lorsqu'ils vouloient parler leurs langues. M. de la Condamine rapporte la même chose d'une petite nation placée sur les bords de la rivière des Amazones. Loubère en dit autant de la langue Siamoise. Et nos Sauvages d'Europe, les habitans de l'Estonie & les Lappons, ont dans leurs idiômes de ces sons à demi articulés sur qui l'écriture n'a point de prise. On n'a pas mieux su

(*) Feu M. Susmilch.

écrire certaines aspirations du Russe & du Polonois. Les Anglois se tourmentent en-vain pour peindre leur prononciation. Les François-mêmes, qui n'ont presque point de gutturales, & les Italiens, qui forment leurs sons dans la région supérieure de la bouche, comme dans un Éther plus pur, ont cependant conservé de ces sons vivans que l'encre & le papier ne sauroient représenter.

Si le fait est peu fondé, la conclusion ne l'est pas d'avantage. Loin de nous mener à une origine divine, tout nous indique une production terrestre & animale. La langue que l'on appelle Sainte par excellence, & dont l'Alphabet a passé dans presque toutes les langues, est précisément celle dont l'écriture rend la prononciation de la manière la plus défectueuse. D'où vient, par exemple, que l'Hébreu ne s'écrit qu'avec des consonnes, & qu'il manque absolument de voyelles, qui cependant sont l'essence de la Parole, l'ame, l'esprit moteur du Langage, & les pivots sur quoi il tourne? La raison en est évidente: les voyelles ne s'écrivoient point, parce qu'il étoit impossible de les écrire. Leur prononciation n'étoit que de l'esprit, un souffle qui s'évaporoit, que l'oreille seule pouvoit saisir, & qui ne se prêtoit pas à la Caractéristique: on se contentoit donc de caractériser le cadavre de la Langue, que l'on laissoit au Lecteur le soin de vivifier. Qui ne reconnoîtroit ici les restes des premiers sons du langage naturel & animal? Et qui ne verroit dans l'écriture Hébraïque une tentative grossière de fixer la langue par des signes, autant que sa nature revêche le permettoit? Tout décèle ici l'ouvrage de l'homme, & non une langue divine, ni un Alphabet inspiré, ni une grammaire descendue du ciel.

Une dernière remarque à faire sur le Langage naturel, c'est qu'il est le langage du sentiment & des passions. Produit par eux, il les communique à son tour, & les fait circuler d'ame en ame, par une espèce de sympathie, qui n'est pas même méconnoissable chez les animaux. Ces voix inarticulées ébranlent nos nerfs tendus à leur unisson, & pénètrent dans nos cœurs. Ce n'est pas sans beaucoup de peine & de travail que l'on parvient à la malheureuse habitude de s'assourdir contre le cri de la nature, & les plus barbares des hommes n'y ont pas entièrement réussi. Les voyageurs

Digitized by Google

atteſtent tous les impreſſions terribles qu'ont faites ſur eux les cris & les chants informes des nations ſauvages. Ce furent ces mêmes ſons qui dans la Poëſie, dans la Muſique, dans l'Action théâtrale des Grecs où ils étoient demeurés, opérèrent des prodiges ſi ſurprenans. Aujourd'hui même notre Poëſie, & notre Éloquence, ne doivent-elles pas à l'imitation de ce langage naturel tous les grands momens d'illuſion & d'extaſe, & leurs ſuccès les plus brillans? N'eſt-ce pas le triomphe de l'art que de ſavoir faire ſortir, du milieu de nos langues ſi travaillées & ſi émouſſées, ces ſons primitifs, toujours plus puiſſans ſur les hommes que les raiſonnemens les plus ſolides, & que ne le ſeroit la Vérité en perſonne, ſi elle faiſoit entendre ſa douce voix du haut de la voûte céleſte?

* * *

Mais le Langage naturel, dont nous venons de parler, n'eſt pas ce langage de l'homme qui fait le ſujet du Problème de l'Académie. Tous les animaux parlent le premier, aucun d'eux n'eſt parvenu à parler le ſecond; aucun d'eux n'attache de l'intention & des vues à l'uſage qu'il fait du premier: Les cris des animaux ne ſont qu'un effet purement mécanique des impreſſions faites ſur leurs ſens.

Ainſi les philoſophes qui ont cherché dans cette langue animale l'origine du langage humain, ont manqué leur but. M. l'Abbé de Condillac eſt de ce nombre, & ſa théorie a été complettement réfutée par M. Rouſſeau. Mais ce dernier ſe jette dans l'extrémité oppoſée. L'un convertit les animaux en hommes; l'autre les hommes en animaux.

Pour éviter cette double erreur, il convient de fixer les limites entre ces deux claſſes d'êtres. Cela ſeul peut nous apprendre pourquoi l'homme eſt doué du don de la Parole, & pourquoi les animaux ne le ſont pas.

On ſait combien ils nous ſurpaſſent par rapport à la force & à la ſureté de leur inſtinct. Pluſieurs d'entr'eux poſſèdent un art inné pour certains ouvrages, où l'art humain, étayé de tout ſon appareil, n'a jamais ſu atteindre. Juſqu'ici tous les philoſophes ont échoué dans l'analyſe de cet inſtinct & de cet art, parce qu'ils ont négligé le ſeul point de vue qui pouvoit mettre

tre la chose en lumière. Ils n'ont point réfléchi sur la proportion de l'instinct des animaux avec leur sphère de sensibilité & d'activité.

Plus la sphère d'un être est bornée, plus ses opérations y sont sûres & exactes: elles deviennent au contraire incertaines & vacillantes à mesure que la sphère s'élargit. Lorsque l'organisation, les sens, les forces représentatives & actives se déploient dans une petite sphère à laquelle ils sont adaptés, & se dirigent vers un seul point, il doit nécessairement résulter de là plus de justesse & de régularité, que lorsque la sensibilité, l'attention, & les forces se partagent entr'un grand nombre d'objets, & se dirigent vers une infinité de côtés. Or le premier cas est celui de l'animal; le second celui de l'homme.

L'animal est presqu'en naissant ce qu'il sera toute sa vie: cette vie se passe dans la répétition éternelle des mêmes actes. Il ne diversifie ni ne perfectionne ses ouvrages; il fait & refait la tâche que la Nature lui a marquée, & en mourant il n'est pas plus avancé qu'il ne l'étoit en venant au monde. L'abeille construit sa cellule avec une architecture admirable; mais hors de là elle n'est rien. L'araignée file sa toile avec l'art de Minerve: mais cette toile est son univers.

Telle n'est point la situation de l'homme. Ses sens, ses organes, ses facultés ne le déterminent à rien en particulier, & le rendent capable de tout. Ses forces se répandent en tout sens; le monde entier est son théâtre. Il ne sauroit donc avoir l'instinct au même degré que les animaux: cet instinct, comme nous venons de le voir, est en raison inverse de la sphère d'activité, & la sphère de l'homme est immense.

S'il a de commun avec eux ce langage naturel qui n'est que le retentissement de la machine sensible; il manque de ce langage que l'on trouve à plusieurs espèces d'animaux qui vivent en société, & qu'ils tiennent également de la Nature. L'homme naît muet, foible, infirme, affiégé de mille besoins, destitué de tout secours, le plus misérable des animaux s'il n'étoit qu'un animal, s'il ne receloit en lui de quoi compenser le défaut de l'instinct, & cette disproportion apparente entre sa haute destination & les moyens d'y atteindre.

SECTION II.

Il falloit donc un nouveau moyen pour remplir cette lacune, & ce moyen fera le caractère diſtinctif de l'homme.

Si donc il exiſtoit en nous un principe réparateur, où feroit contenue la raiſon de cette défectuoſité qui nous dégraderoit ſi fort au-deſſous des animaux; & ſi ce principe naiſſoit du ſein de cette défectuoſité même qu'il *répare* & compenſe, que faudroit-il de plus pour y établir notre caractère différentiel, la vraie empreinte de notre être, le ſceau de l'humanité?

Si enfin le langage humain étoit le réſultat néceſſaire & immanquable de ce caractère, de ſorte qu'il fût auſſi eſſentiel à l'homme de parler que d'être ce qu'il eſt; voici tout d'un coup le langage qui trouve ſon principe générateur dans notre nature même. Et il ne fera plus beſoin d'abandonner l'origine de la Parole au hazard de l'aſſociation des hommes entr'eux, à des évenemens arbitraires, à des colliſions fortuites.

Le développement de cette idée ingénieuſe mériteroit d'être ſuivi dans tous ſes détails; mais nous devons ici nous borner à une ſimple eſquiſſe.

Dépouillons l'animal de cet inſtinct merveilleux qui le fait opérer avec tant d'exactitude, & travailler ſi artiſtement dans la ſphère étroite où il eſt reſſerré: agrandiſſons cette ſphère autour de lui, en tout ſens. Dès lors je vois un champ & plus vaſte & plus éclairé: je vois un être qui n'étant plus dominé par une impulſion aveugle, ſe tourne librement là où il veut. Je vois un être qui n'étant plus pouſſé au dehors, & vers un ſeul point, par une force irréſiſtible, devient capable de retour ſur lui-même, de conſcience, de réflexion. Je vois l'homme. C'eſt ainſi que notre perfection en tant qu'hommes dérive de notre imperfection en tant qu'animaux, & que notre indigence eſt la ſource de nos richeſſes.

Tout gît ici dans la direction du total de nos forces, ou de la force unique & individuelle de notre ame. Ce n'eſt pas par le plus ou le moins de cette force que nous différons des animaux; cette différence n'eſt pas graduelle mais ſpécifique, ou plutôt générique: & c'eſt par cette diverſité de direction que nous appartenons à un autre genre, à une autre claſſe d'êtres. Enfin, comme cette force eſt une & ſimple, & qu'elle n'agit point

Digitized by Google

par portions détachées, nous ne faiſons aucun acte qui ſoit purement animal, & où le caractère diſtinctif de l'homme ne ſoit plus ou moins imprimé.

On peut donner à ce caractère les noms d'entendement, de raiſon, ou tel que l'on voudra; mais il ſemble principalement conſiſter dans le pouvoir de réfléchir, de ſe replier ſur ſoi-même, de ſentir en appercevant, en voulant, en agiſſant, que c'eſt nous qui appercevons, voulons, agiſſons. L'on a vu que ce pouvoir étoit incompatible avec l'inſtinct animal, parce qu'il exige une étendue de ſphère, une clarté de perceptions, un calme d'eſprit, une liberté, que les bornes de l'inſtinct, ſes impreſſions obſcures, & ſes puiſſantes incitations ne comportent point.

Il s'enſuit de là que ce pouvoir opère au moment que l'homme exiſte. Il eſt impliqué dans les premières ſenſations de l'enfant, parce qu'il l'eſt dans la direction de la force eſſentielle de ſon ame, dans le caractère de ſon eſpèce. L'enfant à peine né eſt déjà homme, comme l'inſecte à peine éclos eſt déjà inſecte. Ce n'eſt pas à dire que le nourriſſon qui pend à la mamelle, raiſonne comme un docteur dans ſa chaire, ou réfléchiſſe comme le miniſtre dans ſon cabinet. Mais il eſt déjà l'être réfléchiſſant; ce n'eſt pas un animal; c'eſt un homme: ſes idées, ſes actions ſont des idées, des actions humaines. Tout cela eſt enſuite étendu, développé, perfectionné, par l'uſage, par l'exercice, par l'expérience. Mais tout développement ſuppoſe un germe, tout perfectionnement une ébauche. Si la raiſon & la réflexion ne préexiſtoient pas en nous, ſi elles n'influoient pas dans les premiers rudimens de notre vie, comment ſeroient-elles entrées dans nos eſprits? Comment y croîtroient & fructifieroient-elles, ſi elles n'avoient point été dans la graine de la plante?

M. Rouſſeau accorde à ſon homme naturel *la réflexion en puiſſance*, & qui peut y demeurer éternellement dormante & inactive. Mais ce n'eſt ici qu'un être de l'École, une forme plaſtique: une puiſſance qui n'agit point, ni ne tend à agir, n'eſt rien. La force d'un être ſimple, tel que notre ame, doit être une force vive, une tendance qui montre plus ou moins ſon activité, en proportion renverſée des obſtacles qu'elle rencontre.

Le Langage humain dépend ſi immédiatement de la réflexion, qu'il ne nous reſte qu'un pas à faire pour conduire l'homme à cette importante découverte.

Notre ame, flottante dans l'océan de la matière, en reçoit les impreſſions de tout côté; mais ce ne ſont jusqu'ici que des impreſſions paſſagères, des images fugitives, qui la retiennent dans une eſpèce de ſonge. Voici la réflexion qui la réveille, & qui dans la maſſe confuſe des objets lui en fait ſéparer un où ſon attention ſe concentre, qu'elle diſcerne par conſéquent & des autres objets & d'elle-même. Elle en parcourt les diverſes propriétés, elle y apperçoit des qualités caractériſtiques. En un mot, elle forme ſa première idée diſtincte, ſon premier jugement.

Une qualité de cette eſpèce n'eſt-elle pas un ſigne imprimé dans l'ame, qui lui fait reconnoître & diſtinguer les objets? Et en ſuppoſant que cette qualité ſoit un ſon, voilà un élément du langage, voilà le langage trouvé; car qu'eſt-il ſi non un aſſemblage de ſons devenus les ſignes des choſes?

L'homme voit pour la première fois un agneau. N'étant entraîné par aucun inſtinct ou trop près ou trop loin de cet objet, il ſe trouve dans une juſte poſition pour le contempler à ſon aiſe. Il remarque l'une après l'autre les qualités qui frappent ſes ſens, la blancheur, la molleſſe de la toiſon, & ainſi de ſuite: pendant tout ce temps il travaille ſourdement à chercher un caractère diſtinctif de cet animal, & s'embarraſſe dans ſon choix. L'agneau ſe met à bêler; voici une impreſſion qui pénètre bien plus profondément dans ſon ame, laquelle ſemble répéter ce bêlement, & le répète en effet toutes les fois qu'il revoit l'agneau. Voici donc un ſon, un ſigne, une parole intérieure: voici le nom de l'agneau. Quand cet homme reſteroit muet toute ſa vie; quand il demeureroit iſolé dans quelque île déſerte, il ne laiſſeroit pas d'avoir des mots & une langue dans ſon eſprit.

Tant que nous chercherons ailleurs la naiſſance du Langage; nous nous égarerons dans un labyrinthe tortueux. On ne ſauroit la déduire de la ſtructure des organes de la voix; cette ſtructure eſt la même chez l'Orang Outang: ni des ſons naturels, nous les partageons avec les animaux: ni de je ne ſais quel penchant à imiter, qui lui-même a beſoin d'explication;

Digitized by Google

car le penchant à copier les gestes & les voix se remarque également dans le singe, dans le perroquet, dans la pie: ni enfin d'une convention naturelle, hypothèse que M. Rousseau a victorieusement détruite. Mais pourquoi chercher si loin ce qui est si près de nous, ce qui est en nous? Prenez l'homme tel qu'il est: & au lieu de vous étonner qu'il ait pu se forger une langue; il vous paroîtra désormais inconcevable qu'il eût pu s'en empêcher.

Le grand argument contre l'invention humaine de la Parole est celui-ci: sans le langage l'exercice de la raison ne sauroit avoir lieu: ainsi il nous eût fallu le langage pour inventer le langage, & par conséquent pour pouvoir naître il eût déjà dû être né. Mais quand on accorderoit la prémisse, tout ce qui s'ensuit de là, c'est que le langage est aussi naturel à l'homme que la raison; & n'est-ce pas là ce que nous venons de prouver? Tout être doué de réflexion active, car *la réflexion en puissance* est une chimère, dès l'instant où elle se déploie, & lui fait distinguer son être des êtres extérieurs, se crée des signes, & les grave dans sa mémoire. Or ces signes sont un langage.

Puis, si leur conclusion étoit juste, ne voient-ils pas qu'elle peut être retournée contr'eux, & qu'on peut les promener dans le même cercle? Car si le langage vient immédiatement de Dieu, & que cependant sans langage il n'y ait point de raison, comment des hommes sans raison ont-ils pu apprendre le langage, & recevoir les enseignemens de leur maître céleste?

On demandera ce qu'il faut penser de ces enfans trouvés au fond des forêts parmi les ours & d'autres bêtes sauvages, dont ils suivoient le genre de vie? N'étoient-ce pas des hommes, quoique la Parole leur manquât? C'en étoient sans doute, mais des hommes dégénérés. Chargez cette tendre plante d'une pierre ou d'un poids quelconque: elle croîtra en se courbant. A-t-elle pour cela changé de nature? & lors même qu'elle enlace son jet autour de la pierre, n'est-ce pas pour reprendre sa situation verticale?

Ensuite, pourquoi l'homme peut-il dégénérer à ce point? Précisément parce qu'il est homme, parce que soustrait à l'empire de l'Instinct il conserve cette constitution souple & flexible qui se fait à diverses façons de vivre.

Digitized by Google

Quel cheval, quel ſinge, ou quel autre animal ſe transformeroit ainſi, & feroit dans la vie des ours les progrès qu'y a faits l'enfant de Lithuanie?

Avec tout cela ce n'étoient encore que de foibles eſſais, & quand cet enfant eût fini ſes jours dans les bois, il n'eût jamais réuſſi à égaler ſes maitres, il n'eût jamais marché, ni grimpé, ni hurlé dans la même perfection; ce n'étoit jamais qu'un ours manqué. Le dénouement de la ſcène le prouve bien. L'ours devient homme, ce qui n'eſt encore arrivé à aucun de ſes anciens camarades. L'éducation qu'il reçut ne l'a pas aſſurément transcréé, ni ne lui a donné la raiſon, & une nouvelle nature; ce ſeroit dire que l'aiguille de l'Oculiſte, en abattant la cataracte, introduit dans l'ame la faculté de voir. L'éducation n'a proprement fait que le démasquer, & lui ôter le déguiſement qui l'empêchoit de paroître homme au dehors, comme il l'avoit conſtamment été au dedans.

Le philoſophe de Genève, d'un côté, refuſe la raiſon à ſon homme naturel; de l'autre il lui accorde la perfectibilité, & ſurtout un pouvoir d'imiter ſans bornes, qui le met en état d'apprendre de tous les animaux, & de profiter de ce qu'il leur voit faire. Mais cette dernière qualité ſuppoſe la raiſon & la réflexion. Les animaux contrefont; ils n'imitent point. Si jamais ils imitoient à deſſein, ils ceſſeroient d'être animaux, ils auroient des ſignes, un langage intérieur, d'où naîtroit tôt ou tard le langage externe. Si le renard avoit agi une ſeule fois avec les intentions que lui prêtent les fabuliſtes, il ſeroit depuis longtems auſſi habile qu'eux: il feroit lui-même des fables, & prendroit Éſope pour ſon ſujet, comme il a été tant de fois le ſujet des fables d'Éſope.

Ainſi, ſuivant ces philoſophes, tantôt le langage eſt une choſe ſi difficile qu'il faut ſurmonter les nues pour en trouver l'origine; tantôt une choſe ſi aiſée que les animaux mêmes ſeroient capables de l'inventer. Au lieu qu'en nous plaçant dans le vrai point de vue, nous voyons clairement, & pourquoi il n'eſt pas à la portée des animaux, & pourquoi les Dieux n'eurent pas beſoin de quitter l'Olympe pour nous l'enſeigner. Le langage eſt, pour ainſi dire, l'organe de notre entendement, un ſens naturel de l'ame humaine, qui dès ſa première penſée, raiſonne, dialogue, établit des ſignes

Digitized by Google

en elle-même, lesquels ensuite dans le commerce des hommes deviennent des signes communicatifs.

SECTION III.

Le premier signe parloit déjà à l'ame, & y allumoit le feu de Prométhée. Tous les sens nous fournissent de ces signes; mais l'Ouïe étoit sans contredit le plus propre de tous à créer en nous les élémens du langage.

On sait avec quelle lenteur la Vue se développe, combien il faut d'essais, d'expériences & de tâtonnemens pour rectifier nos idées sur l'espace, les distances, les figures visibles, & sur les couleurs. D'ailleurs la Vue est affectée de trop de choses à la fois, qu'il seroit trop pénible de séparer d'une manière distincte. Les sensations du Tact sont trop confuses, trop mêlées, trop impliquées les unes dans les autres. Et après tout, comment énoncer les signes que l'on abstrairoit de ces deux sens? Comment parler par couleurs, ou par qualités & par formes tangibles? L'Odorat & le Goût auroient les mêmes inconvéniens, & de plus grands encore.

J'ai devant moi un objet, un animal, cet agneau, par exemple, que nous avons déjà produit sur la scène. Il me présente un tableau où les qualités visuelles & tactiles sont comme groupées ensemble. Mon esprit erre sur ce groupe pour y chercher un point d'appui, quelque chose de distinct qui puisse me retracer le tableau dans l'occasion. L'agneau bêle. Voilà un signe qui semble de lui-même se détacher de la toile, un signe qui n'a plus rien de vague ni d'ambigu, un signe vivant, animé, qui me frappe & m'intéresse tout autrement que ne faisoient les qualités de la Vue & du Toucher, un signe sonore auquel mon ame répond comme son écho fidelle.

Ce signe est intelligible à l'homme solitaire, à l'aveugle même & au muet. Mais quelle école l'univers entier n'ouvre-t-il pas à l'homme qui jouit de l'usage libre de tous ses sens? Partout la nature sonne autour de lui: les vents sifflent, les ruisseaux murmurent, le tonnerre gronde: chaque animal lui parle en sa langue, & semble lui crier son nom. C'est apparemment là le sens de cette Allégorie orientale où nous voyons l'auteur de la

nature & de l'homme conduiſant les animaux devant notre premier père, pour les lui faire connoître, & les lui faire nommer.

Si Dieu lui-même, ou quelque habitant des demeures éternelles, étoit venu apporter le préſent de la Parole ſur la terre; elle devroit ſe reſſentir d'une origine auſſi ſublime. Les noms abſtraits, les termes intellectuels, ces ſources de toute ſcience, que nous avons eu tant de peine à creuſer, euſſent fait la baſe d'un langage pareil. Mais les élémens du nôtre, ce ſont des interjections, des verbes ſonores. Notre premier vocabulaire n'étoit qu'une compilation des ſons de la Nature; c'eſt par eux que nous commençames à déſigner les objets. Les ondulations de l'air qui les produiſent, n'euſſent aſſurément pas affecté un génie d'en haut, un eſprit pur, au point de l'engager à y fonder les rudimens de ſa céleſte nomenclature. Ces verbes ſonnans ne ſont-ils pas les mots radicaux des plus anciennes langues de l'Orient? Si nous pouvions exactement ſuivre les étymologies de ces langues, & les filiations des termes, nous y verrions la marche, la carte, l'hiſtoire de l'eſprit humain. Et au lieu de traces d'une méthode divine, nous n'y trouverions que les premiers balbutiemens de l'enfance de l'homme. En général toute origine ſurnaturelle eſt inexplicable en ſoi, & n'explique rien. C'eſt la ſainte Veſtale de Bacon, une vierge de Dieu, mais ſtérile.

Peut-on, dans l'origine du Langage, méconnoître la foibleſſe humaine, quand on y voit, en même temps, l'origine manifeſte des plus anciennes ſuperſtitions? Tout réſonne: donc tout eſt animé: dans chacune de ſes parties la Nature eſt vivante, parlante, agiſſante. Et comme la plupart de ces ſons nous ſont favorables ou contraires, quoi de plus naturel à l'homme, qui rapporte volontiers tout à ſoi, que d'attacher à ces êtres les idées acceſſoires de bienveillance ou de méchanceté? C'eſt ici l'époque du changement des verbes en noms, & celle des premières abſtractions. Voilà donc tout de ſuite les airs, les eaux, & la terre peuplés de Dieux, de Déeſſes, de génies, de farfadets de toute eſpèce, & le monde devenu un Panthéon.

Ces proſopopées ſont dans la nature de l'homme. Auſſi & les langues orientales, & la langue Grecque, & les langues ſauvages en ſont-elles,

pour

pour ainsi dire, toutes imbibées. Cela auroit-il lieu si le langage avoit pour auteur un être supérieur & impassible? L'amour, la haine, le désir, l'espoir & la crainte y seroient-ils gravés? Y auroit-il des genres, des articles, des verbes actifs & passifs, & d'autres semblables divisions, évidemment calquées sur nos défauts, nos besoins, notre infirmité?

C'est une vieille tradition, assez généralement reçue, que la Poësie a devancé la Prose. Cela devoit être. Le premier langage de l'homme n'étoit qu'un amas de matériaux poëtiques; c'étoit des interjections, des sons imitatifs de la nature retentissante, mouvante, active, animés par ces sons du langage primitif que les sentimens, gais ou tristes, tirent de notre poitrine. La Poësie est-elle autre chose? & l'ensemble de ces sons ne formoit-il pas déjà une Épopée où à l'harmonie la plus naturelle se joignoient les charmes du merveilleux?

On nous dit encore que le premier langage du genre-humain étoit un chant, que plusieurs ont vainement prétendu avoir été copié d'après le chant des oiseaux; comme si l'homme naissant se fût amusé à se faire siffler par les linottes & les rossignols. Non: cette musique est aussi naturelle à l'homme que le chant l'est aux oiseaux, aussi adaptée aux organes de son corps, & aux penchans de son ame. Composée en partie des sons que ses sensations & ses passions lui font pousser, en partie de ceux que rendent les objets qui l'environnent, cette langue chantante est, pour ainsi dire, un concert universel de toutes les voix des êtres sonores, modifié par l'organisation de l'homme, & accordé sur le ton fondamental de la voix humaine.

Lorsque les langues avoient pris forme, & étoient devenues plus régulières, le chant ne laissa pas d'y subsister, comme le témoignent les idiômes si fortement accentués des sauvages. Et de ce chant épuré & ennobli naquirent la Poësie & la Musique proprement dites. Les restes de la langue chantante respiroient encore dans les poëmes Épiques, Lyriques, Dramatiques des anciens Grecs, & en faisoient la force & la beauté. Pour sentir tout le mérite de ces divins ouvrages, il faudroit savoir les réciter, non sur le ton de nos langues polies & énervées; il faudroit consulter les barbares du Nord de l'Amérique, dont les langues sont encore toutes musi-

cales, & apprendre d'eux l'intonation des vers d'Homère, d'Éschyle, & de Sophocle.

Tous les objets ne ſonnent point; & cependant tous ont été nommés. Comment eſt-on parvenu à rendre ſonore ce qui ne l'étoit pas? D'où a-t-on pris les noms des couleurs, des figures, de mille autres choſes qui ne ſont point du reſſort de l'Ouïe? On a bientôt dit que ce ſont des noms arbitraires, imaginés au hazard. Mais rien ne ſe fait au hazard: & la production la plus importante de l'eſprit humain doit avoir une cauſe, une raiſon, d'où elle émane. C'eſt ce qui va être approfondi.

Quelque hétérogènes entr'eux que paroiſſent les ſens de l'Ouïe, de la Vue, du Toucher &c.; il eſt pourtant vrai que ce ſont les ſens de la même ame; que leurs impreſſions ſont reçues dans le même *Senſorium*, que par conſéquent les perceptions & les idées qu'ils font naître, malgré leurs différences, ſe mêlent & s'aſſocient les unes aux autres. Et dans des créatures qui reçoivent l'action des objets par pluſieurs ſens à la fois, action qui ſe termine dans le même être ſimple, ces aſſociations ſont inévitables. Le Toucher étant le ſens fondamental, dont les autres ſortent comme les branches & les feuilles du tronc de l'arbre; il arrive de là, que plus les ſens rentrent encore les uns dans les autres, faute d'être dépliés, exercés, dégourdis, plus ils ſe confondent avec le Toucher, le premier de tous qui nous affecte, qui agit déjà dans l'enfant qui vient de naître, & déjà dans l'embryon. La Vue elle-même commence par l'attouchement immédiat, comme le prouvent les expériences faites ſur les aveugles-nés.

Or aucun ſens n'eſt plus près de l'Ouïe que le Toucher. Ne ſont-ce pas les ſenſations reçues par ſon moyen qui font retentir la machine animale, & qui forment le langage naturel dont nous avons parlé? De là vient que les qualités tactiles ſont ſi fort mêlées, & comme amalgamées avec les ſons qui les expriment, que lorsqu'on prononce, par exemple, *uni*, *poli*, *liſſe*, *âpre*, *rude*, *dur*, nous croyons tout à la fois entendre & toucher. Ce ſens étant auſſi plus près de l'Odorat, du Goût, & de la Vue, qui ſortent tous de ſa tige commune, qu'ils ne le ſont les uns des autres, il devient pour eux

comme un pont de communication, pour les faire passer dans l'Ouïe, & faire en sorte que leurs qualités puissent être traduites par des sons. Ainsi un objet non-sonore par lui-même peut le devenir. Il suffit que l'idée de cet objet réveille dans l'ame l'idée tactile qui lui est associée; cette dernière fournira aussitôt le mot qui lui est approprié, ou un mot analogue. Ainsi il n'est rien dans la nature qui ne puisse recevoir un nom; & point de mot dans le langage dont l'origine ne se résolve dans le mécanisme des sensations.

Si le Tact rend ce service aux autres sens; l'Ouïe, à son tour, est leur lien commun à tous; elle est, si j'ose m'exprimer ainsi, le sens médiateur. Par une ordonnance dont on ne sauroit assez admirer la sagesse, elle siège comme dans le centre du systême sensitif. Elle a établi son Auditoire dans un milieu d'où elle reçoit les leçons de la Nature, & les transmet à l'ame.

Le Tact est trop renfermé en lui-même, & dans son principal organe. La Vue nous jette trop loin au dehors. L'Ouïe fait sortir ce qui est trop proche, & rapproche le lointain. Les objets visibles & tangibles, transformés en sons, trouvent dans l'oreille leur point de réunion.

Les sensations du Toucher sont trop confuses, trop enveloppées; celles de la Vue trop variées, & trop éblouissantes. L'Ouïe ôte aux unes ce qu'elles ont de trop, donne aux autres ce qui leur manque, & les ramène les unes & les autres à ce juste degré de clarté & d'unité, requis pour en faire des signes caractéristiques, & les instrumens de la Raison.

Le Toucher agit trop impérieusement, la Vue avec trop de froideur & d'indifférence. L'Ouïe nous remue sans nous étourdir, elle excite l'attention, & ne la fatigue point. Quel sens plus propre pour le langage? Nos yeux se lasseroient bientôt à voir toujours de la lumière, & des couleurs: nos mains retomberoient d'elles-mêmes s'il falloit continuellement palper. Qui de nous voudroit savourer ou flairer sans cesse, en risquant de mourir d'indigestion, ou d'une mort aromatique, pour parler avec Pope? Mais nous nous lassons plus tard, & presque jamais d'écouter & d'entendre. L'Ouïe tient toujours l'ame ouverte à l'instruction: elle est parmi les sens ce que le vert est parmi les couleurs.

Elle a les mêmes avantages par rapport au temps où elle opère. Elle ne jette pas d'un seul coup un amas de sensations confuses dans notre esprit, comme fait le Toucher. Elle ne nous accable point, comme la Vue, par l'immensité de l'ensemble. Les sons se succèdent par intervalles, & sont de nature à pouvoir nous être comptés un à un. On sent combien cet ordre progressif doit soulager l'attention, & applanir la formation du langage.

Si nous ajoutons que l'Ouïe a plus besoin de signes que tous les autres sens, on comprendra encore mieux pourquoi elle a dû les trouver en elle-même. Le Toucher, outre qu'il se resserre d'avantage dans ses propres sensations, a de commun avec la Vue que ses objets sont permanens, & qu'il peut y revenir; au lieu que les objets de l'Ouïe, qui sont transitoires, & se perdent dans l'air, demandent à être fixés. Ils peuvent donc être prononcés, parce qu'ils ont besoin de l'être.

Enfin l'ordre de son développement la dispose pour être le sens du langage. Elle se développe après le Tact, & avant la Vue. Ainsi la dernière la trouve déjà toute prête à l'assister. Elle lui aide en effet à débrouiller ses images, à démêler, à discerner, à reconnoître, à rapprocher le visible du tangible, à la mettre d'accord avec le Toucher, & à les perfectionner l'un par l'autre.

Si à présent nous jetons un coup-d'œil sur ce tissu merveilleux de la nature humaine, si nous considérons combien & le fond de notre être, & nos organes, & nos sens, & la sphère où ils se déploient, & leur évolution, & leurs accroissemens, & la force & les degrés de leur activité, combien, disons-nous, tout cela est exactement ajusté, pondéré, compassé, dirigé vers le but commun de faire de l'homme un être raisonnable & parlant, nous sera-t-il désormais possible de méconnoître une destination où nous voyons tendre & aboutir tous les fils, tous les ressorts de notre nature?

Si, d'un autre côté, le langage de l'homme est tel qu'il devoit nécessairement résulter du plan de la nature humaine qui vient d'être tracé, s'il découvre par tout des vestiges évidens de l'origine que notre auteur lui assigne, ne pourra-t-on pas regarder sa théorie comme démontrée?

D'abord, plus les langues sont près de leur origine, plus cette analogie des sens dont on a vu l'explication, est marquée dans les racines des mots.

Là, tout ce qui aujourd'hui n'eſt plus pour nous que phénomène ou penſée, ſe peint à l'Ouïe. Là, dans le mot *courroux* on entend ſouffler les narines: celui de *reſpiration*, qui déſigne la *vie*, reſpire lui-même. Là retentit à votre oreille le cri de douleur que pouſſe une femme en travail. Là vous ſentez le jet rapide du premier rayon de lumière qui vient dorer l'horizon lorsque l'Aurore ouvre les portes de l'Orient.

Dans ces mêmes racines, on apperçoit un mélange ſingulier de ſenſations qui ſe croiſent en mille façons différentes, mélange qui trahit la rudeſſe & les beſoins des premiers inventeurs. Vous y voyez comme à l'œil des hommes groſſiers & incultes, dont la raiſon n'eſt pas encore ſortie de ſon berceau, qui ne ſavent pas encore démêler la maſſe confuſe de leurs ſenſations, vous les voyez, dis-je, dans leur beſoin preſſant de parler, errer d'une qualité tangible à l'autre, & faire les plus pénibles efforts pour en arracher des ſons. De là ces métaphores, ces hyperboles, ces figures hardies, fruits d'une imagination ſauvage & ardente tout à la fois. Ces figures ne ſont point un luxe aſiatique, ni particulièrement affectées aux contrées orientales: on les trouve dans l'Amérique, comme dans l'Aſie; on les trouve dans toutes les langues barbares, dans toutes les langues matrices: & au lieu de luxe, elles décèlent l'indigence, l'ignorance, le beſoin. La langue prétendue divine des Hébreux, toute farcie de ces figures, démontre par là elle-même la frivolité de ſes prétentions, & combien peu elle eſt digne du titre ſublime qu'elle s'arroge.

Toutes les recherches du célèbre Schultens ſur les origines hébraïques, champ où il a cueilli tant de lauriers, confirment cette obſervation. Mais il ſera toujours impoſſible de compléter les étymologies d'une pareille langue. Il faudroit pour cela pouvoir rentrer ſoi-même dans l'état ſauvage, ſe mettre dans les mêmes poſitions, & ſucceſſivement dans tous les points de vue où étoient nos ſauvages ancêtres, lorsqu'ils ébauchèrent leurs premiers mots.

Au reſte ce ſtyle figuré, enfant du beſoin, & d'une groſſièreté mâle, a été mal-adroitement contrefait, dans des langues déjà cultivées, par des écrivains qui prenant cette pauvreté pour de la richeſſe, ſe ſont empreſſés à

en enrichir, ou plutôt à en appauvrir leurs productions. Ce ſtyle, entre leurs mains, eſt devenu un renverſement du ſens commun, un galimatias bourſoufflé. Les François ſe ſont mieux garantis de cette contagion que les autres peuples, parce que leur langue en étoit exempte dès ſon origine; parce qu'elle étoit, ce qu'elle eſt encore aujourd'hui, le langage de la raiſon, la proſe du bon-ſens.

Il s'eſt gliſſé dans la Théologie un abus bien plus dangereux de ces figures Orientales. On les a converties en définitions, en ſyſtèmes, en dogmes ſacrés: pluſieurs de ces expreſſions que l'eſprit borné des premiers hommes inventa pour des néceſſités purement phyſiques, ſont devenues des doctrines néceſſaires au ſalut de notre ame. Que ces bonnes gens ſeroient ſurpris de ſe voir attribuer des idées ſi ſubtiles, où ils n'avoient garde de ſonger, & de ſe voir ériger en docteurs de l'École!

Plus une langue eſt originale, moins elle ſe prête à un ordre logique. D'où il arrive que malgré ſa diſette réelle elle abonde en ſynonymes, qui ne ſont qu'une richeſſe apparente, & comme un faux embonpoint de certaines parties du corps, tandis que les autres ſe deſſèchent.

La raiſon de ceci ſaute aux yeux. On a d'abord caractériſé, par des ſons, les choſes les plus ordinaires, les choſes ſenſibles. Les idées confuſes qu'on en avoit, & le défaut de notions intellectuelles & ordonnatrices, obligeoient de les enviſager ſous pluſieurs faces, qui engendrèrent autant de diverſes dénominations. Lorsque les familles ſe raſſemblèrent en hordes ou en peuplades, chacune y apporta ſa nomenclature; & c'eſt le ramas de ces nomenclatures particulières qui enfla ſi prodigieuſement le Dictionnaire national. Cependant cette rédondance étoit confinée dans une certaine ſphère; hors de laquelle la langue ne s'étendoit point.

Les Arabes ont 50 termes pour déſigner le lion, 200 pour le ſerpent, 80 pour le miel, plus de mille pour dire un ſabre, 400 pour nommer la miſère, & la quatre-cent-unième miſère, dit un de leurs vocabuliſtes, c'eſt de compter les 400 précédentes. Les défenſeurs de l'origine ſurnaturelle du langage nous diſent que ce ne ſont pas de véritables ſynonymes, que chacun de ces termes a ſa nuance propre qui en différencie l'acception, mais

que ces nuances ſont perdues. Dieu les auroit-il faites pour qu'elles devinſſent inutiles? Quoi qu'il en ſoit, on peut toujours regarder ces expreſſions comme ſynonymes relativement au grand nombre de celles qui manquent dans la langue. Ainſi Dieu auroit donné le ſuperflu, & refuſé le néceſſaire. Sont-ce là des proportions calculées dans l'entendement infini, des dimenſions dignes du géomètre éternel? non, mais très-dignes de l'homme ignorant & ſauvage.

Auſſi cette Synonymie eſt-elle par tout ajuſtée aux beſoins, aux inclinations, au caractère des peuples, témoin les ſynonymes Arabes que nous venons de citer. Dans la langue de Ceylan la même rédondance a lieu pour les flatteries, les complimens, les titres d'honneur. Le mot de femme ſe dit là de 12 manières, ſuivant l'extraction & le rang de la Dame. Les pronoms perſonnels Toi & Vous varient en 8 façons ſelon la perſonne qui parle, ou à qui on parle. La langue des Caraïbes ſe partage preſque en deux langues; chaque ſexe a la ſienne. Les Hurons ont tous leurs verbes doubles, l'un pour les choſes animées, l'autre pour les choſes inanimées: on dit autrement *je vois*, quand l'objet de la vue eſt un homme, autrement quand c'eſt une pierre. La langue Péruvienne a des variations ſemblables, & n'a point de véritable pluriel. Par tout on reconnoît l'homme, ſes foibleſſes, ſes goûts, ſes paſſions.

Comme nous n'avons aucune idée abſtraite dont les ſens ne nous ayent fourni l'étoffe; les langues n'ont point de terme abſtrait qui ne parte originairement de quelque ſenſation, & ſurtout des ſenſations du Toucher rendues ſonores. Moins par conſéquent une langue s'eſt éloignée de ſa ſource; moins elle a de ces termes, & plus elle eſt nourrie d'images ſenſibles.

Il ſeroit inutile de prouver des langues orientales une choſe que ſait quiconque en a quelque teinture. Il le ſeroit également d'alléguer les langues ſauvages; les miſſionnaires nous diſent aſſez combien elles ſe refuſent aux notions ſpirituelles. Les philoſophes voyageurs, les Maupertuis, les Condamine ont fait la même obſervation. On ſait que les habitans du Pérou n'ont point de termes pour marquer la durée, l'eſpace, la matière &c.,

Digitized by Google

& que les noms de justice, de liberté, de reconnoissance ne sortent jamais de leur bouche, quoique ces vertus soient dans leur cœur. Lorsqu'ensuite les mots abstraits ont été reçus, on a toujours reconnu, & l'on reconnoît encore leur patrie à leur air étranger. L'Église Russe a emprunté son langage des Grecs: nous avons pris des mêmes Grecs les termes scientifiques que nous étalons si pompeusement dans notre Théologie, notre Jurisprudence, & notre Philosophie. Les controversistes scholastiques n'ont-ils pas été obligés de se battre en mots & en phrases grecques, & de tirer leurs armes défensives & offensives d'une langue où ces armes étoient affilées?

Les enthousiastes n'ont jamais pu expliquer leurs mystères que par des emblèmes & des représentations sensibles: & le ciel & l'enfer de nos poëtes Chrétiens sont construits avec les mêmes matériaux. C'est ainsi que le Nègre cherche ses Dieux sur le sommet des arbres, & que le Chingulèse entend hurler son diable dans les forêts agitées par l'ouragan. Toutes les langues ont des abstractions, parce que tous les hommes sont des êtres réfléchissans; mais elles n'y sont jamais poussées au-delà de ce que le besoin des peuples, & leur genre de vie exigent ou comportent. Combien de nations encore qui n'ont que peu ou point de termes numériques? & si les Phéniciens en sont les inventeurs, on voit bien ce qui les a portés à cette invention.

Peut-on s'arrêter un moment à ces réflexions, & s'obstiner encore à chercher la naissance du Langage dans l'Empyrée? Qu'on nous produise donc un seul mot, de quelque langue que ce soit, qui n'ait pu être imaginé par des hommes; & nous céderons la victoire à ceux qui y voient le doigt de Dieu.

La Grammaire étant la Métaphysique du Langage, & une méthode artificielle pour s'en servir, il étoit impossible qu'elle existât dès le commencement. Elle ne pouvoit naître & prendre forme que par laps de temps. Dans la plus ancienne des langues elle devoit se réduire à un simple vocabulaire.

Les déclinaisons & les conjugaisons sont-elles autre chose que des déterminations abrégées de l'usage des noms & des verbes, relativement au genre, au nombre, au temps? Et ces opérations ne font-elles pas voir la marche de l'esprit humain, & les progrès de la Raison?

Rien

Digitized by Google

Rien n'intéreſſe plus les hommes que les actions & les événemens. Ainſi les verbes devoient être les premiers mots de la langue: & avant l'invention de la méthode grammaticale, les conjugaiſons devoient ſe multiplier presque à l'infini, chaque circonſtance qui modifioit une action exigeant un nouveau verbe. C'eſt ce qui ſe voit dans la langue Huronne, & dans celle des Topinamboux dont le père Léri a pris la peine de rédiger la grammaire.

Dans une langue jetée au moule de la Philoſophie, & dont le plan eût été conçu *a priori*, le Préſent devoit néceſſairement contenir la racine du verbe. Mais dans toutes les langues mères, autant que nous pouvons les connoître, c'eſt le Prétérit. L'hiſtoire naturelle de l'homme peut ſeule rendre raiſon de cette ſingularité. Les événemens préſens pouvoient être montrés au doigt, & indiqués par des geſtes. Ainſi c'étoit principalement les événemens paſſés qui avoient beſoin d'être rappelés de la nuit du Temps, & fixés par des ſignes.

Dans le langage primitif tout s'exprimoit à la fois, comme tout ſe ſentoit à la fois, la manière, le temps, les circonſtances, le genre, la perſonne &c. Il fallut ſans doute une raiſon exercée durant pluſieurs ſiècles pour dépecer toutes ces choſes, & pour leur donner la forme philoſophique dont elles ſont aujourd'hui revêtues. Le premier qui s'en aviſa, n'étoit certainement pas un homme ordinaire.

Si l'on a de la peine à comprendre comment une langue peut ſe paſſer de la Grammaire, qui ſemble ſeule ſuggérer les liaiſons & les relations dont tout diſcours intelligible eſt composé; que l'on obſerve que dans le premier langage ces liaiſons étoient ſuppléées par le geſte, par la phyſionomie, par des circonſtances qui tomboient ſous les yeux, & par une variété de ſons qui caractériſoit la même choſe ſous différens aſpects. C'eſt ainſi ſans doute que les Mexicains liſoient leurs hiéroglyphes, qui conſiſtoient en images détachées les unes des autres. Et n'eſt-ce pas ainſi que les ſourds & les muets ſe font un art de ſignifier leurs penſées, & de ſaiſir celles d'autrui? Il y a plus. Nous connoiſſons une langue où les phraſes ſont tout à fait découſues, & les mots couchés à côté les uns des autres ſans apparence de

Digitized by Google

liaison. Telle est la langue Siamoise, au rapport de la Loubère. Pour dire; je serois bien aise d'être à Siam, voici comment elle arrange les mots: *si, moi, être, ville, Siam; moi, bien, cœur, beaucoup.* C'est dans ce même jargon qu'il a fallu y traduire l'Oraison dominicale.

Dans ces langues primitives il ne faut souvent qu'un petit son accessoire, un accent, un souffle de plus ou de moins, pour changer totalement le sens d'un mot. Cela provient encore de l'embarras où se trouvoient les inventeurs. Rien en effet de plus embarrassant que d'inventer, pour ainsi dire, dans le vuide, & de produire telle ou telle chose sans y être déterminé par aucun motif de préférence. Ils s'emparoient donc du son attaché à la sensation la plus voisine de l'objet qu'ils vouloient désigner, en y faisant une légère altération, assez marquée pour eux dont le sentiment étoit vif, & la prononciation fortement accentuée, mais que nous avons aujourd'hui bien de la peine soit à prononcer, soit à comprendre.

Considérons, en dernier lieu, tous les progrès du Langage par le moyen de la Raison, & les progrès réciproques de la Raison aidée de cet instrument. Voyons en naître les ouvrages de l'Art, la Poësie, l'Écriture, l'Histoire, l'Éloquence, les divers genres de style. Tout cela n'étoit certainement point dans le langage naissant; c'est l'esprit de l'homme qui l'y a introduit. Et quelles limites voulez-vous poser à cet esprit inventeur? où voulez-vous que son pouvoir ait commencé? S'il a été capable de faire de si grands & de si illustres progrès dans sa carrière, n'aura-t-il pas pu se l'ouvrir? S'il a fait le difficile, ne pouvoit-il pas faire ce qui étoit aisé, ce à quoi sa nature même l'entraînoit & le poussoit, inventer un son qui fût le signe d'une pensée?

L'auteur jusqu'ici a prouvé par des argumens pris tant de notre nature interne que de notre organisation extérieure, aussi bien que de l'analogie des langues & dans leurs élémens, & dans leur contexture totale, & dans leurs progrès respectifs; il a prouvé, dis-je, que l'homme abandonné à lui-même non-seulement pouvoit, mais devoit inventer le Langage. De là il passe à la seconde partie de notre problème.

SECONDE PARTIE.

L'Académie demande par quels moyens l'homme eſt parvenu à l'invention du Langage.

Nous avons vu que la Parole étoit inſéparable de la *Réflexibilité*, (s'il m'eſt permis de transporter ce terme, de l'Optique dans la Philoſophie); qu'elles conſtituent enſemble le caractère différentiel de l'homme; que ce ſont des facultés toujours actives, ou toujours tendantes à l'action. Voilà donc un être qui entre dans le monde tout appareillé pour le Langage. Les moyens de l'inventer & de le perfectionner ſont en lui-même: il n'a qu'à s'abandonner à la Nature, & aux lois qu'elle a irrévocablement preſcrites aux êtres de ſon eſpèce.

Quelles ſont les principales de ces lois? Car on ne ſauroit ici les épuiſer toutes.

I. Tu ſeras un être penſant, agiſſant, libre, dont les forces ſe développeront progreſſivement. Première loi dont la conſéquence eſt: tu parleras.

Nous ne reviendrons pas, avec notre auteur, ſur la peinture du déplorable état où nous ſerions ſi avec les beſoins des animaux, & ſans leur inſtinct, il n'exiſtoit point en nous de principe propre à nous diriger dans notre route. Il ſuffit que ce principe exiſte, avec une diſpoſition prochaine à ſe déployer; que tout ce qui eſt en nous, y tende & s'y rapporte; qu'il ſoit, en un mot, comme le centre de gravité de notre être. Ainſi que le fœtus formé travaille à déchirer les membranes, & à écarter les obſtacles qui lui ferment le paſſage à la lumière; notre ame s'efforce à arracher le bandeau qui la couvre, & à s'élever de la nuit des perceptions obſcures vers les régions de l'Intelligence. Toute la nature, de ſon côté, coopère à ce développement, par ſon action continuelle ſur le ſyſtême ſenſitif. Et de ces efforts réunis réſulte le premier acte de réflexion: le premier ſigne diſtinct ſe forme dans le ſens intermédiaire entre la Vue & le Toucher: le premier mot intérieur eſt prononcé. L'ame s'eſt parlé à elle-même.

Ce pas fait, tout le reste n'en est qu'une suite. A mesure que les actes de réflexion se succèdent & s'enchaînent, les signes se succèdent & s'enchaînent aussi: l'Intelligence & le Langage marchent de compagnie, se forment, s'étendent ensemble, & se répondent dans tous leurs degrés de perfectionnement.

Il n'en est pas ainsi des animaux; pas même de ceux qui par leur organisation se rapprochent le plus de l'homme. Leur mémoire, malgré l'étonnement qu'elle nous cause quelquefois, n'est qu'une mémoire sensitive: leurs idées demeurent toujours confuses. Ils n'inventent rien: ils ne généralisent rien: toujours en proie aux impressions actuelles qui se font sur leurs sens, ils sont toujours aveuglément poussés dans une route uniforme. Le présent est leur tout: l'expérience du passé ne leur fait point imaginer de nouveaux plans pour l'avenir. Elle ne tourne jamais au profit de l'espèce, & ils n'apprennent rien les uns des autres. Ils n'acquièrent point de nouvelles perfections, & ne s'élancent jamais hors de leur sphère.

Au lieu que l'homme, plus misérable qu'eux en venant au monde, n'a pas plutôt déployé les ailes de son intelligence, que son vol n'est plus arrêté. Élève & disciple de la Nature, sans être son esclave, il accumule connoissance sur connoissance: il lie ses expériences, & projette le passé dans l'avenir. Chaque jour, chaque instant ajoute à ce trésor. C'est ainsi qu'il avance par une gradation insensible, mais très-réelle, jusqu'à la fin de sa carrière. Toujours progressif, chaque progrès est un échelon pour le conduire plus loin. Ses lumières acquises ne se bornent pas à son individu; elles se réflettent d'esprit en esprit, deviennent le fonds commun de l'espèce, & éclairent les générations futures.

Tout cela marque bien une nature essentiellement différente de la nature animale. Et ce n'est que le pouvoir de réfléchir, d'enrégistrer les pensées, & de les lier par le moyen du langage, qui produit cette différence.

Il faut donc bien se rappeler qu'il n'y a aucun état de notre ame qui pris dans son total soit entièrement vuide de réflexion, entièrement semblable à un état animal, & que le langage intérieur ne puisse caractériser par les signes qui lui sont propres. Or dans un être progressif, ainsi constitué,

le perfectionnement du Langage résulte de la constitution même de cet être? Et de quoi, excité par de nouveaux besoins, irrité par des obstacles renaissans, un tel être ne sera-t-il pas capable?

Ce n'est pas du sein de nos Sociétés qu'il faut apprécier l'homme naturel, si on ne veut le voir sous un faux jour, & se tromper sur sa capacité. On frissonnera à l'idée de sa misère, & des périls qui l'environnent: on ne comprendra jamais qu'il puisse seulement avoir le loisir de penser, encore moins de créer une langue. On ne songe point que c'est précisément, si j'ose parler ainsi, la *fraicheur* de cette ame encore entièrement à elle-même, & dont la force ne s'est pas affoiblie en se répandant sur cette infinité d'objets & de relations dont la vie sociale est compliquée; que c'est, disons-nous, cela même qui la rend capable de faire jouer ses ressorts, avec plus d'énergie, dans le cercle de ses besoins. On ne songe pas que ces besoins & ces dangers doivent aiguillonner puissamment l'esprit inventif de l'homme; sans quoi il ne sauroit satisfaire les uns, ni échapper aux autres. Aucun instinct ne lui indique sa nourriture, ni ne lui apprend à discerner les choses utiles de celles qui lui sont nuisibles. Il doit donc l'apprendre à force d'essais, d'expérience, de réflexion: & les signes tracés dans la mémoire lui sont d'une nécessité indispensable. Il n'a que la Raison & le Langage pour guides & pour flambeaux.

C'est nous qui serions embarrassés si on nous tiroit du luxe de nos villes, de nos mœurs amollies, de nos relations multipliées, pour nous mettre en sa place. Que ferions-nous là avec des forces de corps & d'esprit si partagées & si émoussées? Mais personne ne seroit plus mal à son aise que le philosophe ainsi transplanté. De quoi lui serviroit sa raison spéculative, ses abstractions, la multitude de ses idées? La culture même de son esprit feroit son malheur; parce qu'elle en a dissipé la vigueur naturelle. Pour savoir tant de choses, il ne sauroit ni se sustenter, ni se défendre.

Mais le langage de l'homme naturel n'est pas un langage philosophique. Qu'a-t-il à faire des huit parties de l'Oraison, de la Syntaxe, de tous ces termes techniques, de tout cet attirail de Grammaire où dans la suite on a réduit les langues déjà cultivées? Lui faut-il un système de Botanique

Digitized by Google

pour diſtinguer les poiſons des plantes ſalubres, ou de Zoologie pour diſtinguer le lion de la brebis? Les ſignes les plus ſimples ne ſuffiſent-ils pas à des beſoins auſſi ſimples? Lorsque les beſoins ſeront accrus, laiſſez-le faire: il trouvera un langage qui y ſera proportionné.

Quand il eſt queſtion de l'invention du Langage, la ſource des erreurs où l'on tombe, c'eſt de s'imaginer qu'il s'agit d'une langue déjà toute réglée & ſymmétriſée d'après les formules grammaticales. Et quand il eſt queſtion du perfectionnement du Langage, en accordant que les premiers hommes en euſſent pu concevoir l'idée, on y voit la même impoſſibilité, parce qu'on part du faux principe que tout l'édifice ſcholaſtique de la Grammaire a dû être immédiatement élevé ſur cette première idée; ce qui eût exigé pour architectes des têtes ſpéculatives, des philoſophes, des philologues, des Académies, & je ne ſais quoi encore.

C'eſt prendre les choſes au rebours de la nature & de la raiſon. Et après tout, cette Grammaire ſi merveilleuſe, & où l'on trouve tant de caractères de divinité, n'eſt que le cadavre des langues, que l'on diſſèque dans les Collèges; & à force d'y fouiller on perd ce que le Langage a de vraîment divin, cette énergie originaire, cette force vive, ces cris du ſentiment, ces ſons animés & pittoresques, effuſions naturelles dans des temps où les cœurs étoient ſans feinte & les eſprits ſans entraves.

II. La ſeconde loi de notre nature eſt celle-ci: TU SERAS UN ÊTRE SOCIAL.

Tout nous ſuggère cette grande deſtination de l'homme. Il n'y a point pour la femelle humaine de ſaiſon particulière de chaleur, comme pour les femelles des animaux. Dans les mâles de notre eſpèce la vertu prolifique ſe fait ſentir avec moins de fureur, mais elle eſt plus durable. Cela mène à des liaiſons conjugales; & s'il s'en forme parmi les cigognes & les colombes, à plus forte raiſon en naîtra-t-il parmi les hommes. Jetés nus ſur la terre, & n'ayant ni la peau de l'ours ni le poil du hériſſon pour ſe couvrir, les antres leur ſerviront de lieux de refuge contre les intempéries de l'air; ces antres ſeront le berceau des ſociétés. Peut-on nier que les femmes, principalement dans les climats rudes, n'ayent, & durant leur groſſeſſe,

& dans leurs couches, un plus grand beſoin d'aſſiſtance que n'en a l'autruche femelle qui enfouit ſes œufs dans les ſables du déſert? Mais ſurtout l'enfant qui vient de naître, pourroit-il manquer de périr, ſi la Nature, cette bonne mère, n'eût mis dans l'ame des parens ce fort & tendre amour pour leur débile progéniture? Nos Épicuriens modernes ont beau vouloir tout réduire à l'amour propre, & à l'intérêt perſonnel. Ils n'expliqueront jamais les phénomènes de la tendreſſe maternelle: ils ne nous diront jamais pourquoi, loin d'être rebutés par les douleurs de l'enfantement, les cris incommodes de l'enfance, les peines & les ſoucis que demandent ſes beſoins & ſes infirmités, ce ſont, au contraire, autant de nouveaux motifs pour attacher les mères & les pères à leurs enfans, au point que ceux qui leur ont coûté le plus de peines, ſoit à mettre au monde, ſoit à élever, ſoit à ſauver, les plus malades, les plus infirmes ſont auſſi les plus chers à leur cœur; pourquoi, en un mot, ce qui dans les principes de l'intérêt propre devroit ici rompre le lien, ne va qu'à le reſſerrer plus fortement. Mais peut-on ſe méprendre ſur le deſſein de la Nature? Elle a voulu que les hommes ſe réuniſſent, elle a voulu cimenter entr'eux des relations qui fiſſent du genre humain un Tout progreſſif, où les individus tiendroient les uns aux autres, comme les chaînons d'une grande chaîne?

Or, la Société donnée, il fallut néceſſairement que le Langage, qui en eſt un des plus fermes liens, ſe perfectionnât. Il étoit donc naturel à l'homme de le perfectionner, comme de le produire: & dans chaque progreſſion de la race humaine celle du Langage eſt compriſe, & comme réſultat, & comme moyen.

L'enfant reçoit les impreſſions, les ſenſations, les idées de ſes parens: il balbutie après eux les mots qu'il leur entend prononcer. Eux, à leur tour, ſont d'autant plus empreſſés à les lui apprendre qu'il leur en a coûté d'avantage à les inventer, & qu'ils y ont mis tous les efforts dont leur ame étoit capable. Mr Rouſſeau penſe que l'enfant avoit plus de choſes à dire à la mère que la mère à l'enfant, & par conſéquent eût plutôt eu beſoin d'un langage. Notre auteur répond que la mère avoit plus de choſes à dire à l'enfant, en partie parce qu'elle ſavoit plus de choſes, & qu'elle étoit en

état de lui donner des leçons utiles; en partie parce que l'amour maternel, & la compaſſion pour cette foible créature la preſſoient autant à la former & à l'inſtruire, que le gonflement de ſes mamelles à ſe débarraſſer de ſon lait. Ne voyons-nous pas les animaux mêmes donner une eſpèce d'éducation à leurs petits, & les dreſſer à leur genre de vie? un père pouvoit-il enſeigner la chaſſe à ſon fils, ſans uſer de ſignes & de langage?

Ainſi le commerce entre les enfans & leurs père & mère ne pouvoit pas manquer de produire & un eſprit de famille, & un langage de famille. Voilà déjà un nouveau degré de perfection du langage. Le voilà déjà jeté dans une eſpèce de forme: voilà les élémens d'une méthode: on l'enſeigne. Et comme par les inſtructions que l'on donne aux autres on s'inſtruit ſoi-même en exerçant ſon eſprit, & en acquérant de nouvelles idées; & qu'on étend ſes lumières en les communiquant: voilà déjà le Langage en chemin de ſe perfectionner de plus en plus.

Lorſqu'enſuite des familles entières ſe raſſembleront en un corps, il ſe formera, ſur le même modèle, un eſprit & un Langage national, ſuſceptibles d'un bien plus haut degré de perfectionnement, à proportion du nombre & de la diverſité des familles qui contribuent à groſſir de leurs acquiſitions particulières cette maſſe commune.

Les plus anciens monumens de toutes les petites nations ne reſpirent-ils pas tous le génie & le langage des familles dont elles furent originairement compoſées? La gloire de leurs ancêtres remplit leurs annales, leur poëſie, tous les ouvrages claſſiques de leurs langues: elle fait toute leur ſageſſe, toute leur Morale, toute leur inſtruction: elle réſonne dans leurs danſes & dans leurs jeux. C'eſt ainſi que les Grecs chantèrent leurs Argonautes, leur Hercule, leur Bacchus, les héros qui combattirent ſous les murs de Thèbe & de Troie. C'eſt ainſi que les Celtes célébrèrent les Fingal & les Oſſian, fondateurs de leurs tribus. Les mêmes chants retentiſſent juſqu'à ce jour au Nord & au Sud du continent de l'Amérique, & dans les îles Caraïbes & Mariannes.

III. Comme il étoit impoſſible que le genre humain demeurât toujours réuni en un même troupeau, il l'étoit également qu'il conſervât le

même

même langage: & il devoit, de toute néceſſité, ſe former des langues nationales, différentes les unes des autres. C'eſt la troiſième loi qui découle, ainſi que les précédentes, de la nature de l'homme, & de celle de l'eſpèce humaine.

D'abord, il n'y a pas deux hommes dont la prononçiation ſoit exactement la même. Le ſexe, l'âge, le tempérament, la ſtructure des organes, le climat, la nourriture, le genre de vie, les mœurs, les coutumes, toutes ces choſes, modifiées dans chaque individu par mille circonſtances accidentelles, doivent la varier à l'infini.

Les mots de la langue ne ſont pas ſujets à moins de variations. Parmi le grand nombre de Synonymes dont les Langues primitives ſont hériſſées, chacun choiſit les termes qui s'accommodent le mieux à ſon point de vue particulier, à ſa façon de penſer, de ſentir, & de vivre. Il ſe ſert par prédilection de ces termes, qui par là deviennent des idiotiſmes; & bientôt la langue ſe ſépare en divers idiômes. Dans l'un de ces dialectes il reſte un mot effacé de tous les autres: ce mot eſt enſuite détourné de ſa ſignification propre, qui à la longue eſt oubliée. Ici la porte étant ouverte à toutes ſortes d'inflexions, de dérivations, d'additions, de retranchemens, de transpoſitions, les idiômes s'engendrent l'un de l'autre, & s'écartent ſouvent ſi loin de leur origine qu'il n'y a plus moyen de les y ramener. Si dans nos langues vivantes, fixées par des règles, par des livres claſſiques, & dont le plan eſt tracé au compas de la Grammaire, on ne ſauroit tout à fait éviter ces altérations; que l'on juge ce que ce devoit être dans l'enfance du Langage, où chacun étoit ſon propre législateur, & où le beſoin continuel de nouveaux termes obligeoit chacun à en inventer comme il pouvoit.

Promenons maintenant nos regards ſur toute la ſurface du globe. Nous ſentirons qu'il eſt fait pour les hommes, & les hommes pour lui. Chaque climat a ſes animaux indigènes; la Terre entière eſt peuplée d'hommes: ils ont leur domicile ſous la zone brûlante & ſous les zones glacées, ſur les montagnes, dans les plaines, dans les champs & dans les villes, dans les cavernes & dans les palais. C'eſt donc pour cette eſpèce d'habitans que notre planète eſt particulièrement deſtinée. Pour eux elle tourne ſur ſon axe & autour du Soleil: pour eux elle varie les ſaiſons: pour eux elle eſt

Digitized by Google

élevée ſous l'Équateur & aplatie ſous les Pôles. Ne peut-on pas de là conclure, ou du moins conjecturer, qu'il y a un fond de langage originaire, approprié à cette planète, & qui ne fait que changer de forme ſuivant les pays & les nations, & comme un vrai Protée va ſans ceſſe ſe métamorphoſant en toutes les langues nationales, provinciales, en tous les idiômes, dialectes, ou comme on voudra les nommer, qui ſe parlent dans toute la vaſte étendue de la Terre.

Il eſt des philoſophes qui ne conçoivent point que ni les hommes, ni leurs langues puiſſent avoir une origine commune. La Nature, ſelon eux, auroit réparti en différens climats un certain nombre de premiers hommes, faits exprès pour la température de ces climats, qui duſſent y propager leur race, & y inventer leur langage particulier: de ſorte que le Lappon ſeroit auſſi Aborigène dans ſon pays que ſa Renne, & le Nègre frère du ſinge ſon compatriote.

D'autres ſe ſont contentés de mettre la choſe en doute: leur doute ſe fonde ſur un fait très-certain, & avéré par les voyageurs: c'eſt que dans toutes les parties du monde on trouve des peuplades dont les contrées ſe touchent, & dont cependant les langues diffèrent du tout au tout. Cela ſeroit-il poſſible ſi le Langage, ayant été le même en ſon origine, ne ſe fût altéré que par des nuances inſenſibles avec la migration ſucceſſive des peuples? Ces nuances ſeroient-elles ſi brusquement tranchées? n'appercevroit-on pas le paſſage de l'une à l'autre?

Notre auteur obſerve ici que la ſéparation des familles & des peuples ne s'eſt pas toujours faite comme ces philoſophes ſe le figurent, par des migrations lentes & paiſibles. Elle a pu être prodigieuſement accélérée, & même arriver tout d'un coup par des haines mortelles excitées entre les tribus ou entre les nations. Ces haines pouvoient naître, non-ſeulement de diſputes ſurvenues pour des biens néceſſaires à la ſubſiſtance, mais ſurtout de la jalouſie, de l'ambition, de l'orgueil. Elles devoient produire un mépris mutuel, prêt à éclater en actes d'hoſtilité, & bientôt en guerre ouverte. De là la rupture de toute ſociété: les familles ou les peuplades ſe quittent, & chacune tire de ſon côté. L'inimitié s'enracinant de plus en

plus, on ne voulut plus rien avoir de commun avec des gens que l'on détestoit, ni religion, ni rites nationaux, ni descendance commune dont on tâchoit d'éteindre jusqu'au souvenir: & principalement on ne voulut plus parler la même langue. Car la Langue étoit une chose de la plus haute importance, le signalement des familles, le nœud de la Société, l'instrument de toute discipline, le panégyrique des ancêtres, & l'organe par lequel ils étoient supposés faire encore entendre leurs voix du fond de leurs sépulcres. Voilà donc les puissantes causes de ces séparations, & de cette différence des langages: & voilà pourquoi le mot de *barbare* est venu à signifier & un étranger, & un homme méprisable, & un homme qui ne parle pas notre langue.

Tout ceci se vérifie dans les peuplades des sauvages. A la différence de leur langage sont attachées les inimitiés les plus atroces, des haines implacables, invétérées, éternisées. La plupart ne se font la guerre avec ce cruel acharnement que pour avoir des victimes à immoler aux manes de leurs pères. Ces manes, ces ombres paternelles sont, comme dans le poëme d'Ossian, le merveilleux, les machines invisibles de toutes ces sanglantes Épopées. Ces ombres le sauvage les voit dans tous ses songes: ce sont elles qui l'inspirent: c'est elles qu'il chante: c'est par elles qu'il jure; c'est pour elles qu'il combat. C'est en leur nom qu'il fait expirer ses prisonniers dans des tourmens horribles: & lorsqu'éprouvant le même sort il meurt dans les mêmes tourmens, c'est à elles qu'il adresse son hymne funèbre & son dernier soupir.

Il n'étoit donc pas indispensablement nécessaire que les Langues se séparassent, & se multipliassent de proche en proche, & par une succession graduée. La plus ancienne histoire même, celle de la confusion des Langues, nous offre l'exemple du contraire. Quand nous ne regarderions ce chapitre de Moyse que comme un fragment poëtique dans le goût des Orientaux, il ne laisseroit pas de renfermer un grand sens, & de figurer une vérité importante sous l'enveloppe de la fiction. Nous y voyons les peuples de la Terre rassemblés dans les vastes plaines de Sennaar pour une entreprise grande & hardie. Mais bientôt la division se met entre ces tribus, ces familles, ces peuples; les haines éclatent, un esprit de vertige s'empare d'eux:

Digitized by Google

& cet ouvrage même, destiné à cimenter leur union, allume le flambeau de la discorde. Les nations se dispersent, & les langues se divisent comme elles. C'est le type, l'image fidelle de l'origine de la diversité de langage entre des peuples voisins.

IV. Quatrième & dernière Loi: Le genre humain sera un Tout progressif dont les parties se tiennent. Par conséquent le Langage sera un Tout semblable, & dépendant de la même origine.

La vie de chaque homme fait un Tout: ses actions, ses pensées, les états de son ame s'enchaînent les uns aux autres: le passé se lie au présent, le présent à l'avenir. Chaque famille fait un Tout: l'esprit des pères passe aux enfans, qui le transmettent aux leurs accru de leurs propres découvertes. De là la chaîne s'étend aux nations composées de familles, & enfin au genre humain, ou à l'assemblage de toutes les nations, de toutes les familles, de tous les hommes nés, naissans, & à naître. Voilà un grand Tout en progression perpétuelle, une série mobile dont tous les membres sont effet & cause à la fois; où rien ne se perd, où chaque chose porte son influence à l'infini, où la première pensée du premier homme tient à la dernière du dernier: en un mot une machine immense, toujours en mouvement, & dont les roues engrènent les unes dans les autres.

Si cela n'étoit point, nous serions dans la condition des animaux, qui n'inventent rien, & dont chacun isolé dans sa sphère remporte avec soi en mourant ce qu'il avoit apporté en naissant. L'esprit inventeur, accordé à l'homme, a une tendance qui va au delà de son individu. Ce ne seroit assurément pas la peine d'inventer, si nos inventions ne regardoient que nos propres personnes, & ne visoient point à l'accroissement des lumières communes.

Ceci posé, il y a beaucoup d'apparence que la race humaine, & le Langage avec elle, remontent à une seule tige, à un premier homme, & non à plusieurs premiers hommes disséminés en différentes parties du globe. L'unité du plan, & toute son économie progressive semblent nous conduire là. C'est la supposition la plus raisonnable & la plus philosophique.

Et que l'on ne craigne point que le sort du genre-humain ne fût trop avanturé en ne confiant sa propagation qu'à deux individus. Vous n'avez

Digitized by Google

qu'à les placer dans un climat heureux & fertile, où la Nature leur ſourit de toute part, & où les élémens à l'envi verſent ſur eux leurs bénignes influences. Ils n'y reſteront pas longtemps ſeuls; & de proche en proche leurs colonies ſe répandront vers toutes les plages, & ſous tous les climats, où leurs deſcendans arriveront par peuplades, & où l'habitude, leur nombre, & un bon tempérament héréditaire les naturaliſeront. De cette manière la population du globe eſt bien plus aſſurée, que ſi vous expoſez un ſecond couple d'individus humains dans de profondes forêts en proie aux bêtes féroces, ſi vous en enterrez un troiſième dans les ſables brûlans de l'Afrique ou en reléguez un autre encore vers les deux pôles, dans ces régions ſtériles & glacées où la Nature ſemble expirer elle-même ſous les rigueurs d'un hiver éternel,

- - - Pigris ubi nulla campis
Arbor æſtivâ recreatur aurâ:
Quod latus mundi nebulæ, malusque
Jupiter urguet.

Cent bonnes raiſons favoriſent ce ſentiment; mais on ſe borne ici à celles qui dérivent du Langage.

Toutes les langues connues paroiſſent tracées ſur un canevas unique: on y trouve non-ſeulement la même forme, mais la même marche de l'eſprit humain, & les mêmes modèles de grammaire. La grammaire Chinoiſe fait la ſeule exception, mais qui peut être conciliée. Au lieu que s'il étoit parti des langues de chaque coin de la terre, toute analogie grammaticale devroit être étouffée ſous la foule des exceptions.

Les Alphabets des peuples préſentent une analogie encore plus frappante; elle eſt telle qu'à bien approfondir les choſes, il n'y a proprement qu'un Alphabet. Expliquera-t-on jamais comment tant de nations diverſes euſſent conçu, chacune ſéparément, cette idée qui au premier abord paroît ſi ſingulière & ſi peu naturelle, l'idée de peindre les ſons de la voix & ſes articulations par des traits arbitraires; qu'elles euſſent choiſi des traits ſi ſemblables ou ſi analogues, & les euſſent réduits au même nombre, à la vingtaine? La Tradition, la Communication, ſont ici viſibles. Les Alphabets des Langues Orientales ſont foncièrement les mêmes. Les Alphabets

Digitized by Google

Grec, Latin, Runique, Allemand &c. n'en ſont notoirement que des copies altérées, & le dernier a encore quelque choſe de l'Alphabet Copte. Peut-on s'empêcher de ſoupçonner au moins que toutes les langues ſont apparentées, & tiennent à une ſouche commune?

Voici quelques obſervations tendantes à confirmer la loi qui vient d'être poſée, parce qu'elles en ſont des ſuites infaillibles.

La capacité de l'homme ſolitaire, quoique la même qui caractériſe toute ſon eſpèce, ne fera jamais autant pour l'invention & pour la culture du Langage que lorsqu'elle ſera en concours avec la capacité des autres hommes. Quand vous ſuppoſeriez à cet homme iſolé tout le loiſir & toutes les commodités requiſes pour ſe livrer uniquement à un pareil ouvrage; cela même l'en détourneroit. Il a trouvé ſon point de repos, il ne ſort plus du cercle de ſes beſoins & de ſes aiſes. Tirez-le de ſa ſolitude, augmentez ſes beſoins en augmentant ſes relations: excitez ſon inquiétude, remuez ſon eſprit. Cette tourmente où vous le mettrez lui fera faire de nouveaux efforts: & ſa colliſion avec les autres eſprits fera jaillir le feu de ſon génie.

Il en eſt de même d'une famille ſéparée. Elle pouſſera le langage plus loin que l'homme ſolitaire; mais elle aura bientôt trouvé ſon centre de repos, où ſes progrès s'arrêteront, à moins qu'elle ne ſoit de nouveau aiguillonnée par le conflit avec une tribu voiſine, & réveillée de ſon ſommeil léthargique par la trompette de la Guerre. La Guerre, loin de nuire à l'avancement du Langage & des Arts, excite les eſprits, & fait de nouveau fermenter les forces intérieures de la Société, qu'une profonde paix avoit engourdies.

Tout ceci, proportion gardée, eſt encore vrai des nations entières. Combien n'a-t-on pas rencontré de ces petites nations barbares ignorant jusqu'aux plus ſimples arts mécaniques, quelques-unes même l'uſage du feu, languiſſant dans une ſtupidité brutale que le laps des ſiècles n'avoit encore pu diſſiper, & tout cela faute de communiquer avec les autres peuples? Que dis-je? n'avons-nous pas tous été au nombre de ces barbares? Et cela ne devoit-il pas être en vertu de cette diſpenſation de la Nature qui veut que les Arts, les Sciences, & le Langage s'étendent progreſſivement ſur

Digitized by Google

le genre humain par la communication successive des hommes, des sociétés, & des peuples entre eux?

Ainsi le jour qui éclairoit Rome, a percé à la longue les forêts épaisses de la Germanie; & ce jour étoit venu auparavant de la Grèce luire sur le sauvage *Latium*. La Grèce l'avoit reçu de l'Égypte & de l'Asie; & dans chaque passage il s'étoit accru. Nous pouvons raisonnablement présumer qu'avec le temps il fera le tour du globe, qu'il illuminera le méridien des nations qui n'en voient encor que l'aurore, & qu'il se lèvera sur celles qui sont dans les ténèbres. Tout y est déjà préparé à cette révolution, & n'attend que des circonstances favorables pour éclorre. Dans cette misérable hutte, plantée sur quatre pieux, sont cachés tous les brillans ordres d'Architecture qui décorèrent les temples & les palais d'Athènes & de Corinthe. Le discours grossier que ce brave Eskimau adresse à la troupe qui le suit, recèle les foudres de Démosthène & de Périclès. Du peuple sculpteur vu par Mr de la Condamine sur la rivière des Amazones, sortiront un jour des Phidias & des Praxitèles.

Lorsque ceux qui se plaisent à diviniser le Langage, fondent son Apothéose sur l'ordre qui y règne, & sur sa merveilleuse beauté; ils ne songent point que l'édifice qu'ils admirent, est l'ouvrage des nations & des siècles. Le langage que vous trouvez si beau, n'est point celui des premiers hommes; il ne l'est pas plus que les cabanes ne sont des palais. Dieu ne leur a pas plus enseigné nos langues perfectionnées qu'il ne leur a bâti des palais. Et ils n'avoient pas plus besoin d'apprendre de lui leur langage original & grossier, que d'apprendre à élever des cabanes.

Après ces discussions, notre auteur traite sans façon d'erreur absurde le sentiment de ceux qui rapportent à Dieu l'origine du Langage. Car sur quelles preuves peut-il désormais reposer?

Direz-vous, je ne saurois expliquer cette origine par la nature de l'homme: donc elle vient de Dieu? Quelle conséquence? Ce que vous ne pouvez point, un autre le pourra. Et quand personne n'en seroit capable; votre conclusion seroit encore précipitée. Mais l'explication que vous regardez comme impossible, on se flatte de l'avoir donnée: bien plus,

Digitized by Google

on croit avoir prouvé que ſi le Langage n'étoit pas une production humaine, la nature humaine ſeroit elle-même l'énigme la plus inſoluble, ou plutôt qu'elle ne ſeroit pas ce qu'elle eſt.

Direz-vous, je vois évidemment dans la nature du Langage la raiſon pour laquelle il ne ſauroit être d'invention humaine? Montrez-la: nous y avons vu la raiſon du contraire.

Ou bien direz-vous, je vois dans le langage des rayons de divinité qui démontrent que Dieu ſeul pouvoit en être l'auteur? Mais où prenez-vous vos dimenſions du pouvoir divin? ne faudroit-il pas être Dieu pour décider que lui ſeul peut nous apprendre à parler? Votre argument reſſemble à celui des Turcs pour prouver la divinité de l'Alcoran. Il n'y a, diſent-ils, qu'un prophète du Tout-Puiſſant qui ait pu écrire de ce ſtyle. Or c'eſt de quoi on ne peut s'aſſurer à moins d'être prophète ſoi-même.

Cette opinion, réprouvée par la bonne philoſophie, ne trouve pas plus d'appui dans l'antiquité: & le livre Saint des Hébreux où elle prétend ſe fonder, eſt tout le premier à la contredire: en attribuant à Adam la dénomination des animaux, il donne au langage une origine toute humaine.

L'origine céleſte du Langage en a impoſé à de fort honnêtes gens, parce qu'ils la croyoient favorable à la cauſe de la religion. Mais elle eſt, au contraire, très-injurieuſe à la majeſté divine, qu'elle dégrade en lui faiſant faire un ouvrage indigne de ſes perfections. C'eſt l'erreur groſſière des Anthropomorphites.

Enfin le moindre défaut de cette opinion ſeroit d'être inutile; elle eſt funeſte aux progrès de l'eſprit humain, dont elle ſuſpend les recherches ſur les principes des choſes, & ſur les cauſes productrices des phénomènes. Elle tue le raiſonnement, elle eſt le tombeau de la Science.

L'auteur finit en déclarant qu'il n'a pas cru devoir exactement ſuivre le problème de l'Académie, & il en donne des raiſons valables. Nous avions demandé ſi l'homme pouvoit inventer le Langage, parce que cette poſſi-

possibilité même étoit contestée. En faisant voir la nécessité de cette invention, on nous a parfaitement satisfaits; car qui prouve le plus prouve le moins.

Nous avions encore demandé une hypothèse sur les moyens qui conduiroient les hommes à l'Invention du Langage. Cette seconde partie du problème est également bien résolue en établissant la nécessité du Langage intérieur. A cet égard même la réponse est plus complète & plus péremptoire que nous ne l'avions exigée, parce qu'elle n'est pas simplement hypothétique.

Mais peut-être l'auteur ne s'est-il pas suffisamment étendu sur le passage du Langage intérieur au Langage extérieur, c'est à dire aux sons articulés, & à l'exercice des organes de la Parole. Comme ce passage a dû se faire dans le commerce avec les autres hommes, ou dans la Société; il pouvoit s'en présenter plusieurs occasions, & y avoir différentes manières de délier la langue de l'homme pour la première fois, dont la plus plausible eût fourni une hypothèse. C'est un article que l'on pourroit désirer dans cette dissertation, si dans un aussi beau morceau de philosophie on avoit le courage de désirer quelque chose.

Digitized by Google

MÉMOIRE
sur le mouvement progressif du centre de gravité de tout le Système solaire (*).

PAR M. PREVOST.

Il y a long-temps que les Astronomes s'occupent de deux mouvemens propres du soleil: savoir, celui de rotation sur son axe & celui autour du centre de gravité de notre Système planétaire. M. de la Lande dans un Mémoire imprimé dans ceux de l'Acad. des Sc. de Paris pour 1776. s'est appliqué à déterminer, par les taches, la nature du premier, & à cette occasion il a fait une conjecture fort intéressante, ou plutôt il a deviné un troisième mouvement du soleil, qui est produit par un mouvement de translation du centre de gravité de notre Système. L'analogie sur laquelle cet astronome fonde son ingénieuse hypothèse est tirée du mouvement de rotation du soleil, dont il est probable que la cause, quelle qu'elle soit, aura communiqué en même temps à cet astre une force tangentielle. C'est par les observations des étoiles & de leurs variations que M. de la Lande annonçoit alors que sa conjecture pourroit se vérifier. Moins de sept ans après, il se trouve que les observations de M. Herschel semblent la confirmer de la manière la plus satisfaisante. C'est ce que M. de Luc annonce à M. de la Lande dans une lettre dont l'extrait se trouve dans le *Journal de Paris N°. 151. an. 1783.* Mon dessein est d'indiquer une cause différente de celle proposée par M. de la Lande, laquelle a dû produire l'effet que ce philosophe a soupçonné, & de modifier par là son hypothèse en la rendant non seulement vraisemblable, mais en quelque sorte certaine.

(*) Lu le 3. Juillet 1783.

Digitized by Google

§. 1. C'eſt à l'attraction qu'il faut, à ce qu'il me ſemble, attribuer le mouvement du centre de gravité de notre Syſtème. L'attraction dont je parle eſt l'excès de celle des corps ſemés dans une région de l'eſpace ſur celle de la région oppoſée (*).

§. 2. Il ſuit de là que le mouvement produit doit différer à deux égards de celui qui l'auroit été par un choc inſtantanée. Car 1°. il doit être accéléré ou retardé; 2°. il doit être curviligne.

§. 3. J'indique les développemens dont cette hypothèſe eſt ſuſceptible.

Elle ſuppoſe deux *poſtulata:* 1°. Que l'attraction s'étend jusqu'à la région des fixes. 2°. Que la réſiſtance des milieux eſt inférieure à cette attraction.

§. 4. Cela poſé; ſoit conçu un plan infini paſſant par le centre de gravité du Syſtème. Réſolvons mentalement toutes les forces attractives en deux forces oppoſées & perpendiculaires au plan. Par les principes des probabilités on a des infinis contre un pour le rapport d'inégalité entre ces deux forces. D'ailleurs le mouvement ayant lieu dans l'Univers, l'équilibre ne peut être permanent. On peut dire enfin qu'il y a certainement excès d'attraction. Donc il y a mouvement progreſſif de notre Syſtème vers le point où l'attraction eſt ſupérieure.

§. 5. La nature de ce mouvement eſt connue; il eſt accéléré 1°. en raiſon inverſe du quarré des diſtances, 2°. en raiſon directe du quarré des temps.

§. 6. L'effet ou la ſuite de cette translation du Syſtème planétaire eſt également connue, quoique non appréciable avec rigueur. Si le corps qui attire notre Syſtème eſt ſeul dans l'eſpace, ou ſi le centre d'attraction ſe trouve être placé préciſément dans un corps lequel ſoit lui-même préciſément attiré directement dans notre ſoleil, les deux corps s'approchent en ligne droite. Mais ce cas eſt infiniment peu probable. D'où je conclus

(*) C'eſt ce que M. Herſchel avoit déjà dit dans le paſſage que je cite au commencement du Mémoire ſuivant. Je l'ignorois. Je n'ai rien cru devoir changer à celui-ci, vu qu'il eſt très-court & que ces premières idées ſeront expliquées en détail.

Digitized by Google

que le centre de gravité du Systême planétaire tend vers quelque corps céleste, non d'une vitesse simple & directe, mais composée & oblique. Par conséquent, arrivé dans son voisinage, il le tournera à la manière des planètes ou comètes & décrira autour d'un centre commun de gravité une courbe de même genre qu'elles, c'est-à-dire une ellipse, ou du moins quelque section conique.

§. 7. J'ai parlé jusqu'ici dans la supposition que le Systême étoit actuellement dans son *apocentre* & dans la branche *descendante* de son orbite. Mais n'ayant pas de raison d'affirmer à cet égard, j'ai annoncé d'entrée un mouvement accéléré ou retardé. En réfléchissant au grand éloignement des fixes, à la permanence de leurs positions pendant bien des siècles, aux changemens légers qu'on commence à y appercevoir, peut-être sera-t-on porté à croire qu'en effet le Systême a depuis peu passé son apocentre & quitté la branche *ascendante*, pour redescendre vers son centre.

§. 8. Je ne sais si la grande année de quelques anciens astronomes n'étoit point relative à ce mouvement périodique du Systême. Leurs variations sur sa durée semblent indiquer un phénomène d'une estimation plus arbitraire que la précession des équinoxes, ou autres cycles mieux connus.

Ici finit l'exposition d'une hypothèse, qui n'est que la conséquence d'un fait, dès qu'on admet mes *postulata* (§. 3.). Je vais finir par quelques remarques qui s'y rapportent.

§. 9. La première aura pour but de développer l'indication générale donnée par M. de la Lande des signes auxquels on s'appercevra de ce mouvement de translation du Systême. 1°. Les étoiles du côté *A*, paroîtront plus distantes d'année en année. Celles du côté opposé, *B*, moins distantes. 2°. Du côté *A*, les étoiles offriront des apparences de changement, des variations sensibles, tandis que du côté *B*, on ne remarquera rien de pareil. 3°. Du côté *A*, les étoiles auront une parallaxe du grand orbe sensible & croissante. 4°. De ce même côté, elles acquerront un diamètre appréciable, ou du moins de la clarté, ou, comme on dit, de la grandeur. 5 . Probablement une étoile paroîtra principalement affectée de ces trois derniers caractères, & tôt ou tard le soleil la doublera. Mais il

Digitized by Google

ne faut pas négliger d'observer que la distance *péricentrique* du soleil à son centre peut être telle, ainsi que celle de toutes les fixes à notre Système, qu'aucun de ces caractères ne nous devienne sensible.

§. 10. La fixe quelconque autour de laquelle notre Système tourne, est, par toutes les mêmes raisons, emportée autour de quelqu'autre, ou plutôt le soleil, cette fixe, & le corps qui l'attire, tournent autour d'un centre de gravité. Ainsi tout l'Univers est en mouvement progressif & tous les corps doués d'attraction tournent autour d'un centre commun.

§. 11. Puisque l'attraction peut & doit produire les forces tangentielles des Astres (soit planètes, comètes ou soleils) il est inutile de chercher une autre cause à ces mouvemens. Mais cela n'empêche pas que cette cause n'ait pu elle-même en déterminer d'autres. C'est ainsi, par exemple, qu'une comète qui auroit tendu vers le soleil comme vers un centre de gravitation, & qui par une explosion interne auroit éclaté au périhélie à peu près dans la région des planètes, pouvoit produire nos planètes mues dans la même direction.

§. 12. Mais en envisageant l'attraction comme la cause des vîtesses tangentielles, je suis bien éloigné de la croire primitive & indépendante. Je suis persuadé que le système corpusculaire inventé par M. le Sage de Genève, & qui est fondé sur l'étude la plus attentive des faits, sur le calcul, sur les principes logiques & physiques les plus sains, est la vraie clef de la nature. On sait que ce philosophe explique par l'impulsion tous les phénomènes de l'attraction, en augmentant indéfiniment la petitesse & la célérité des atomes, ainsi que la porosité & sur-tout la perméabilité des corps composés.

MÉMOIRE

ſur l'origine des viteſſes projectiles, contenant quelques recherches ſur le mouvement du Syſtème ſolaire (*).

PAR M. PREVOST.

Les corps ſont ſoumis à l'influence d'un nombre indéfini de forces qu'on peut ranger ſous deux eſpèces, celles qui agiſſent ou paroiſſent agir à la diſtance, & celles qui agiſſent ou paroiſſent agir au contact. En faiſant abſtraction des forces dont les effets ſont moins manifeſtes ou qu'on enviſage à part, on peut conſidérer les grands corps qui ſe meuvent dans l'eſpace comme étant ſoumis à l'action d'une ſeule force attractive combinée avec une viteſſe projectile une fois imprimée. Perſonne n'ignore les grands progrès que la théorie de ces forces a fait faire à la raiſon humaine.

Quoique l'inexactitude des écrivains Grecs & Romains qui nous ont transmis l'hiſtoire des opinions anciennes ne permette pas de tirer un grand parti des ruines qu'ils ont recueillies, & que l'on doive par conſéquent laiſſer toute entière aux modernes la gloire d'avoir élevé l'édifice de nos connoiſſances; je ne crois pas qu'on puiſſe nier que, dans des temps d'une antiquité très-reculée, on eût acquis des idées juſtes ſur la nature des mouvemens céleſtes, idées dont la trace s'étoit malheureuſement perdue.

Je ne veux point placer ici les preuves de cette aſſertion que divers philoſophes ont ſoutenue avec ſuccès. Je me contenterai de rappeler un paſſage de Plutarque où l'on voit énoncée aſſez clairement la diſtinction des deux forces centripéte & projectile. *Vous craignez*, dit un interlocuteur, (*ſi la lune eſt d'une nature terreſtre*) *qu'elle ne tombe ſur nos têtes. Mais ſa chûte eſt prévenue par ſon mouvement & par l'impétuoſité de ſa révolution.*

(*) Lu le 11. Septembre 1783.

Digitized by Google

C'eſt ainſi que ce qu'on met dans une fronde eſt empêché de deſcendre par ſa viteſſe circulaire. Le mouvement que chaque corps tient de ſa nature l'entraîne, pourvu qu'il ne ſoit point détourné par quelqu'autre. La peſanteur n'entraîne pas la lune, parce que l'effet en eſt troublé par le mouvement de révolution. On devroit ſans doute s'étonner ſi la lune étoit immobile comme la terre, mais dans ſon état actuel il y a une cauſe puiſſante qui l'empêche de s'approcher de nous (*).

Les aſtronomes ayant de nos jours pouſſé l'exactitude des obſervations au plus haut point, & les géomètres ayant ſur ces données déterminé avec une grande préciſion les divers mouvemens des corps céleſtes, peut-être la philoſophie ſpéculative qui s'occupe des principes & de la nature des cauſes (**), peut-elle tenter de découvrir l'origine naturelle de ces mouvemens.

Un grand nombre de philoſophes attribuent la projection à une cauſe incorporelle & enviſagent l'attraction comme inexplicable.

Je ne dirai rien de celle-ci: je la ſuppoſe produite par une impulſion, ſans fonder ici néanmoins aucune hypothèſe ſur cette opinion.

C'eſt de la vîteſſe projectile que je cherche la cauſe: non de la vîteſſe des corpuſcules élémentaires, auxquels il faut bien en dernière analyſe ſuppoſer une vîteſſe primitive, lorsqu'on ne leur accorde pas une force attractive innée; mais poſant en fait que les grands corps ſont doués d'une force attractive, quelle qu'en ſoit la cauſe, & ſuppoſant ces corps placés en repos dans l'eſpace à de grandes diſtances les uns des autres, j'entreprends d'expliquer leurs mouvemens actuels.

Je parle d'abord d'une manière générale de toute eſpèce de corps attractifs; enſuite je m'occupe plus particulièrement de la cauſe immédiate des vîteſſes projectiles planétaires. A cette occaſion je fais quelques recherches ſur la trajectoire de notre Syſtème ſolaire. Enfin j'ajoute un mot ſur une autre claſſe de vîteſſes projectiles obſervées.

* * *

(*) Plutar. *de facie in orbe Lunæ. Op. mor. p.* 923.

(**) ARISTOT. *Metaph.* I. 1. *fin.* & II. 1.

Pour indiquer en peu de mots ce qui s'eſt écrit à ce ſujet

1. Touchant l'origine des forces projectiles en général, je n'ai rien pu trouver qui s'y rapporte; je ne crois pas qu'on s'en ſoit occupé ſous ce point de vue. Je dois même convenir que les plus grands philoſophes ont regardé l'attraction comme incapable d'expliquer la projection. Newton dit que *Dieu a éloigné les Syſtèmes de chaque fixe les uns des autres, afin que par leur gravité ils ne tombaſſent pas les uns ſur les autres* (*). Halley ſuppoſoit le nombre des fixes infini, parce qu'en le ſuppoſant fini, diſoit-il, *quelqu'étendue qu'on donne à la ſphère dans laquelle elles ſeroient toutes compriſes, cet Univers corporel n'occuperoit qu'un point dans l'eſpace infini; d'où il ſuit que cet Univers ſeroit entouré de tous côtés d'un vide ſans bornes; que les étoiles placées à ſa ſurface graviteroient vers celles du centre, ſe précipiteroient ſur elles avec une vîteſſe accélérée, & avec le temps ſe raſſembleroient & s'uniroient avec elles en une ſeule maſſe. En prenant un temps ſuffiſant cette conſéquence auroit inévitablement lieu* (**). Ainſi penſoit Halley, & M. Bailly qui rapporte cette opinion, ne la réfute qu'en admettant l'alternative d'un tel cahos immobile, ou d'une attraction nulle à la diſtance des fixes (***). M. Lambert s'exprime ainſi: *Cette loi* (de la gravité univerſelle) *ſeule ne donne qu'une force centripéte, & ſi elle exiſtoit ſeule, peu à peu tous les corps de l'Univers devroient ſe raſſembler en une maſſe* (****).

2. Quant à l'origine particulière de la vîteſſe projectile des planètes, ayant placé dans la Section même une courte note hiſtorique, je m'y borne.

3. Relativement au mouvement du Syſtème, il y a apparence qu'il a été ſoupçonné dès long-temps.

L'au-

(*) *Phil. nat. princ. mathem. Schol. generale fin.*

(**) *Transact. phil.* 1720. N°. V. 364.

(***) *Hiſt. aſtr. mod.* T. II. p. 665.

(****) *Cosmologiſche Briefe.* p. 122. Voyez auſſi *Syſtème du monde* p. 85 & 132. L'Auteur de ce tableau du ſyſtème de M. Lambert en ayant raſſemblé les diverſes parties ſous un même point de vue dans un ordre élégant & facile, on peut en y jetant les yeux s'aſſurer d'un coup-d'œil que la phraſe citée eſt dans l'eſprit de ce ſyſtème; & n'eſt point une propoſition iſolée ou jetée au hazard, mais principale & réfléchie.

Digitized by Google

L'auteur du traité *des opinions des philosophes* (communément attribué à Plutarque) prête à Xénophane des assertions si étranges, qu'on est porté à croire que l'historien les a mal comprises. Suivant lui ce fondateur de la secte Éléatique soutenoit *que le soleil a un mouvement progressif à l'infini; mais qu'il paroît tourner à cause de la distance* (*). Il semble qu'on pourroit inférer de cette obscure indication, que Xénophane avoit quelque notion d'un mouvement de translation du Système solaire, duquel nous ne nous appercevons pas (comme de son mouvement apparent circulaire) à cause de la distance des étoiles.

Il se peut que quelques Cartésiens aient dérivé un tel mouvement de leurs hypothèses: il ne leur en eût coûté que de l'espace & des tourbillons.

Depuis l'époque de la saine physique Halley ayant cru appercevoir quelques inégalités frappantes aux mouvemens apparens & connus des étoiles, sur-tout de quelques-unes des plus brillantes, y soupçonna un mouvement propre que leur moindre distance nous permettoit d'appercevoir (**). Dans la déduction de son hypothèse sur l'infinité des fixes à laquelle cette remarque paroît l'avoir conduit, cet astronome suppose que les étoiles sont immobiles, ou qu'elles se meuvent jusqu'à un certain point qu'il appelle d'*équilibre;* & comme il range ensuite formellement le soleil au nombre des fixes, on peut dire qu'il n'étoit pas éloigné de lui attribuer une sorte de mouvement (***).

En 1761 parurent les *Lettres cosmologiques* de M. Lambert contenant, parmi une foule de vues intéressantes, l'exposition de l'opinion de ce philosophe sur le mouvement du soleil & de quelques autres fixes autour d'un corps central; sur les Systèmes de Systèmes, ou voies lactées, emportées autour d'un corps immense; sur les Systèmes de voies lactées; & enfin

(*) PLUTAR. *de placitis philos.* II. 24.

(**) *Trans. phil.* 1718. N°. 355. I.

(***) *Ibid.* V. VI. Dans le second de ces Mémoires il est singulier que Halley ait hésité au sujet d'un problème élémentaire à l'occasion de la distance des fixes de diverses grandeurs, & qu'il ait avancé qu'autour d'une sphère on peut ranger un peu plus de douce sphères égales qui la touchent.

ſur le grand corps placé au centre de l'Univers. C'eſt principalement de la théorie des cauſes finales que M. Lambert dérivoit ces conſéquences (*).

M. Mitchell inſéra dans les *Transactions de l'année 1767.* un Mémoire où, d'après les probabilités réſultantes de la diſſémination apparente des étoiles au firmament, il établit la vraiſemblance de certains Syſtèmes d'étoiles fixes, à l'un deſquels appartient le ſoleil, aſſemblés par une force quelconque. L'Auteur interjette l'idée de la gravitation univerſelle comme ayant pu produire un tel effet & hazarde dans une note une conjecture ſur le mouvement des fixes & du ſoleil comme pouvant occaſionner les mouvemens irréguliers de quelques étoiles. Il remarque que le mouvement du ſoleil produiroit une ſorte de parallaxe ſéculaire.

Toutes ces conjectures ſur le mouvement du Syſtème ſolaire étant de pure théorie; lorſque M. Lichtemberg publia, parmi les œuvres poſthumes de M. Mayer, un Mémoire de cet illuſtre aſtronome ſur le *mouvement propre des étoiles*, le ſavant Éditeur ne jugea pas néceſſaire d'y joindre aucune note. Dans ce Mémoire (lu à la Société de Gœttingen en 1760.) M. Mayer remarque d'abord qu'avant ce ſiècle il paroît que les aſtronomes, ou n'avoient apperçu aucun mouvement propre dans les étoiles, ou que s'ils avoient cru en appercevoir un, on pouvoit l'attribuer à des erreurs d'obſervation ou à quelque cauſe étrangère ignorée de leur temps. Il cite les remarques plus juſtes de Halley, de Caſſini, & enfin celles de M. le Monnier, que M. Mayer reconnoît avoir ſurpaſſé à cet égard tous les autres aſtronomes. Enſuite il explique ſon propre catalogue, où les obſervations de Rœmer lui ſervent de terme de comparaiſon tant aux ſiennes propres qu'à celles de M. de la Caille, & qui offre pour deux époques diſtantes d'un demi-ſiècle les aſcenſions droites & déclinaiſons de quatre-vingts étoiles dégagées de la préceſſion & autres mouvemens connus qui ne ſont qu'apparens. De ces quatre-vingts une vingtaine lui paroiſſent avoir donné des indices d'un mouvement qui leur eſt propre. Cet habile obſervateur conclud par la réflexion ſuivante: *Comme on pourroit demander quelle eſt la cauſe de ce mouvement* (propre de quelques étoiles), *j'ai cru devoir me bor-*

(*) Il faiſoit auſſi mention de l'argument tiré de la rotation de l'axe. *Cosmol. Briefe.* p. 126.

ner à avertir qu'au moins il ne peut pas s'expliquer par un mouvement de tout notre Syſtème ſolaire, quoiqu'il ne ſoit pas d'ailleurs impoſſible que le ſoleil étant de la même nature que les fixes, il ſe meuve ainſi que ſont quelques-unes d'entr'elles dans l'eſpace de l'Univers. M. Mayer donne la raiſon de ſon aſſertion, que je rapporterai en ſon lieu.

M. Bailly a donné quelques vues de théorie ſur le mouvement du Syſtème, ſoit dans ſon *Hiſtoire de l'Aſtronomie moderne* (T. II. p. 664.), ſoit dans ſon *Discours ſur les corps lumineux.* (*Ibid.* p. 689.)

J'ai cité dans mon précédent Mémoire M. M. de la Lande & Herſchel: les remarques de ces deux célèbres aſtronomes ſur le mouvement du Syſtème que je rapporte dans ce Mémoire-là (*), étoient, lorsque je le lus, les ſeules dont j'euſſe connoiſſance. Ce n'eſt même qu'après avoir achevé & lu celui-ci (**), que j'ai pu me procurer les beaux Mémoires de M. Herſchel, faiſant partie du dernier Volume des *Transactions philoſophiques*, où ce grand aſtronome rend compte de ſes obſervations & développe une partie de ſes vues. Voici ſes propres expreſſions quant à la translation du Syſtème dans l'eſpace de l'Univers.

„Les 4ᵉ, 5ᵉ & 6ᵉ Claſſes (*du catalogue des étoiles doubles*) contiennent les étoiles doubles diſtantes de 15 à 30″, de 30″ à 1′ & d'1′ à 2′ ou davantage. Quoiqu'elles puiſſent difficilement être d'aucun uſage pour la recherche de la parallaxe (*annuelle*), je n'ai pas jugé inutile de rendre compte de mes obſervations à cet égard; elles pourront peut-être ſervir à un autre objet fort important, qui demande auſſi beaucoup d'exactitude, mais pas à beaucoup près autant que la recherche de la parallaxe (*annuelle*) des fixes. Je vais l'indiquer ici, quoiqu'étranger à celui qui m'occupe. On a déjà obſervé que pluſieurs étoiles de la première grandeur avoient un mouvement propre, & on l'a ſoupçonné de quelques autres: de là nous pouvons conjecturer que notre ſoleil, avec tout ſon cortège de planètes & de comètes, peut auſſi avoir un mouvement vers quelque point particulier du ciel; à cauſe de la plus grande quantité de matière contenue dans un

(*) *Mém. ſur le mouv. propre du centre de grav. de tout le Syſt. ſolaire.* p. 418.

(**) La date de ces deux Mémoires eſt indiquée. Cet article eſt poſtérieur.

nombre d'étoiles ſituées de ce côté-là & dans les planètes qui les entourent, qui peut-être ſuffit pour produire une gravitation de tout notre Syſtème ſolaire vers ce point. Si cette conjecture a quelque fondement, elle ſe manifeſtera dans une ſuite de quelques années, attendu qu'il réſultera de ce mouvement une autre ſorte de parallaxe inconnue jusqu'ici, (*ici M. Herſchel cite la note de M. Mitchell. Transact. Vol. LVII.* p. 252.) & dont la recherche pourra rendre raiſon en partie des mouvemens déjà obſervés dans quelques-unes des principales étoiles. Et pour déterminer la direction & la quantité d'un tel mouvement, des obſervations exactes de la diſtance des étoiles qui ſont aſſez voiſines pour être meſurées au micromètre, & des téleſcopes d'une grande force pourront être d'un uſage conſidérable, parce qu'ils nous donneront ſans contredit les places relatives de ces étoiles avec un degré d'exactitude fort ſupérieur à celui qu'on peut obtenir avec des inſtrumens de paſſage ou des ſecteurs; & par là nous ſerons plutôt en état de découvrir quelque changement apparent dans leur ſituation occaſionné par cette nouvelle eſpèce de parallaxe ſyſtématique, s'il m'eſt permis d'employer cette expreſſion pour ſignifier le changement produit par le mouvement de tout le Syſtème ſolaire."

Et dans ſon catalogue de 269 étoiles doubles, M. Herſchel remarque au ſujet de ν *Draconis* (*Claſſe V. 11.*) que cette étoile a changé depuis Flamſtead de manière qu'on ne peut guères rendre compte de ſes apparences ſans ſuppoſer un mouvement propre dans l'une ou l'autre des deux étoiles qui la compoſent, ou dans notre Syſtème ſolaire: *Probablement*, ajoute cet illuſtre aſtronome, *aucun des trois n'eſt en repos.*

Dans un ſupplément à ce Mémoire, M. Herſchel en cite un de M. Mayer de Manheim contenu au T. IV. des *Mémoires de l'Acad. Palatine*, où ſe trouvent quelques nouvelles obſervations des fixes (*).

4. La remarque contenue dans ma quatrième Section n'exige ici aucun détail.

(*) *On the parallax of fixed ſtars; Catalogue of double ſtars; &c. by W. Herſchel, reed at the Royal Society 1781, 2. London, by Nichols. 1782.* Ce catalogue d'étoiles a été inſéré par M. Bode dans ſon *Aſtronomiſches Jahrbuch für 1786.*

SECTION I.

De l'origine des vîteſſes projectiles en général.

§. 1. L'attraction a pu produire les vîteſſes projectiles.

§. 2. Pour prouver cette aſſertion, je ſuppoſe d'abord deux corps placés en repos, diſtans, ſeuls dans l'eſpace & doués d'attraction. Après un temps ſuffiſant, ces corps ſe choqueront.

Il y a bien quelques cas où cet effet n'aura pas lieu; mais il faut pour cela ſuppoſer des figures & des ſituations ſi particulières que je n'en parle pas.

§. 3. Si ces corps ſont durs, ſphériques, & égaux, ou du moins chacun d'une denſité uniforme, après le choc tout mouvement ceſſera.

§. 4. Mais ſuppoſons l'un deux polyèdre, ou imparfaitement ſphéroïde, ou plus petit, ou inégalement denſe; ſi la ſituation primitive, la figure & la maſſe des deux corps ſont telles qu'ils ſe rencontrent ſous un angle oblique, il y aura après le choc un mouvement reſtant (*). Or ce mouvement eſt une force projectile. Donc étant donnés deux corps durs, attractifs, ſeuls dans l'eſpace, on verra naître une vîteſſe projectile dans presque tous les cas.

§. 5. Voici en deux mots le détail de cet effet. Si cette force projectile eſt très-foible par comparaiſon à l'attraction, les deux corps iront enſemble du même côté, en tournant l'un ſur l'autre ſans ſe quitter, ou en bondiſſant de face en face. Si la hauteur génératrice & l'angle d'incidence ſont grands l'un & l'autre, la force projectile pourra ſuffire pour faire décrire aux deux corps toute eſpèce de ſections coniques. Si ces deux corps décrivent des ellipſes, ils ſe rencontreront à chaque révolution. Mais s'ils décrivent des hyperboles, ils s'éloigneront ſans fin.

(*) Cela ſuit ſi immédiatement de la théorie du choc des corps durs qu'il eſt inutile d'inſiſter là-deſſus. Par exemple. Qu'une petite ſphère tombe ſous un angle de 45° ſur un plan; elle fuira dans la direction de ce plan avec une vîteſſe ſous-double de ſa vîteſſe finale à l'inſtant du choc. Celle-ci dépend de la hauteur génératrice & de l'attraction abſolue; cette dernière force dépend de la maſſe des deux corps & de celle de chacun en particulier. Ainſi on peut avoir une vîteſſe projectile qui ſurpaſſe toute vîteſſe donnée, puiſqu'on a un eſpace infini & des maſſes à volonté.

Digitized by Google

§. 6. Supposons maintenant d'autres corps placés à des distances si considérables, ou dont les attractions opposées se balancent de manière que leur action sur les deux corps, avant le choc, puisse être négligée.

Après le choc, si les corps se sont réunis, ils ont acquis une force projectile relativement aux autres corps.

Si les deux corps décrivent des hyperboles, ils arriveront enfin près des autres corps & décriront autour de ceux-ci des sections coniques.

Si les deux corps décrivent des ellipses, il arrivera enfin que quelque corps (dont l'influence étoit d'abord nulle) pourra, en s'approchant, déranger les orbites des deux corps & leur donner des formes & des positions diverses, de manière que les deux corps ne se rencontreront peut-être plus.

Voilà comment dans un Système de corps durs attractifs, on verroit naître des vitesses projectiles & des orbites coniques de toute espèce.

§. 7. Prenons maintenant au lieu de corps durs, des corps composés tels que notre terre. En supposant un noyau de la dureté des rochers, on aura des effets pareils aux précédens, mais modifiés par la nature de ces corps. Par exemple, si les corps sont mous & la force projectile foible, celle-ci pourra se perdre dans l'applatissement: s'ils sont fragiles, il naîtra quelques circonstances nouvelles (*).

§. 8. Deux corps composés, comme seroient deux rochers, étant seuls dans l'espace, pourroient produire des forces projectiles telles qu'on verroit un corps décrire une ellipse sans rencontrer dans aucun point le corps qui lui serviroit de foyer. Cet effet n'avoit pas lieu dans le cas des corps durs; il falloit recourir à un troisième corps pour le produire. Voici

(*) Les grands corps étrangers à notre Système sont trop éloignés pour qu'on puisse espérer de trouver des exemples de ces divers effets. Bianchini (cité dans les *Tables astr. de Berlin*,) a remarqué que la plus australe des deux étoiles ζ de la *Lyre* paroit quelquefois partagée & quelquefois réunie. Si cette observation est bonne, elle semble indiquer des satellites & un choc primitif. La période d'*Algol*, qui semble s'observer d'époque en époque, (puisqu'entre 1694 & notre temps les astronomes ne l'ont pas remarquée) pourroit aussi s'expliquer par une planète de cette étoile dont la ligne des nœuds auroit un mouvement. L'historien Ephorus parloit d'une comète qui s'étoit divisée en deux. Mais Sénèque nous dispense d'ajouter foi à ce récit. *Quæst. Nat. VIII. 16.*

donc comment il aura lieu pour les corps composés, même à n'en supposer que deux.

Que le choc se fasse de manière qu'il se détache un fragment considérable de l'un des deux corps. Cela dépend de la hauteur génératrice, de l'obliquité, de la figure, de la dureté des corps. Représentons-nous le fragment qui doit être détaché par le choc sous la forme d'une petite sphère (S), collée sur le corps (A) dont elle fait partie. L'autre corps (B) la chasse en quelque sorte par le choc, & l'oblige à fuir avec une vîtesse dépendante de celle du choc & de l'adhérence de cette petite sphère (S) au corps (A) dont elle fait partie. Faisant abstraction de l'attraction de B; la sphère (si l'impulsion est suffisante) pourra décrire une ellipse autour de A, & à chaque révolution elle repassera à la surface de ce même corps. Mais tandis qu'elle s'en détache, le corps B exerce sur elle une attraction qui doit changer les élémens de son orbite. Ainsi en prenant des suppositions de masses, de vîtesses & de directions convenables, il pourra arriver que le corps S décrive autour du corps A une ellipse ou un cercle qui n'ait aucun point à la surface du corps A. Ce que je m'étois proposé d'établir.

§. 9. J'ajoute que le corps B a dû être dévié en sens contraire par le corps S & qu'il paroît qu'on peut ainsi faire des suppositions d'après lesquelles les trois corps A, B, S, décriroient des orbites qui n'auroient aucun point commun.

§. 10. Supposons trois corps égaux, mais placés à d'inégales distances. Les corps les plus voisins se rencontreront plutôt que les plus éloignés. Par conséquent dans un Systême de plusieurs corps, le choc de deux corps l'un contre l'autre aura souvent lieu & il naîtra ainsi des forces projectiles, comme je viens de le prouver.

§. 11. Si trois corps sont égaux en masse & également éloignés entr'eux; en supposant leur volume nul, ils se rencontreront à la fois. Donc si les corps ont un volume inégal, ou une forme non sphérique, il y aura vraisemblablement un mouvement subsistant après le choc & partant des forces projectiles.

§. 12. Ainſi dans tous les cas (à moins de certaines conditions très-particulières & improbables) étant donnés pluſieurs corps ſemés dans l'eſpace, en repos, mais attractifs, on verra naître des vîteſſes projectiles & ſe former des orbites telles que nous les obſervons dans la nature.

§. 13. C'eſt toujours au moyen du choc que nous avons vu naître les vîteſſes projectiles. Pourroient-elles naître ſans choc? Je ne ſuis pas en état de répondre à cette queſtion d'une manière poſitive. On ne ſauroit dire, je crois, qu'il y ait une abſurdité à ſuppoſer cette poſſibilité, attendu qu'il ne peut naître de la ſorte un mouvement projectile qui (en vertu de la réaction) n'ait ſon correſpondant égal dans un ſens oppoſé (*). Il me ſemble au contraire qu'on pourroit feindre quelques cas où les corps s'éviteroient en quelque ſorte & ſans ſe rencontrer décriroient des orbites non interrompues: pour ce qui eſt de fragmens d'orbites, il n'y a pas de doute; & dès les premiers momens les corps dans la plûpart des poſitions en décrivent: par exemple; ſoient trois corps égaux placés aux trois angles d'un triangle iſoſcèle dont le côté ſoit plus grand que la baſe; les deux corps à la baſe s'approcheront en ſuivant un ſegment de ſection conique.

On pourroit auſſi ſuppoſer aux corps des figures & des poſitions telles que leurs centres de gravité puſſent coïncider ſans que les corps ſe choquaſſent, par exemple, un corps annulaire, &c. mais ces ſuppoſitions ſont trop extraordinaires.

§. 14. Les chocs des corps, durs ou non durs, font naître des mouvemens de rotation de différentes manières.

1°. Suppoſons un grand corps dur polyèdre, choqué par une petite ſphère dure auſſi, d'une manière oblique. Si ces deux corps étoient ſeuls dans l'Univers, la direction du choc paſſant par les deux centres de gravité, le grand corps n'auroit pas de rotation: mais le petit ſe mouvant ſur la ſurface du grand le long d'un plan incliné, acquerra un mouvement de rotation, & il en communiquera un pareil au corps polyèdre en retombant obliquement ſur ſes autres faces.

2°. Si

(*) C'eſt en ce ſens que quelques anciens & en particulier les Éléatiques ont pu ſoutenir l'*immobilité* de toutes choſes. EUSEB. *Præp. Ev.* XIV. 17. ARISTOT. *Metaph.* I. 5.

2°. Si les deux corps ne ſont pas ſeuls, il arrivera le plus ſouvent que la direction du choc ne paſſera pas par les deux centres de gravité. Cette cauſe produira une rotation.

3°. Si les corps ſont un peu mous, ou pleins d'inégalités, ou fragiles; ces cauſes, en retardant le point de contact, produiront une rotation.

§. 15. L'attraction ſuffiſant ainſi pour expliquer les vîteſſes projectiles & les mouvemens de rotation, il eſt inutile de recourir à quelqu'autre cauſe (*).

Il paroît que ſans choc on ne peut expliquer la rotation (**); or tous les corps bien obſervés ont une rotation; donc il paroît qu'ils ont reçu quelque choc. Cette remarque tend à confirmer l'origine des forces projectiles par l'attraction telle que je l'ai expliquée (***).

§. 16. Si l'attraction pouvoit être expliquée par le mouvement rectiligne des atomes, on auroit cette thèſe. Étant donnés des atomes durs, mus en divers ſens, & des corps (ſoit durs, ſoit composés), les corps décriront des ſections coniques comme nous leur en voyons décrire, & pluſieurs auront un mouvement de rotation ainſi que la choſe a lieu dans la nature.

(*) On pourroit tenter une expérience à ce ſujet. Si l'on place entre deux eaux des corps légers, leſtés de fer & d'aimant, ils devront commencer des orbites. Mais 1°. la réſiſtance rend l'attraction inſenſible à une certaine diſtance. 2°. Le diamètre des corps ne peut jamais être aſſez petit pour repréſenter les corps plongés dans le vide. 3°. La réſiſtance détruit les vîteſſes projectiles à meſure qu'elles ſe forment. 4°. Les mouvemens forment des courans dont l'effet ſe mêle à celui de l'attraction. La 2ᵉ & 3ᵉ cauſe font que les corps ſe réuniront.

(**) A moins de quelque fluide circulant, comme Dan. Bernoulli la dérivoit de l'atmoſphère ſolaire; mais il me paroît bien difficile d'expliquer ainſi des rotations rapides; & ces fluides, s'ils ſont ſuffiſans pour produire de tels effets, ont d'autres inconvéniens.

(***) Il ſuit de cette théorie une conſéquence relative à l'effet des milieux, que je me contenterai d'indiquer. Les corps céleſtes ſe meuvent dans des milieux plus ou moins réſiſtans; la lumière ſeule ſuffit pour juſtifier cette aſſertion. Donc, ſi quelque cauſe ne contrarie cet effet, la loi inverſe du quarré des diſtances eſt un peu plus petite que celle ſuivant laquelle agit l'attraction. Donc les grands projectiles s'approchent un peu de leurs foyers. Et ſi les milieux (ſoit lumière, ſoit atmoſphères, &c.) augmentent en denſité en s'approchant des foyers: la chûte des projectiles dans leurs foyers paroît inévitable. En prévoyant cet effet, je ne crois pas qu'on ait indiqué ſes ſuites. Le corps en s'approchant du foyer s'accélère. Il tombe obliquement, acquiert une nouvelle projection par le choc, & commence une nouvelle orbite. Ces périodes ont pu avoir lieu pluſieurs fois.

SECTION II.

De l'origine des vîteſſes projectiles des planètes (*).

§. 17. Les planètes bien obſervées ſont douées de vîteſſes projectiles dans leurs orbites & de rotation autour de leurs axes. A l'égard de ces vîteſſes elles ont en commun les propriétés ſuivantes: 1°. elles ſont mues dans le même ſens que l'équateur ſolaire, ſavoir d'occident en orient. 2°. Leurs rotations connues (excepté celle de Vénus) ſont auſſi dans le même ſens. 3°. Cela eſt également vrai de leurs ſatellites (excepté celui de Vénus, s'il exiſte). 4°. Leurs orbites ſont peu excentriques. 5°. Et peu inclinées à l'équateur ſolaire.

§. 18. Ces faits ſemblables indiquent une cauſe de projection commune. Dan. Bernoulli a appliqué le calcul des probabilités à cette conſéquence. Et, ſuivant ſon eſtimation, il y auroit à gager 2,985,983 ou du moins 1,419,859 contre un qu'elle eſt juſte. Les Cartéſiens trouvoient dans les faits d'où on la tire la confirmation de leurs hypothèſes & s'étonnoient plus de voir quelqu'inclinaiſon entre les orbites que de trouver ces inclinaiſons petites. C'eſt ce qui paroît aſſez par la forme de la queſtion propoſée par l'Acad. des Sc. de Paris en 1734, à l'occaſion de laquelle fut compoſé le Mémoire de Dan. Bernoulli que je viens de citer, & qui partagea le prix avec celui de Jean Bernoulli ſon père, lequel étoit dans les principes du Cartéſianiſme (**). On ne ſauroit douter que ce ne ſoient principalement les hypothèſes des tourbillons que Newton a en vue lorsqu'il dit à ce ſujet: *Tous ces mouvemens réguliers n'ont point leur origine dans les cauſes mécaniques*, quoiqu'à la vérité ce philoſophe ſemble attribuer cette régularité à un acte immédiat de la divinité. Mais je ne penſe pas qu'il eût

(*) Cette Section contenant bien des conjectures qui pourroient faire une impreſſion défavorable ſur l'eſprit des lecteurs ſévères; je les préviens ici d'avance, qu'à l'exception des §§. 17. 27. 28., ils n'y trouveront point de faits ni de preuves, mais une ſimple application des principes expoſés dans la Section précédente. Ainſi celle-ci peut être omiſe ſans inconvénient.

(**) La queſtion étoit. *Quelle eſt la cauſe de l'inclinaiſon des orbites des planètes par rapport au plan de l'équateur de la révolution du ſoleil autour de ſon axe; & d'où vient que les inclinaiſons de ces orbites ſont différentes entr'elles?* C'eſt par l'atmoſphère du ſoleil que Dan. Bernoulli expliquoit ce phénomène. V. *Recherches phyſ. & aſtron.* &c.

Digitized by Google

rejeté l'intervention d'une cauſe ſeconde, ſi elle ſe fût trouvée probable & conforme aux principes d'une ſaine phyſique.

§. 19. M. de Buffon a propoſé une hypothèſe qui paroît au premier coup-d'œil ſujette à des difficultés inſurmontables. Elle conſiſte à feindre une comète qui ait choqué le ſoleil & en ait ainſi détaché les planètes.

§. 20. On objecte d'abord 1°. que la comète doit avoir ſon périhélie dans le ſoleil & qu'on devroit l'avoir vue y revenir. 2°. Que les planètes devroient avoir un point de leur orbite ſur la ſurface du ſoleil.

§. 21. Ces deux objections ne ſe préſentent pas dans la ſuppoſition que j'avois hazardée dans le Mémoire précédent *ſur le mouvement progreſſif du centre de gravité de tout le Syſtème ſolaire* (§. 11.) ſavoir qu'une comète eût éclaté dans ſon périhélie à peu près dans la région des planètes. Mais cette ſuppoſition eſt trop extraordinaire & d'ailleurs n'explique point les rapports des mouvemens des planètes à celui de l'équateur ſolaire. En examinant de plus près celle de M. de Buffon, j'ai vu que les objections qui ſe préſentent contre ſa poſſibilité, ſont ſolubles. Et j'ai fait une remarque qui ſemble ajouter à cette hypothèſe un nouveau degré de probabilité. C'eſt ce qui ſera le ſujet de cette Section.

§. 22. Je dis d'abord que cette hypothèſe un peu modifiée offre divers cas poſſibles & qui ne ſortent point de la vraiſemblance.

1°. Le ſoleil peut bien tourner autour d'un centre, autour duquel d'autres corps tournent comme lui. Et en ce cas, il n'eſt pas impoſſible que deux de ces corps ſoient placés à d'égales diſtances du centre de gravité.

2°. Il ſe peut également qu'un corps d'un autre Syſtème ait une orbite qui coupe celle du ſoleil.

3°. Ou bien qu'un corps ayant une trajectoire quelconque rencontre le ſoleil.

4°. Enfin il peut exiſter une comète dont la projection ſoit telle que ſon orbite paſſe par le corps du ſoleil.

Dans tous ces cas, le ſoleil a pu être choqué (§. 10.).

Digitized by Google

§. 23. Suppoſons le ſoleil compoſé d'un noyau dur & d'une croûte molle, le corps qui le choque a pu projeter le ſoleil & les planètes, & donner à l'un & aux autres un mouvement de rotation (§. 14.).

§. 24. Les orbites & les équateurs, du moins les orbites & l'équateur ſolaire, ſeront vraiſemblablement peu inclinés mutuellement.

Je dis vraiſemblablement, parce qu'il ſe pourroit que le ſoleil eût avant le choc un mouvement tant de translation que de rotation. Et en ce cas le mouvement communiqué par le choc ſe ſeroit compoſé avec celui-là & la compoſition pour les planètes auroit pu être aſſez différente.

§. 25. Faiſant abſtraction de la force attractive du corps choquant (que j'appellerai déſormais *comète*), les planètes devroient à chaque révolution repaſſer à la ſurface du ſoleil. Mais l'attraction de la comète a dû changer les élémens des orbites planétaires (§. 8.). Il paroît auſſi que l'attraction des planètes a dû changer les élémens de l'orbite de la comète (§. 9.). Ainſi les objections contre la poſſibilité de l'hypothèſe (§. 20.) ſe trouvent détruites.

§. 26. En réfléchiſſant ſur l'effet d'un tel choc, il m'a ſemblé appercevoir que les excentricités devroient avoir dépendu un peu des inclinaiſons ſur l'orbite ſolaire. Car le ſoleil ayant été choqué, ſe meut & pourſuit pour ainſi dire la planète; en ſorte que plus l'inclinaiſon eſt grande, moins ſon attraction doit avoir d'influence pour détruire l'excentricité; d'où il ſemble devoir réſulter un rapport vague inverſe des excentricités & des ſinus verſes des inclinaiſons ſur l'orbite ſolaire (*).

Cependant, comme Vénus paroît avoir reçu une impulſion particulière, (à en juger par la poſition de ſon équateur & de ſon ſatellite, s'il exiſte (§. 17.),) cette planète pourroit bien n'être pas ſoumiſe à la même loi.

C'eſt d'après cette conſidération que j'ai fait les rapprochemens ſuivans.

(*) Je vois que Dan. Bernoulli partant d'une hypothèſe *a priori* ſur la poſition de l'équateur ſolaire, (laquelle eſt contredite par les obſervations poſtérieures,) avoit penſé que les excentricités devoient croître au contraire directement comme les inclinaiſons. Je ne ſache pas que d'autres aient ſoupçonné quelque dépendance mutuelle entre ces deux quantités hétérogènes. *V. Recherches phyſ. & aſtron. Pièce de Dan. Bernoulli qui a remporté le prix en 1734 à l'Acad. R. des Sc. de Paris.*

§. 27. *Inclinaisons des orbites planétaires à l'équateur solaire, calculées par Cassini.* (Mém. de l'Acad. des Sc. de Paris pour 1734. p. 112.) (*).

	Inclinaisons.	Sinus verses.
Équateur solaire - - - -	0° 0′ 0″	0
☿ - - - - - -	3 10 6	153
♀ - - - - - -	4 6 0	256
♂ - - - - - -	5 50 0	518
♄ - - - - - -	5 55 0	533
♃ - - - - - -	6 22 0	617
♁ - - - - - -	7 30 0	856

Excentricités extraites des Tables publiées par l'Acad. de Berlin *& estimées en parties de leurs distances moyennes au soleil.*

	Rapports exacts.	Rapports approchés.
☿ - - - - -	0,20563	206
♀ - - - - -	0,00706	7
♂ - - - - -	0,09331	93
♄ - - - - -	0,05578	56
♃ - - - - -	0,04860	49
♁ - - - - -	0,01683	17

§. 28. *Remarque.* Si l'on excepte ♀, les inclinaisons diminuent tandis que les excentricités croissent: non dans le même rapport, soit qu'on estime les inclinaisons par les arcs ou par les sinus; mais cependant d'une manière sensible. Quoique nous n'ayons pas lieu d'être surpris que ♀ fasse exception (§. 26.), on peut cependant feindre des hypothèses de projection qui la feroient rentrer dans la loi commune.

(*) Il auroit convenu de substituer à l'inclinaison ♁, 7° 30′, cette même inclinaison rectifiée & déterminée par M. de la Lande (V. *Mémoire sur les Taches du soleil* dans les *Mém. de l'Acad. des Sc. de Paris pour 1776.*) laquelle s'est trouvée seulement de 7° 20′. Mais cette différence étant légère quant à l'objet de ma remarque, je m'en suis tenu à la Tabelle ci-dessus que j'ai trouvée toute faite. J'aurois aussi dû vérifier mon observation sur la nouvelle planète *Uranus;* mais je n'ai pas ses élémens bien exacts. Je sais seulement que son excentricité est petite & son inclinaison à peu près pareille à celle de l'orbite terrestre, c'est-à-dire très-grande sur l'équateur solaire, ce qui s'accorde avec ma remarque.

Digitized by Google

§. 29. *HYPOTHÈSE* I.

Soit l'orbite ſolaire inclinée de 2° à l'équateur ſolaire.

	Inclinaiſons à l'orbite ſolaire		Sin. verſ. de l'inclin.	Excentricités.
Orbite ſolaire -	0°	0'	0	*
☿ - - -	1	10	21	206
Équateur ſolaire	2	0	*	*
♂ - - -	3	50	224	93
♄ - - -	3	55	234	56
♃ - - -	4	22	291	49
♁ - - -	5	30	461	17
♀ - - -	6	6	567	7

HYPOTHÈSE II.

	Inclinaiſons.		Sin. verſ. de l'inclin.	Excentricités.
Orb. ☉ - -	0°	0'	0	*
☿ - - -	1	6	19	206
Éq. ☉ - -	2	4	*	*
♂ - - -	3	46	217	93
♄ - - -	3	51	226	56
♃ - - -	4	18	282	49
♁ - - -	5	26	450	17
♀ - - -	6	10	579	7

HYPOTHÈSE III.

	Inclinaiſons.		Sin. verſ. de l'inclin.	Excentricités.
Orb. ☉ - -	0°	0'	0	*
☿ - - -	1	10	21	206
♂ - - -	1	30	35	93
♄ - - -	1	35	39	56
♃ - - -	2	2	63	49
♁ - - -	3	10	153	17
Eq. ☉ - -	4	20	*	*
♀ - - -	8	26	1082	7

Digitized by Google

§. 30. Dans cette 3^{me} hypothèse l'orbite du Soleil est placée entre celles de Mercure & de Mars; celle de Mercure & de Vénus sont du même côté de l'orbite solaire; les autres de l'autre. Je joins la représentation de la 1^{ere} & de la 3^{me} de ces projections hypothétiques. Dans ces deux Figures j'ai représenté le même arc ♅ ♀, lequel est de 11° 36′, divisé par les orbites qui sont censées projetées d'un même point. La Figure 1. représente la première hypothèse & la Figure 2. la troisième. Pl. V. Fig. 1. 2.

§. 31. Ces hypothèses ne sauroient être exactes: 1°. S'il étoit vrai qu'il y eût quelque relation naturelle entre les inclinaisons & les excentricités, celles-ci pourroient néanmoins dépendre de quelqu'autre circonstance concomitante, telle que la distance des planètes, par exemple. 2°. D'ailleurs cette relation n'est pas & ne peut pas être un rapport inverse exact, car le sinus verse d'inclinaison *zéro* ne doit pas donner l'excentricité infinie. 3°. Les excentricités & les inclinaisons ont des inégalités.

§. 32. Cette dernière remarque peut donner lieu de réformer les hypothèses précédentes. Supposons que depuis le temps de la projection l'inclinaison de Mars ait crû de 1° 6′ (comme en effet l'action de Jupiter a dû l'augmenter) on auroit l'hypothèse suivante où les rapports seroient un peu plus approchés.

	Sinus verses de l'inclinaison.	Excentricités.
☿ - - - -	19	206
♂ - - - -	43	93
♄ - - - -	226	56
♃ - - - -	282	49
♅ - - - -	450	17
♀ - - - -	579	7

§. 33. En se livrant aux conjectures, on pourroit tirer de ce changement d'hypothèse une induction sur l'époque de la projection; le mouvement des aphélies donneroit des apperçus de même genre. Mais ce sont là des vues trop hazardées pour que j'ose seulement m'y arrêter un instant (*).

(*) Pour en donner un seul exemple. Supposons que l'orbite de Mars ait constamment augmenté d'inclinaison sur l'orbite solaire de la quantité dont, suivant M. de la Lande, elle di-

Digitized by Google

§. 34. Je ne dirai plus qu'un mot touchant l'hypothèſe que je viens de développer. Les planètes les plus maſſives ſont en général les plus éloignées. Lorsque la comète s'éloignoit, les parties molles ou liquides qu'elle avoit détachées la ſuivoient, mais gravitant vers le ſoleil elles devoient ſe diriger vers lui & ſe raſſembler en maſſes ſphéroïdales. Or de moindres maſſes étant plus voiſines du ſoleil gravitoient vers ce centre auſſi fortement que de grandes maſſes plus éloignées. Ainſi la maſſe ſuffiſante pour que l'action ſupérieure du ſoleil la détachât de la comète étoit plus petite près du ſoleil que loin de cet aſtre.

SECTION III.

Du mouvement du Syſtème ſolaire indiqué par l'obſervation (*).

§. 35. Quoi qu'il en ſoit des hypothèſes précédentes (§§. 29. 30. 32.) ſans doute fort hazardées, c'eſt à l'obſervation ſeule qu'il appartient de déterminer la poſition de l'orbite ſolaire. Car 1°. ces hypothèſes dépendent d'un fait douteux, ſavoir que le ſoleil a reçu un choc. 2°. Même en admettant ce fait; ſi le ſoleil avant d'être frappé avoit un mouvement propre, ces hypothèſes pourroient manquer de fondement légitime.

§. 36. Mais comment l'obſervation décidera-t-elle cette queſtion? Ce ſera en préſentant dans le mouvement apparent des étoiles de légères inégalités aux quantités connues de la préceſſion, de la nutation, de l'aberration, &c. Ces inégalités ſeront elles-mêmes troublées par celles que doit produire le mouvement propre des étoiles. Car ſi le mouvement du ſoleil affecte les étoiles d'une parallaxe, il n'y a pas de raiſon de ſuppoſer que le mouvement des étoiles n'en cauſe aucune au ſoleil. Ce ſont ſans doute ces difficultés préſumées & peut-être l'incertitude des conjectures ſur le mouvement du Syſtème, qui ont empêché les Aſtronomes de tourner leurs efforts vers cette découverte. Mais ſi ce mouvement eſt une ſuite de l'attraction, & ſi l'hypothèſe d'un choc reçu par le ſoleil ne contient rien d'abſurde,

minue ſur l'écliptique, ſavoir de 25″ par ſiècle. Suppoſons auſſi (comme au §. 32.) que cette planète ait été projetée ſous l'angle 1° 40′, en ſorte que cet angle ait crû de 1° 6′. J'en conclurrai qu'il s'eſt écoulé 396000 ans depuis cet événement.

(*) L'extrait de cette Section a été inſéré dans les Éphémérides de Berlin ou *Aſtronomiſches Jahrbuch für 1786.* que M. Bode publie.

ſurde, ſi elle offre même un certain degré de vraiſemblance, il ſemble qu'on ſoit fondé à eſpérer que le mouvement du Syſtème ſe manifeſtera par quelques apparences.

§. 37. En attendant que M. Herſchel ait rendu publiques ſes nouvelles obſervations des fixes (*), nous ne pouvons recourir à aucunes plus exactes qu'à celles de feu M. Mayer. Mais cet illuſtre aſtronome eſt perſuadé, comme je l'ai annoncé ci-deſſus, que les mouvemens apparens des étoiles qu'indiquent les obſervations qu'il a comparées, ſont tout-à-fait inexplicables par l'hypothèſe du mouvement réel de notre Syſtème. Je vais rapporter la raiſon qu'il en donne, en traduiſant ici littéralement ſes expreſſions.

„Si le ſoleil, & avec lui les planètes & la terre que nous habitons, ten-„doient directement vers quelque plage du ciel, toutes les fixes ſemées dans „cette plage paroîtroient s'éloigner peu à peu les unes des autres, & celles „de la plage oppoſée paroîtroient s'approcher mutuellement; ainſi qu'un „homme qui ſe promène dans une forêt voit les arbres qui ſont devant lui „s'écarter & ceux qu'il laiſſe derrière lui ſe rapprocher les uns des autres. „Puis donc que les mouvemens obſervés dans les fixes ne ſont pas ſoumis „à cette loi commune, comme on peut s'en aſſurer en examinant de près „notre Table; il eſt clair que ces mouvemens ne ſont pas purement ap-„parens & ne dépendent pas de cette cauſe ou d'aucune autre cauſe „commune, mais qu'ils ſont propres aux fixes. Quant à la vraie & lé-„gitime cauſe de ces effets, elle ſera peut-être ignorée encore pendant „pluſieurs ſiècles."

§. 38. Tel eſt le jugement que porte M. Mayer de ſes propres obſervations. Elles ne lui paroiſſent pas explicables par un mouvement du Syſtème. Cependant il ſe pourroit que ſans être toutes explicables par cette cauſe, elles offriſſent néanmoins des indices d'un tel mouvement, attendu que le mouvement propre des étoiles, ou même quelqu'autre cauſe, peut occaſionner des exceptions. Mais de plus le raiſonnement ſur lequel M.

(*) Quoique, depuis que ceci eſt *écrit*, j'aie eu occaſion de voir le *Catalogue d'étoiles doubles* de M. Herſchel, je n'en puis tirer aucune conſéquence, parce que cet aſtronome ne l'ayant pas donné dans ce but, s'eſt réſervé de le rédiger à loiſir.

Digitized by Google

Mayer établit ſon jugement, vrai dans un ſens général, ſe trouve faux dans bien des cas particuliers.

Feignons un homme au centre d'un fort grand cercle dénué d'arbres dans ſon intérieur & bordé d'arbres à ſa circonférence; ſi cet homme ſe meut vers un point de la circonférence, les arbres de ce côté-là lui paroîtront s'entr'éloigner, & s'entr'approcher du côté oppoſé. Cela eſt indubitable. Maintenant, au lieu de border la circonférence d'arbres, ſuppoſons ces arbres toujours hors du cercle, mais ſemés à des diſtances fort inégales de cette circonférence & les uns des autres. Cela étant, que l'homme marche vers un point de la circonférence, il eſt bien vrai qu'en général il y aura plus d'écartement du côté où il s'avance & plus de rapprochement de l'autre; mais il n'eſt pas moins vrai qu'il y aura beaucoup d'exceptions.

Pour parler avec plus de préciſion, je dis que dans un eſpace angulaire auſſi petit qu'on voudra l'imaginer, on peut concevoir deux points placés de manière qu'en s'en approchant, ſans ſortir de l'angle donné, les points paroîtront s'approcher l'un de l'autre, & réciproquement.

§. 39. Soient trois étoiles, que pour plus de clarté je déſignerai par les nombres 1, 2, 3. Appelons *a* la diſtance réelle des étoiles 1 & 2, *b* celle des étoiles 2 & 3, & ſuppoſons que les lignes *a* & *b* ſe coupent à angles droits; faiſons paſſer un plan par ces deux lignes & feignons que notre Syſtème (envisagé comme un point) ſe trouve placé quelque part ſur ce plan dans l'angle droit que ces lignes forment. Les deux angles dont le ſommet eſt au Syſtème & auxquels les lignes *a* & *b* ſervent de baſe, changeront à chaque inſtant ſi le Syſtème ſe meut, (du moins dans presque toutes les directions). Le problème à réſoudre eſt de *trouver une direction qui faſſe croître un de ces angles & décroître l'autre dans la proportion fournie par l'obſervation.*

§. 40. Pour y parvenir je me propoſe un problème plus ſimple. *Faire que l'un des angles, (celui qui repoſe ſur la baſe* a*) ne change point, tandis que celui ſur la baſe* b *diminuera conſtamment jusqu'à un certain terme indéfiniment éloigné.* Pour cela il ſuffit de faire paſſer un cercle par le Syſtème & par les extrémités de la ligne *a*. Tant que le Syſtème ſe

Digitized by Google

mouvra sur cette circonférence circulaire, la condition sera remplie, jusqu'au moment où le Système rencontrera la ligne *b*, prolongée s'il est nécessaire. Or comme ce moment dépend de la distance du Système aux fixes, je puis le reculer indéfiniment (*).

§. 41. Si l'on réfléchit à présent que la proportion des lignes *a*, *b*, est une quantité indéfinie & que la position de ces lignes l'est également, on trouvera que le phénomène en question est explicable de plus d'une manière.

§. 42. La lenteur des mouvemens observés & la complication vraisemblable de leur mouvement propre avec l'apparent produit par celui du Système, doivent rendre très-difficile l'estimation de ce dernier mouvement. Toutefois, après avoir bien examiné sous tous les points de vue la Table comparative de M. Mayer, je crois qu'on peut risquer une hypothèse; du moins j'y ai trouvé des mouvemens assez réguliers qui me paroissent mériter l'attention des astronomes, quelle qu'en soit la cause.

§. 43. Il faut se rappeler que dans ce catalogue des différences de position ou des mouvemens des étoiles tant en ascension droite qu'en déclinaison, l'observateur prévient qu'on ne doit avoir égard qu'à celles qui surpassent 10 ou 15″, les autres pouvant provenir de quelqu'erreur d'observation. La plupart des plus remarquables de ces mouvemens sont ceux des étoiles écrites en italiques dans le catalogue en question.

En second lieu il ne faut pas négliger de remarquer qu'une partie de ces étoiles a été observée en 1750. Ce sont celles tirées du catalogue de M. de la Caille & qui sont marquées d'un astérisque dans celui de M. Mayer. Elles offrent proprement un troisième point de la ligne que les astres ont décrite, laquelle étant courbe doit donner des positions diverses à chaque point, mais sans doute voisines à six ans de distance. En effet je préviens d'avance que toutes les exceptions à l'hypothèse que je vais exposer tombent sur cette époque. Je dis les exceptions au-dessus de 10 à 15″, lesquelles sont au nombre de quatre seulement, savoir une en ascension droite & trois en déclinaison. On les trouvera détaillées ci-dessous.

(*) V. la Fig. 4. En prenant *PS* pour la ligne *a* & supposant que le Système se meut dans le cercle *PSAa*. V. aussi la note (*) au §. 47.

Digitized by Google

§. 44. I°. Dans un ſegment ſphérique de 104° d'aſcenſion droite & de 40° de déclinaiſon, depuis *alioth* ou ε de *la grande ourſe* jusqu'à la *luiſante de l'aigle*, on compte dans le catalogue quatre étoiles en italique & trois qui ont un mouvement dans l'un ou l'autre ſens de paſſé 10". En n'envisageant d'abord que les quatre premières, ſavoir *ε de la grande ourſe*, *arcture*, β *du cygne*, la *luiſante de l'aigle*, on trouve que ces quatre étoiles qui forment une eſpèce de parallélogramme ſe ſont entr'écartées par leur mouvement abſolu; de ſorte que les deux angles méridionaux, qui ſont *arcture* & l'*aigle*, ont deſcendu vers le ſud; les deux angles ſeptentrionaux, qui ſont *alioth* & le *cygne*, ont monté vers le nord; les deux angles occidentaux, qui ſont *alioth* & *arcture*, ont marché vers l'occident; des deux angles orientaux, l'un, qui eſt l'*aigle*, a marché vers l'orient; l'autre, qui eſt le *cygne*, n'a point eu de mouvement en aſcenſion droite (*). Cette dernière circonſtance fait que le *cygne* s'eſt un peu rapproché de l'*ourſe*, exception qui reſtreint mon aſſertion ſans la détruire. Si l'on joint à ces quatre étoiles les trois autres, ſavoir γ *du dragon*, la *luiſante de la lyre*, γ *de l'aigle*, on trouve que ces ſept étoiles ſe ſont éloignées les unes des autres, toujours à l'exception de β *du cygne*, qui s'eſt beaucoup éloignée de la conſtellation de l'*aigle*, pour s'approcher un peu des conſtellations plus ſeptentrionales. Il en eſt de même ſi l'on y joint β d'*Hercule* qui eſt compriſe dans ce ſegment, mais dont nous n'avons que le mouvement en aſcenſion droite ſeulement, (celui en déclinaiſon ne ſe trouvant pas marqué dans ce catalogue de Mayer). Il en ſeroit encore de même ſi l'on s'étendoit de quelques degrés plus à l'occident & qu'on y comprît ε de la *grande ourſe*. Toutes ces étoiles, excepté une, ſe ſont éloignées les unes des autres. En ſorte qu'on eſt porté à croire qu'il ſe trouve dans le parallélogramme remarqué un centre duquel les étoiles s'éloignent.

§. 45. II°. Les étoiles de la plage oppoſée au *bouvier* & aux autres conſtellations voiſines que je viens de nommer, ſont celles de cette partie de l'*Éridan* qui eſt ſous la partie antérieure de la *baleine;* entre *Sirius*, β de la *baleine*, le *Phénix* & *le pôle de l'écliptique:* or *Sirius* & β de la *ba-*

(*) Il a eu 3" vers l'occident, mais c'eſt une quantité négligible.

leine ont eu un mouvement considérable pour s'approcher l'une de l'autre, savoir en ascension droite de 1′ 9″; & en déclinaison de 1′ 2″. N'ayant aucune observation plus australe, il faut remonter de part & d'autre un peu vers le nord: nous trouvons immédiatement d'un côté *Procyon*, de l'autre γ du *poisson austral*, qui se sont rapprochés considérablement, savoir de 1′ 26″ en ascension droite, & de 54″ en déclinaison.

§. 46. III°. Considérant maintenant comme une hypothèse à vérifier, que le Système se meut sur une ligne droite de l'*Éridan* vers la *couronne boréale*, ou à peu près du point 50° *asc. dr. & 25° décl. austr.* vers le point 230° *asc. dr. & 25° décl. bor.* (*), j'examine quel mouvement les étoiles intermédiaires doivent avoir.

Je me suppose marcher le long de la trajectoire, la face tournée vers le point boréal, ayant par le zénith la région Arctique. Avançant dans cette position, je vois qu'à ma droite les étoiles doivent diminuer d'ascension droite & augmenter à ma gauche. Cet effet est produit par une double cause, 1°. par la parallaxe en supposant invariable la distance des étoiles. 2°. Par l'approche du soleil vers une région & son éloignement de la ré-

(*) Je conserve cette première détermination, quoique je sache depuis le 23ᵉ Sept. 1783. que M. Herschel a fixé λ d'*Hercule* comme le point auquel tend le Système. 1°. J'ai cru devoir donner mes résultats sans mélange de ceux d'autrui. 2°. Il se pourroit que depuis 1706. à 1756. la trajectoire solaire n'eût pas exactement la même direction que dans ces derniers temps. 3°. λ d'*Hercule* est par les 27° *décl. bor.* 258° *asc. dr.* Il faut convenir qu'une différence de position si petite entre le point de M. Herschel & le mien, peut être regardée ici comme une vraie coïncidence. 4°. Enfin le point déterminé par M. Herschel ne s'accorde pas moins avec les fondemens de l'hypothèse déduite de Mayer que le point que j'avois préféré. — On ne sauroit s'étonner qu'un aussi petit nombre d'observations comparées laisse un certain degré d'indétermination. Il n'en faut pas conclure qu'il y ait rien d'arbitraire dans l'hypothèse. Qu'on essaye de s'en écarter à droite ou à gauche d'une quantité notable & l'on reconnoitra sa nécessité. — On demandera peut-être pourquoi je n'ai pas poussé plus loin les comparaisons commencées par Mayer? Je réponds que la difficulté de ces comparaisons tient à des attentions si délicates qu'il eût été téméraire de les entreprendre sans être très-versé dans la pratique de l'art d'observer. M. Mayer a reconnu que des observations anciennes, celles de Rœmer seules, étoient propres pour cet objet. Et en réduisant ces observations dont Rœmer a donné l'extrait dans son *Triduum*, il a fallu tenir compte des erreurs de son instrument, & d'autres circonstances qu'un excellent astronome peut seul apprécier avec justesse.

Digitized by Google

gion opposée, en supposant que son mouvement ait un rapport fini avec le rayon de la sphère.

Vérifions cet effet. Je ne prends sur le catalogue que les différences au-dessus de 15″, puisqu'au-dessous l'observateur ne s'y fie pas. Partant du 50° d'ascension droite & observant successivement les étoiles qui se trouvent placées à ma droite, voici comme vont les différences (*);

1.	*Gémeaux* μ	asc. dr.	92°	diff.	— 16″
2.	*Sirius* -	- -	99	-	— 37
3.	*Castor*	- -	110	-	— 24
4.	*Procyon*	- -	112	-	— 33
5.	*Pollux*	- -	113	-	— 48
6.	*Grande ourse* ι	-	130	-	— 54
7.	*Hydre* ζ	- -	131	-	— 23
8.	*Régulus*	- -	149	-	— 16
9.	*Grande ourse* ε	-	191	-	— 33
10.	*Arcture*	- -	211	-	— 71

Telle est la marche uniforme & sans aucune exception qu'offre le catalogue.

Si l'on jette les yeux sur les différences de 15″ ou au-dessous, on en trouvera 20 négatives & seulement 10 positives, savoir au-dessous de 16″ & au dessus de 9″, deux de chaque espèce, au-dessous de 10″, 18 négatives & 8 positives seulement: en sorte que ces légères exceptions peuvent aisément provenir d'erreurs d'observation, ou du moins s'expliquer par quelqu'autre cause tenant sans doute à la diversité des distances ou à quelques mouvemens propres.

Maintenant voici le catalogue correspondant des différences pour les étoiles de la gauche:

(*) Les *différences* de position des étoiles aux deux points de temps en question, étant un mouvement apparent des étoiles; la direction de ce mouvement est indiquée dans le catalogue de Mayer par les signes + & —, le premier indiquant pour les ascensions droites une marche en *conséquence*, & le second, une marche en *antécédence*.

1.	*Persée* α	asc. dr.	47°	diff.	+ 16″
2.	*Baleine* α	- -	42	- -	+ 16
3.	*Baleine* β	- -	8	- -	+ 32
4.	*Cassiopée* β	- -	359	- -	+ 34
5.	*Poissons* γ	- -	346	- -	+ 53
6.	*Fomahand*	- -	341	- -	+ 21
7.	*Pégase* ζ	- -	337	- -	— 20
8.	*Capricorne* δ	- -	323	- -	+ 24
9.	——— γ	- -	322	- -	+ 19
10.	*Cygne* ε	- -	309	- -	+ 18
11.	*Luisante de l'aigle*	-	295	- -	+ 32

Ainsi dans ce catalogue, comme dans le précédent, (à une seule exception près, qui est celle de *Pégase* ζ) toutes les différences sont telles que nous les attendions d'après notre hypothèse. L'observation de cette étoile *Pégase* ζ n'est pas de M. Mayer, mais de M. de la Caille à 6 ans de distance. (Il y a une faute d'impression à cet endroit du catalogue de Mayer, où l'on a écrit 336° au lieu de 337° (*)).

Si j'avois compté celles au-dessous de 16″, j'en aurois trouvé 14 positives & 13 négatives, dont au-dessous de 16″, & au-dessus de 9″, il y en a 6 de la première espèce, 5 de la seconde. Au-dessous de 10″, il y en a 9 de chaque espèce. Ces légères exceptions ne sauroient empêcher de reconnoître ici une loi commune. Sans doute les étoiles ont un mouvement propre; mais (à l'exception de ζ de *Pégase*,) celles dont M. Mayer nous a donné les variations, semblent affectées de quelque mouvement apparent indépendant de leur mouvement réel, puisque d'une part ces variations sont constamment négatives & de l'autre constamment positives. Il n'y a je crois qu'une parallaxe & une approche qui puissent produire cet effet. Et je n'en puis imaginer d'autre cause que le mouvement du Système.

§. 47. IV°. *Sirius* & *Procyon* sont deux belles étoiles éloignées en ascension droite d'environ 3° & en déclinaison de 22°. En sorte qu'elles

(*) Il y a une autre faute d'impression à η de la *grande ourse*, seconde colonne 204° 38′. *lisez* 204° 28′. Item, *Leporis* β déclin. + *lisez* —, & à la différence — *lisez* +.

ſont très-voiſines angulairement, & leur éclat fait penſer qu'elles ſont l'une & l'autre voiſines du Syſtème, à peu près à la même diſtance, & vraiſemblablement pourtant *Sirius* un peu plus proche, vu ſa grande ſplendeur, ſes changemens de couleur, &c. Ces deux étoiles ont un mouvement qui répond à toutes ces indications; car le mouvement de *Procyon* tant en aſcenſion droite qu'en déclinaiſon eſt égal à celui de *Sirius* à un douzième près. Et ces deux étoiles s'éloignent un peu l'une de l'autre; ce qui eſt naturel, *Sirius* ſe trouvant un peu plus avancé par rapport à nous que ne l'eſt *Procyon* (*).

D'autres étoiles comparées donneroient des réſultats analogues, quoiqu'aucune n'en donne d'auſſi frappans. P. ex. *Caſtor* & *Pollux* ſont éloignés en aſcenſion droite de 3° & en déclinaiſon de 2°; on pourroit ſoupçonner que *Caſtor* comme un peu plus brillant eſt auſſi un peu plus voiſin que *Pollux*. Celui-ci s'offre le premier ſur la route du Syſtème. Or on remarque que les mouvemens de ces deux étoiles ſont dans le même ſens & que leurs diſtances ne varient pas ou diminuent imperceptiblement, comme cela eſt naturel d'après la poſition que je viens de dire. Cependant com-

Fig. 4 (*) La Figure 4. eſt deſtinée à repréſenter cette poſition & en même temps elle peut ſervir à éclaircir la propoſition contenue au §. 40. dont elle offre un cas particulier. Dans cette Figure la ligne tT repréſente la Trajectoire du *Syſtème* allant de t vers T. Le point A eſt le *Syſtème* en 1706, a le *Syſtème* en 1756. Cette ligne Aa n'eſt donnée que de direction & non de grandeur; ainſi celle que j'ai repréſentée eſt arbitraire. On peut dire ſeulement qu'elle eſt limitée par les approximations qu'on pourroit faire de la parallaxe du grand orbe. S eſt l'étoile *Sirius*; P *Procyon*. A la vérité ces deux étoiles ne ſont pas préciſément ſur le même cercle ayant le diamètre tT, mais il s'en faut de très-peu. ASa eſt la parallaxe ſyſtématique de *Sirius*; APa la parallaxe ſyſtématique de *Procyon*. L'une & l'autre pendant l'eſpace de 50 ans. On ſent aiſément que ces angles n'expriment que le rapport & non la quantité abſolue de ces parallaxes, qui ne diffèrent que d'un douzième.

On peut remarquer ſur cette Figure, en la ſuppoſant ſuffiſamment exacte, 1°. que *Procyon* eſt plus éloigné de nous que *Sirius*. 2°. Que les diſtances de ces étoiles au *Syſtème* ſont entr'elles comme $AP : AS = 5 : 3$ environ. 3°. Que *Sirius* eſt, à peu près, à égale diſtance de *Procyon* & du *Syſtème*. 4°. Que la ligne Aa étant toute entière dans le cercle $PSAa$, les deux étoiles ont dû avoir un petit mouvement pour s'entr'éloigner. 5°. Qu'il arrivera un moment intéreſſant à obſerver, auquel le *Syſtème* (en ſuppoſant pour cet eſpace ſa trajectoire rectiligne) parviendra au point α. Et que dès lors ces étoiles acquerront un mouvement pour s'entr'approcher.

Digitized by Google

comme *Pollux* a plus de mouvement que *Caſtor*, ce qui ne ſe peut s'il eſt plus éloigné, on peut ſoupçonner que l'un ou l'autre a quelque mouvement abſolu.

En général, de ce côté du ciel où ſe trouvent *Sirius*, *Procyon*, les *gémeaux*, les mouvemens ſont viſiblement réguliers & s'accordent parfaitement avec notre hypothèſe.

§. 48. V°. Il me reſte à parler du mouvement en déclinaiſon. Et j'ai réſervé cet article pour le dernier, parce qu'il eſt plus compliqué que les autres.

Le mouvement en déclinaiſon offre deux élémens à diſtinguer.

1°. Tout le plan de l'équateur ſe mouvant parallèlement à lui-même vers le pôle boréal, il en doit réſulter une diminution générale de déclinaiſon boréale dont le *maximum* eſt à l'équateur & les *minima* (= *zéro*) ſe trouvent aux pôles.

2°. Le Syſtème s'avançant vers un point boréal, que j'appellerai *A*, les étoiles ſituées entre *A* & le pôle boréal doivent augmenter en déclinaiſon; depuis le pôle jusqu'au point *a* placé à 180° de méridien du point *A*, les étoiles diminuent en déclinaiſon boréale. Du point *a* au pôle auſtral, elles augmentent en cette même déclinaiſon boréale, & du pôle auſtral en continuant vers le point *A* les étoiles diminuent toujours en déclinaiſon boréale.

Y ayant ici deux cauſes agiſſantes, il y a pour chaque étoile un *maximum* de l'action de ces cauſes combinées qui (à diſtances égales du centre) dépend de leur poſition angulaire.

Je ne prétends pas entrer ici dans un grand détail, mais je vais faire voir 1°. qu'en général les étoiles diminuent en déclinaiſon boréale. 2°. Que ſur un même méridien ce mouvement paroît avoir ſon *maximum* à l'équateur & ſon *minimum* au pôle. 3°. Que dans les cas d'exception, les étoiles qui ſont dans des poſitions pareilles ont à peu près des mouvemens en déclinaiſon pareils & tels qu'on doit les attendre.

§. 49. Premier point. *Les étoiles diminuent en déclinaiſon boréale.*

1°. Le plus grand mouvement en déclinaison qui est celui d'Arcture est négatif (*).

2°. Cette plus grande différence est presque le triple de la plus grande positive. Savoir *Arcture* — 1′ 55″
Cygne β + 0 43.

3°. Il y a trois différences négatives plus grandes que la plus grande positive.

4°. Le nombre des différences positives surpassant 15″ est 3, celui des négatives 12.

5°. Au-dessous de 16″ il y a 32 différences positives & 25 négatives.

6°. Au-dessous de 16″ & au-dessus de 9″, il y a 9 différences positives & 8 négatives.

Des quatre premières remarques il résulte clairement que les étoiles ont une tendance marquée à diminuer en déclinaison boréale. Les exceptions, & entr'autres celles de la 5ᵉ & 6ᵉ remarque, font voir qu'il y a une cause qui contrarie cette tendance générale en quelques cas particuliers. Du reste il faut toujours se rappeler que les différences au-dessous de 15″ & surtout de 10″ méritent peu d'attention, l'observateur ayant averti qu'il n'y a pas confiance.

§. 50. Second point. *Sur un même méridien, il paroît que le maximum du mouvement en déclinaison est aux étoiles équatoriales & le minimum aux étoiles circonpolaires.*

1°. *Procyon*, *Pollux*, *Castor* sont placés sur des méridiens qui ne diffèrent pas de trois degrés. Leurs déclinaisons sont toutes boréales & croissent dans l'ordre où je les ai nommés. Or leurs mouvemens en déclinaison, qui sont tous dans un même sens, c'est-à-dire vers le sud, décroissent précisément dans le même ordre; comme on peut le voir par la Tabelle ci-jointe:

(*) Quant à la déclinaison les signes + & — ont un double usage. 1°. Joints à la suite du nombre qui exprime la déclinaison d'une étoile, ces signes indiquent son espèce, + signifiant *boréale* & — *australe*. 2°. Lorsque ces signes sont mis devant les *différences* ou mouvemens en déclinaison, + signifie un mouvement du sud au nord & — un mouvement du nord au sud.

Procyon	décl. bor.	5°	51′	mouvement sud		47″
Pollux	-	28	36	-	-	16
Castor	-	32	24	-	-	1

2°. Si on joint à ces trois étoiles *Sirius* qui est à 16° 23′ de déclinaison australe, on lui trouvera 52″ de mouvement, aussi dans le même sens que les précédentes. Cette quantité se trouve un peu trop forte; mais aussi le voisinage probable de *Sirius*, joint à sa position en ascension droite qui est de 13° moins avancée que *Procyon*, suffit pour expliquer ce léger excès.

3°.	*Gémeaux*	γ	décl. bor.	17°	mouv.	sud	24″
	——	β	-	29	-	-	16
	——	α	-	32	-	-	1

4°. Entre 0° & 21° sud & nord je trouve les variations suivantes en déclinaison toutes vers le sud, en négligeant celles au-dessous de 15″.

Bélier γ	décl.	18°	5′	+	mouv.	sud	29″
Taureau α	-	16	0	+	-	-	18
Gémeaux γ	-	16	35	+	-	-	24
Grand chien α	-	16	23	—	-	-	52
Petit chien α	-	5	51	+	-	-	47
Bouvier α	-	20	30	+	-	-	115
Aigle γ	-	10	2	+	-	-	20
Pégase ε	-	8	45	+	-	-	28
Capricorne δ	-	17	13	—	-	-	17

Dans cette zone de 42° je ne trouve que la seule étoile ζ de l'*Hydre* qui ait eu un mouvement remarquable en sens contraire, c'est-à-dire de 24″ vers le nord, circonstance qui paroît indiquer un mouvement propre pour cette étoile.

Depuis le 21° jusqu'au pôle je trouve

Taureau η	décl. bor.	23°	20′	mouv.	—	16″
Gémeaux β	-	28	36	-	—	16
Cygne β	-	27	26	-	+	43
— ε	-	33	2	-	+	30
Andromède α	-	27	45	-	—	21

Quoique cette Table soit tout-à-fait irrégulière, on en peut conclure 1°. que dans une zone arctique de 69° en déclinaison on a observé de beaucoup moindres variations en déclinaison que dans la zone équatoriale de 42°. Sans doute que l'attention donnée aux étoiles zodiacales est en grande partie cause de cette différence; mais il paroît aussi que la raison que je discute y influe. En effet, des 80 étoiles qu'offre le catalogue de M. Mayer, il y en a 29 qui sont hors de cette zone équatoriale de 42°; & comme cet astronome a puisé ses comparaisons dans le catalogue de la Caille aussi bien que dans le sien, il ne s'est pas borné ici aux étoiles zodiacales. Il a entr'autres examiné le mouvement de l'étoile polaire, qui est très-petit & vers le nord. 2°. L'irrégularité même des mouvemens dans ce cas, indique que la cause qui tend à diminuer uniformément les déclinaisons boréales, agit moins dans la zone polaire.

Il me semble donc que des quatre remarques que je viens de faire on peut légitimement inférer, qu'en effet celui des élémens du mouvement en déclinaison qui est constant vers le sud a son *maximum* à l'équateur & son *minimum* vers le pôle boréal. Quant à l'austral, nous manquons totalement d'observations comparées; nous n'avons pour le présumer que l'analogie, & l'argument qu'on pourroit tirer de la comparaison de deux étoiles seulement, savoir *Sirius* & δ du *capricorne*.

§. 51. Troisième point. *Dans la même position les étoiles ont des changemens en déclinaison analogues.*

Je ne répéterai pas ce que j'ai dit de *Sirius* & *Procyon;* de *Castor* & *Pollux;* je me borne à celles qui font exception.

Les deux plus grandes exceptions à la règle de diminution sont

Cygne β	diff.	+	43″
Cygne ε	diff.	+	30.

Or ces deux étoiles sont voisines étant ainsi placées

Cygne β	asc. dr.	290°	décl. bor.	27°
Cygne ε	-	309	-	33

Et si le point *A* auquel tend le Système est par les 25° de déclinaison, comme nous avons été conduits à le supposer, ces deux étoiles se trouvant

entre le point *A* & le pôle boréal, devoient en effet moins décroître en déclinaiſon boréale, par la ſeconde cauſe que j'ai indiquée.

Le défaut d'obſervations comparées près du pôle auſtral nous ôte le moyen de vérifier l'hypothèſe dans toutes ſes parties, comme nous l'avons fait pour l'aſcenſion droite. C'eſt principalement les mouvemens en ce dernier ſens que préſente la Figure deſtinée à éclaircir notre hypothèſe. Fig. 3.

§. 52. Il ſemble que ce peu d'obſervations comparées ſuffiſe pour rendre probable 1°. que le Syſtème ſe meut dans une direction voiſine de celle que j'ai indiquée. 2°. Qu'il eſt actuellement près de *Sirius*, de *Procyon*, d'*Arcture*; 3°. & s'il eſt permis d'ajouter un mot de conjecture plus hazardée, il ſemble qu'on peut préſumer que le ſoleil ſe meut en antécédence autour d'*Arcture*, ou du moins autour d'un centre de gravité commun à ces brillantes étoiles qui occupent la plage du ciel où les mouvemens en aſcenſion droite ſont rétrogrades, telles qu'*Arcture*, *Régulus*, *Procyon*, *Sirius*; ſi cela étoit, il ſe pourroit qu'en certains points de ſon orbite le Syſtème s'approchât aſſez d'elles, ſur-tout de la plus éclatante, pour qu'on pût expliquer par là ce que la tradition rapporte des influences de cette étoile (*).

§. 53. Cette dernière réflexion me paroît s'accorder avec celles que je faiſois *a priori* dans les Sections I. & II. Car 1°. ſi le ſoleil a été choqué, il eſt vraiſemblable que c'eſt par l'effet de l'attraction (§. 15.). Vu ſa maſſe, & la rapidité de ſa rotation, il eſt vraiſemblable que cet aſtre a perſiſté dans la direction qu'il avoit avant le choc. Il n'y a pas de raiſon de ſuppoſer qu'il ait été atteint d'un côté plutôt que de l'autre; il étoit donc également probable avant le choc que les planètes détachées de ſa maſſe iroient dans le même ſens que lui, ou dans le ſens oppoſé. 2°. La 3[e] hypothèſe (§. 29.) place l'écliptique à 3° 10′ de l'orbite ſolaire. Maintenant ſi l'on fait paſſer un plan par la trajectoire ſolaire que l'obſervation nous a fournie & par *Arcture*, on trouvera que ſon inclinaiſon ſur l'équateur eſt

(*) On pourroit également ſuppoſer que *Sirius* eſt au foyer de l'orbite ſolaire. Mais en ce cas le Syſtème ſeroit dans la branche aſcendante, par conſéquent retardé; ce qui détruiroit ce que je dis plus bas de l'effet de l'aberration croiſſante (§. 54.).

Digitized by Google

plus grande que celle de l'écliptique ſur le même cercle à peu près de cette quantité-là.

§. 54. Je joindrai une obſervation tendante à prévenir l'objection tirée des petits mouvemens qui ne paſſent pas 15" & qui choquent nos ſuppoſitions. A la vérité M. Mayer nous autoriſe à n'y pas faire attention & de plus on peut les attribuer au mouvement propre de ces fixes. Néanmoins peut-être leur trouvera-t-on une cauſe dépendante de celle même à laquelle ces mouvemens ſemblent faire objection. La cauſe que j'ai en vue eſt l'aberration de la lumière produite par l'accélération du Syſtème. Pour s'aſſurer de la poſſibilité de cette cauſe, il faut obſerver 1°. que les fixes très-éloignées peuvent n'être affectées d'aucune parallaxe par le mouvement du Syſtème & qu'en ce cas l'aberration (quelque petite qu'on la ſuppoſe) repouſſant les étoiles dans le ſens oppoſé à la parallaxe, agiroit ſeule. 2°. Il n'y a point de limite aſſignable à l'action de cette cauſe. En effet, ſuppoſons la parallaxe de l'orbite terreſtre inſenſible & inférieure à 1". Suppoſons qu'en 50 ans la parallaxe de l'orbite ſolaire ait été de 50" (*). En ce cas le Syſtème eſt mu d'une viteſſe égale au moins au tiers de celle de la terre, & peut-être égale ou ſupérieure à toute la viteſſe de la terre. Cela étant, le ſoleil aura décrit quelques centaines de demi-diamètres de l'orbite terreſtre. Dans un ſi grand eſpace ne peut-il pas avoir reçu une accélération capable de produire une aberration de quelques ſecondes?

§. 55. Je trouve dans le Mémoire de Mayer qui ſert de baſe à mon hypothèſe une remarque qu'on pourroit prendre pour une véritable objection & qu'il eſt bon de relever. *Il eſt à remarquer*, dit cet illuſtre obſervateur, *que les fixes qui ont un mouvement propre ne ſont pas ſeulement du nombre de celles qu'on rapporte à la première ou ſeconde grandeur, deſquelles le mouvement pourroit (à raiſon de leur plus grande proximité préſumée) nous paroître plus rapide; mais qu'il s'en trouve auſſi du nombre des*

(*) Par Arcture le mouvement auroit été d'environ 135" en 50 ans. J'en attribue 50" à la parallaxe, 50" au rapprochement, 35" au mouvement propre de l'étoile, déduites les inégalités d'aberration, &c. Cet apperçu n'eſt pas contredit par le mouvement des autres étoiles. *Sirius* & *Procyon* donnent un peu plus de 1' de parallaxe. *Caſtor*, 24". *Poiſſons* γ, 53". *Pollux*, 54" environ &c.

moins brillantes, dont la vîteſſe n'eſt pas inférieure à celle de quelques unes des plus brillantes; & parmi ces dernières, il en eſt qui paroiſſent demeurer en repos (*).

Les faits les plus ſûrs & les conſéquences les plus juſtes ſemblent établir que le ſoleil vu de la diſtance des étoiles les plus voiſines, ou ſeroit imperceptible à l'œil nu, ou auroit tout au plus l'apparence d'une étoile de la cinquième ou ſixième grandeur. Si ce réſultat (fondé ſur la limite appréciable de la parallaxe du grand orbe & ſur la diminution de la lumière par la diſtance) ſi, dis-je, ce réſultat eſt faux, le fait du moins eſt poſſible. Cela étant, il ne peut paroître extraordinaire que pluſieurs étoiles des moindres grandeurs ſoient autant ou plus voiſines que celles de la première & qu'elles aient en conſéquence autant ou plus de mouvement. De même, ſi nous nous tranſportons par la penſée dans *Sirius*, que diverſes raiſons font juger voiſine & beaucoup plus grande que le ſoleil, on n'a pas de raiſon de croire que de ce centre on ne découvrît aucune étoile beaucoup plus grande encore. Par conſéquent, il eſt très-poſſible que les étoiles les plus éloignées paroiſſent des premières grandeurs & que par là quelques unes de celles-ci aient peu ou point de mouvement apparent. Je conviens que la règle générale doit être au contraire que les plus brillantes ſoient les plus proches, parce que la diſtance fait diminuer l'éclat dans une raiſon beaucoup plus forte que les volumes ne l'augmentent (**); mais il peut, & on pourroit preſque dire il doit y avoir des exceptions. Ce qui ſuffit pour réſoudre l'objection. D'ailleurs la nature propre de l'étoile peut ajouter à ſa clarté indépendamment de ſon volume. On doit auſſi faire attention à la poſition de ces étoiles qui peut être telle relativement à l'orbite du Syſtème qu'elle influe peu ſur leurs mouvemens. Par exemple, dans l'hypothèſe

(*) Mayeri *Opera inedita*. Vol. I. p. 78.

(**) Ainſi M. Herſchel eſt bien fondé à eſtimer en général les diſtances par les grandeurs. D'ailleurs cet aſtronome a bien ſenti ſans doute qu'en prenant des étoiles très-voiſines angulairement il falloit de deux choſes l'une, ou qu'elles fuſſent placées à des diſtances très-différentes de notre Syſtème, ou qu'elles euſſent un mouvement très-rapide autour de leur centre commun de gravité. L'un & l'autre cas ne peut qu'offrir des réſultats très-curieux & dignes de la ſagacité d'un tel obſervateur.

que j'ai déduite des obſervations de M. Mayer, *Aldébaran* & la *chèvre* ſe trouvant fort près du méridien dans lequel s'eſt mu le Syſtème, ont eu peu de mouvement en aſcenſion droite. La déclinaiſon de *Rigel* devoit changer en moins par le mouvement de l'équateur, en plus par l'augmentation de diſtance, qui la rapprochoit d'*Aldébaran* & de l'équateur. Enfin quelques unes de ces étoiles ayant vraiſemblablement des mouvemens ſenſibles, il eſt naturel que tantôt ils augmentent & tantôt ils diminuent le mouvement apparent qui réſulte de celui du Syſtème dont ces mouvemens peuvent être envisagés comme des inégalités à ajouter ou à ſouſtraire.

§. 56. Pour confirmer ces remarques il faudroit rapporter tous les mouvemens des étoiles à un cercle perpendiculaire à la trajectoire hypothétique du ſoleil, ſoit par de ſimples réſolutions de triangles ſphériques, ſoit auſſi mécaniquement, en élevant ſur un plan des perpendiculaires inflexibles dont les extrémités repréſenteroient les étoiles. On placeroit & proportionneroit ces aiguilles perpendiculaires ſuivant la poſition connue de chaque étoile & ſuivant la quantité de leur parallaxe ſéculaire. Cette *machine hélioplanétaire* ſeroit une repréſentation plus fidelle du Syſtème du monde que celles qu'on a pu faire avant d'avoir une donnée ſur les rapports des diſtances des étoiles fixes. Pour connoître leurs diſtances abſolues, (c'eſt-à dire relatives à la diſtance du ſoleil,) il faudra avoir déterminé la parallaxe annuelle ou trouvé quelque phénomène qui puiſſe en tenir lieu. Au centre de la machine hélioplanétaire ſeroit placé le Syſtème ſolaire repréſenté par un cercle orienté par rapport aux étoiles de la machine, comme l'équateur terreſtre l'eſt par rapport à celles du monde.

§. 57. Il paroît que le mouvement du Syſtème doit tôt ou tard avoir quelques conſéquences en Aſtronomie. 1°. En donnant un moyen de déterminer avec un nouveau degré d'exactitude les poſitions des fixes. 2°. L'attraction du centre autour duquel roule notre Syſtème ne peut-elle point cauſer quelqu'évection ou quelque eſpèce d'inégalité dans le mouvement des planètes? Quoique je trouve une indication pareille dans les *Lettres cosmologiques de M. Lambert* (p. 161.), l'immenſe diſtance du centre paroît la rendre inutile. 3°. En admettant que quelques comètes nouvel-

les

Digitized by Google

les ſe forment par la rencontre d'un corps étranger à notre Syſtème & projeté de manière à paſſer dans la ſphère de ſon attraction, ne doit-il pas arriver qu'il y ait plus de comètes du côté où tend le Syſtème que du côté oppoſé (*)? 4°. Le mouvement du ſoleil eſt-il uniforme, ou accéléré, ou retardé? c'eſt ce que l'on ſaura peut-être bientôt & dès que quelqu'aſtronome aura répété le travail de M. Mayer (**). Car ſes obſervations ſont de l'année 1756. Et il les a comparées à celles faites un demi-ſiècle avant lui. Par conſéquent, ſi le mouvement eſt uniforme, les différences devront être un peu plus que la moitié de celles qu'il a trouvées & peut-être ſeront-elles aſſez ſenſibles pour fonder une aſſertion à cet égard. 5°. Quel intervalle de la trajectoire du Syſtème ſera néceſſaire pour déterminer ſa nature? il ſemble que ſi le mouvement ſe trouve uniforme, on a quelque raiſon de la préſumer à peu près circulaire. 6°. Quand & comment pourra-t-on décider ſi & comment ſe meut le foyer de cette orbite? 7° Quelle eſt la diſtance & la maſſe du corps le plus voiſin de ce foyer? — Voilà des queſtions qui pourront occuper les aſtronomes des temps à venir. Voici une application plus immédiate.

§. 58. La *parallaxe périodique* produite par la révolution de la terre eſt tantôt additionnelle & tantôt ſouſtractive de la *parallaxe ſéculaire* (***) produite par le mouvement du Syſtème; ſavoir, additionnelle à peu près dans les premiers ſignes & ſouſtractive dans les derniers. Ces deux quantités étant l'une & l'autre fort petites, leurs différences ſont ſans doute inappréciables; mais il eſt probable, qu'avec des inſtrumens excellens, des aſtronomes auſſi habiles que le ſont ceux de notre ſiècle pourront obſerver la ſomme de ces deux quantités (****). Il faut néanmoins remarquer que ceci eſt dit dans la ſuppoſition que depuis l'an 1756 le Syſtème n'a pas

(*) J'ignore ce qu'enſeigne à cet égard l'obſervation. — Il paroît que pluſieurs de ces comètes pourroient être hyperboliques &, par conſéquent, ne revenir jamais.

(**) C'eſt donc ce que M. Herſchel a vraiſemblablement déjà découvert.

(***) Je dis *ſéculaire* par relation à la parallaxe du grand orbe ſeulement; car d'ailleurs je ſuis bien perſuadé que celle de l'orbite ſolaire ſe montrera tôt ou tard périodique.

(****) L'ingénieux procédé de M. Herſchel lui fera probablement appercevoir juſqu'à des différences de 5 à 10 tierces, & rend peut-être inutile la précaution que j'indiquois.

changé de direction (*). Cela étant, c'eſt de Mai en Octobre qu'il conviendroit de faire cette recherche.

SECTION IV.

Remarque ſur les viteſſes projectiles des petits corps.

§. 59. Les corps que nous voyons & meſurons ne ſont pas la limite des corps exiſtans. Il en eſt de plus grands & de plus petits. Les faits préſentent les uns & les autres comme doués d'attraction. Il y a donc des Syſtèmes de grandeurs fort diverſes. Et nous ne pouvons point aſſigner de bornes. Nous ne ſommes pas en droit de nier que chaque petite portion d'eſpace vide qui ſépare deux élémens des corps ſenſibles n'offre des phénomènes analogues à ceux des grands eſpaces de l'Univers.

§. 60. Les petites molécules d'un corps ſont plus denſes que les corps; les phénomènes permettent de ſuppoſer la poroſité des grands corps indéfiniment grande, & prouvent qu'elle eſt en effet très-grande; en ſorte qu'on peut concevoir la matière non ſeulement de la terre, mais de l'Univers comme moindre qu'une quantité donnée. On peut donc, en diminuant une molécule du globe terreſtre, par exemple, augmenter indéfiniment le rapport de ſa denſité à la denſité de tout le globe. Et en établiſſant des diſtances convenables entre chaque molécule on peut concevoir qu'un projectile extraordinairement petit, doué d'une viteſſe quelconque, s'approche aſſez de la molécule en queſtion pour qu'il ſoit forcé de céder à ſon attraction & de décrire autour de ce centre une ſection conique (**).

§. 61. La lumière eſt dans ce cas. Sa petiteſſe, ſa compoſition, la régularité de ſa réflexion, &c. ne permettent pas de penſer qu'elle puiſſe

(*) C'eſt ce qui paroît ſe trouver vrai, puiſque les obſervations de M. Herſchel toutes récentes ont déterminé la même route.

(**) Le même phyſicien que j'ai cité à la fin du précédent Mémoire, a été conduit par le ſeul fait de la cohéſion à eſtimer la denſité des particules intégrantes des ſolides plus de mille trilions de fois ſupérieure à la denſité du globe terreſtre. D'où il ſuit que (malgré la différence des volumes) près du contact, l'action de la particule eſt plus d'un million de fois ſupérieure à l'action de la terre; en ſorte que le petit projectile qui paſſe à cette diſtance n'eſt pas tant dévié par le globe terreſtre qu'une comète aſſez voiſine du ſoleil peut l'être par l'action de Jupiter, ou même par celle de la terre.

Digitized by Google

être réfléchie à la manière des corps élastiques (*); l'introduction des forces répulsives dans la nature ne paroît être qu'une représentation hypothétique d'un phénomène dépendant originairement de l'attraction ou de quelqu'impulsion immédiate (**). La lumière est un corps doué d'attraction. Par conséquent, si elle passe près d'un corps de la nature des particules terrestres, elle sera dans le cas d'un projectile lancé près d'un centre d'attraction. Il paroît donc que la lumière doit décrire autour des molécules les plus denses des corps des sections coniques, p. ex. des hyperboles.

§. 62. Je demande maintenant si cette remarque ne pourroit point s'appliquer à deux phénomènes d'optique. Le premier est celui des *alternatives de facile réflexion & de facile transmission* si bien analysé par Newton (***). Le second est celui de l'égalité de l'angle d'incidence à celui de réflexion que ce philosophe a posé en principe, se contentant seulement de montrer qu'on ne pouvoit le déduire de l'élasticité.

§. 63. Le premier phénomène est celui-ci. Si l'on a une couche d'air dont l'épaisseur aille en croissant en raison arithmétique; 1°. si on laisse tomber sur cette couche un seul rayon coloré quelconque, ce rayon est alternativement transmis & réfléchi plusieurs fois depuis la moindre épaisseur jusqu'à la plus grande. 2°. Choisissant une épaisseur donnée, elle transmet de préférence une couleur & en réfléchit une autre. 3°. Il résulte de là que si on laisse tomber un rayon blanc sur la couche d'air, il offre plusieurs suites successivement réfléchies des couleurs prismatiques plus ou moins décidées.

§. 64. Chaque rayon étant supposé ne différer d'un autre qu'en masse (****), une force attractive trop foible ne peut réfléchir un rayon donné. Trop de particules attractives l'absorbent. Il y a donc un *maximum* d'épaisseur auquel tel rayon donné sera réfléchi. L'épaisseur 1 réflé-

(*) *Newtoni Optices* L. II. P. III. Prop. 8.

(**) C'est là sans doute ce qui engageoit Newton à indiquer une explication mécanique du phénomène des alternatives de réflexion & de transmission de la lumière. *Ibid. fin. Quæst.* 21.

(***) *Ibid.* L. II. P. I. II.

(****) *Ibid. fin. Quæst.* 13.

Digitized by Google

chit le *bleu*, laiſſe paſſer les autres rayons; 2 abſorbe le bleu, réfléchit le *verd*, laiſſe paſſer les autres; 3 abſorbe le bleu & le verd, réfléchit le *jaune;* 4 abſorbe ceux-ci, & réfléchit le rouge; mais laiſſe paſſer un rayon de lumière *blanche* qui s'eſt trouvé dans des circonſtances telles qu'il n'a pas été décompoſé par les premières couches; 5 réfléchit le *bleu* de ce nouveau rayon blanc. Et ce bleu mêlé au rouge précédent, lequel n'eſt pas lui-même bien pur (*), rend la limite *blanchâtre;* 6 réfléchit le *verd* de cette même partie. Ainſi de ſuite.

§. 65. Quant à l'égalité des angles d'incidence & de réflexion, c'eſt la propriété particulière des miroirs. Non que chaque élément des corps non-polis ne ſoit ſoumis à la même loi, mais parce qu'elle n'eſt obſervable que dans les autres avec exactitude. Le poli en diminuant les grandes inégalités, diminue les ſurfaces qui réfléchiſſoient la lumière, il augmente la transparence. Un plus grand nombre de rayons doit pénétrer au delà de ces inégalités dans la maſſe du corps & y trouver par conſéquent des couches d'une épaiſſeur ſenſiblement égale. Ainſi ces projectiles lancés parallèlement autour de centres d'attraction pareils, doivent être réfléchis de même, ou décrire des branches d'orbites aſcendantes parallèles entr'elles.

§. 66. Je hazarde ces deux remarques uniquement comme des exemples à ajouter à ce qui a été dit touchant la poſſibilité d'appliquer l'attraction aux phénomènes de la répulſion.

Et je termine ce Mémoire en répétant que ſi les métaphyſiciens tournoient leurs recherches vers l'origine des mouvemens que les phyſiciens admettent comme hypothèſes, ils ſimplifieroient probablement les principes de la ſcience, en rapportant au choc tous les phénomènes de la nature.

(*) *Ibid.* L. II. P. II. *init.*

Errata:

Pag. 425. note (***) l. 3. douce *corrigez* douze.
— 447. note (*) l. *ult.* & à la différence — *liſez* + *corrigez* & à la différence + *liſez* —.

Digitized by Google

Explication de la Figure 3.

1. Cette Carte repréſente à la fois l'hémisphère boréal convexe & l'hémiſphère auſtral concave, le pôle au centre.

2. Les lignes pointées expriment les mouvemens en longitude & latitude.

3. Les lignes continues expriment le mouvement de l'étoile du point non-marqué vers le point où eſt la lettre qui ſert d'indice.

4. L'échelle de ces mouvemens ou *différences* eſt la projection de l'arc de 90° du méridien ſur lequel les degrés ſont notés, en prenant une diviſion de 10° pour l'arc d'une minute.

5. Cette échelle étant fort grande il en réſulte qu'en déclinaiſon certaines étoiles paroiſſent s'éloigner, qui cependant s'approchent, comme *e* & *ζ*. Il faut ſe ſouvenir que ces mouvemens étant fort petits par rapport à la diſtance des étoiles entr'elles, toutes les fois que les étoiles marchent en ſens contraire en déclinaiſon, elles s'approchent en ce ſens-là.

6. Aux points de l'hémiſphère auſtral on n'a point exprimé les mouvemens en déclinaiſon, pour éviter une abſurdité apparente. Ainſi tous les mouvemens en déclinaiſon ſont ſur l'hémiſphère boréal.

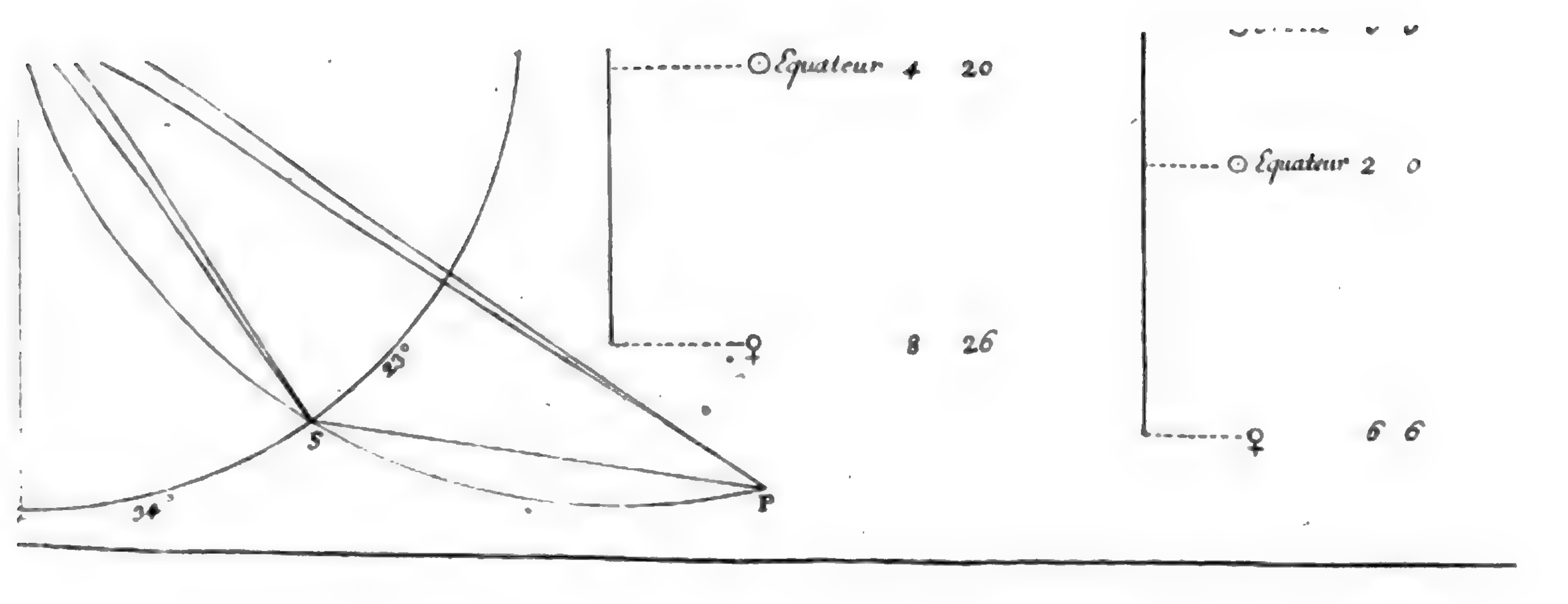
7. A tous les points de l'hémisphère auſtral on a joint le mot *ſud*.

8. On a joint à chaque point une flèche qui indique à la fois la direction des mouvemens en aſcenſion droite repréſentés ſur des lignes parallèles à la direction du Syſtème, & en même temps la quantité de ces mouvemens meſurée ſur le plan ſans raccourci & ſur une plus longue échelle.

Digitized by Google

TABLE RELATIVE A LA FIGURE 3.

Indices.	Noms des étoiles.	Différences en Ascension droite.	Différences en Déclinaison.	Depuis 1706 jusqu'en	Observées par Messieurs	Dans l'hémisphère.
a	Pôle de l'écliptique	*	*	*	*	Sud
b	Gémeaux μ	— 16″	+ 15″	1756	Mayer	Nord
c	Sirius gr. chien α	— 37	— 52	1756	Mayer	Sud
d	Castor gémeaux α	— 24	— 1	1756	Mayer	Nord
e	Procyon pet. chien α	— 33	— 47	1756	Mayer	Nord
f	Pollux gémeaux β	— 48	— 16	1756	Mayer	Nord
g	Gr. ourse ι	— 54	— 8	1750	la Caille	Nord
h	Hydre ζ	— 23	+ 24	1750	la Caille	Nord
i	Régulus lion α	— 16	+ 10	1756	Mayer	Nord
k	Alioth gr. ourse ε	— 33	+ 10	1750	la Caille	Nord
l	Arcture bouvier α	— 71	— 115	1756	Mayer	Nord
*	230° d'ascension droite, 25° décl.	0	0	*	*	Nord
m	Hercule β	+ 14	*	1750	la Caille	Nord
n	Dragon γ	+ 12	— 2	1756	Mayer	Nord
o	Lyre α	— 3	+ 14	1756	Mayer	Nord
p	Cygne β	— 3	+ 43	1750	la Caille	Nord
q	Aigle γ	— 3	— 20	1750	la Caille	Nord
r	Altair aigle α	+ 32	— 4	1756	Mayer	Nord
s	Cygne ε	+ 18	+ 30	1750	la Caille	Nord
t	Capricorne γ	+ 19	+ 9	1756	Mayer	Sud
u	Capricorne δ	+ 24	— 17	1756	Mayer	Sud
x	Pégase ζ	— 20	— 13	1750	la Caille	Nord
y	Fomahand verseau α	+ 21	— 5	1756	Mayer	Sud
z	Poissons γ	+ 53	+ 7	1756	Mayer	Nord
α	Cassiopée β	+ 34	*	1750	la Caille	Nord
β	Baleine β	+ 32	+ 10	1750	la Caille	Sud
γ	Baleine α	+ 16	+ 1	1756	Mayer	Nord
δ	Persée α	+ 16	— 1	1756	Mayer	Nord



Digitized by Google

Sur les principes de la THÉORIE DES GAINS FORTUITS.

PAR M. PREVOST.

SECOND MÉMOIRE.

SECTION IV.
Examen de quelques difficultés.

§. 1.

On peut gager 671 contre 625, ou un peu plus de 1 contre 1, d'amener au moins une fois une face déterminée d'un dé cubique en jouant quatre coups. Jac. Bernoulli se propose là-dessus une objection qui consiste en une opposition apparente qu'il trouve entre cette assertion & celle de l'égale possibilité des six faces. Car, sur 600 jets, la face déterminée doit, à fortune égale, arriver 100 fois; mais il semble d'un autre côté qu'elle doive n'arriver que 75 fois, puisque sur quatre jets l'on peut gager 1 contre 1 qu'elle ne s'y trouvera pas.

La réponse à cette objection est évidemment que dans les quatre jets consécutifs où la face déterminée arrive, elle peut arriver plus d'une fois.

Jac. Bernoulli fait une réponse différente.

§. 2. „Je pose en fait, dit ce géomètre, que, lorsqu'on joue à fortune égale, sur 600 jets la face *A* doit arriver 100 fois. Mais je nie que, si l'on gage d'amener une fois la face *A* en quatre jets, il soit besoin pour cela de jeter le dez quatre fois. Car le 1^er^, le 2^d^, le 3^e^ jet peuvent amener la face *A*, auquel cas le reste de ce quadrille de jets s'impute

au quadrille fuivant, en forte qu'il faut moins de 8 jets pour gagner & perdre une fois. Pour faire l'application de cette remarque, fuppofons que dans tous les quadrilles qui me feront gagner, la face *A* vienne juftement du premier jet; je gagnerai 100 fois en 100 jets: & des 600 jets, il en reftera 500 dans lesquels *A* ne fe trouvera point; ce nombre étant divifé par 4, fait voir que je perdrai 125 fois. Maintenant fuppofons que dans les quadrilles qui me font gagner, la face *A* vienne conftamment au 4ᵉ jet; pour gagner 100 fois, j'emploierai 400 jets; & des 600 jets, il n'en reftera que 200, lesquels divifés par 4, indiqueront ma perte, qui fe trouvera ainfi égale à 50. Par conféquent, puisqu'en jouant en quatre coups, au bout d'un long nombre de parties, tantôt je gagne, tantôt je perds; je concluds qu'il fe peut bien faire qu'on joue à fort égal à cette condition. Au contraire, fi l'on gageoit d'amener la face *A* en trois coups, à la vérité on trouveroit des cas où l'on pourroit en faifant 600 jets gagner autant que perdre; mais dans tous les autres cas beaucoup plus nombreux, on perdroit beaucoup plus qu'on ne gagneroit; d'où il fuit qu'on ne pourroit jouer ce jeu-là qu'avec perte." (*Ars conj.* p. 26.).

§. 3. *Obfervations fur cette réponfe de J. Bernoulli.*

S'il fuit de la 1ère hypothèfe de la théorie des gains fortuits (Sect. I. §. 7. *Mém. de* 1780. p. 436.) qu'on fuppofe toutes les combinaifons complètes, le principe d'où l'Auteur part eft différent de celui de cette théorie; ainfi cette réponfe porte fur une hypothèfe différente de celle de la propofition qu'elle défend; elle n'eft donc pas précifément celle qu'exigeoit l'objection. C'eft ce que je ferai mieux fentir par une réfutation indirecte.

§. 4. D'abord la comparaifon que fait l'Auteur du cas où l'on joue en trois coups au cas où l'on joue en quatre coups, n'eft pas concluante; car il y a une infinité de cas où en jouant un nombre de coups différent de celui qu'indique le calcul, & en raifonnant comme le fait Bernoulli dans cette réponfe, il fe trouve que tantôt le nombre des coups de perte furpaffe celui des coups de gain, tantôt inverfément. Par exemple, fuppofons un dez de 10,000 faces. On peut gager un contre un d'amener une fois la face *A* en 6936 coups, en forte que fur 1,000,000 de jets, fi l'on joue à for-

Digitized by Google

fortune égale, on peut s'attendre 1°. à amener 100 fois la face A, 2° à trouver autant de combinaifons de 6936 coups offrant la face A que de pareilles combinaifons où cette face ne fe trouve point. C'eft donc ici le même cas que celui de l'objection. Et fi l'on fuppofe qu'on recommence à chaque fois que A arrive, fans jouer le refte des 6936 coups, on pourra appliquer à cette objection la réponfe de J. Bernoulli. Or je dis que cette réponfe fera auffi applicable fi l'on gage d'amener la face A en 6937 coups, ou en 9998 coups, ou en tout autre nombre de coups placé entre ces limites. C'eft ce dont il eft facile de s'affurer par un feul effai & en fuivant pas-à-pas la réponfe que je difcute.

Mais cet argument prouve fimplement que la confidération du cas où l'on joue en trois coups n'ajoute aucune force au raifonnement. En voici un qui attaque ce raifonnement même.

§. 5. Suppofons quatre pontes gageant contre un même banquier fur les mêmes jets de dé, chacun en faveur d'une face différente. Chacun de ces quatre pontes peut gager un contre un ou un peu plus, d'amener une fois au moins en quatre jets la face pour laquelle il parie. Au bout d'un grand nombre de parties, comme par exemple, de 600, s'ils jouent à fortune égale (pour me fervir de l'expreffion de notre Auteur) ni les pontes, ni le banquier ne doivent perdre. Cependant il eft manifefte qu'il n'y aura aucune partie où le banquier ne foit obligé de compléter les quatre jets, pour fatisfaire à fes conventions avec tous les pontes; donc la fuppofition que le banquier doit en quelque cas ne pas compléter les quatre jets, ne pouvoit fervir de réponfe à la difficulté propofée.

§. 6. *Du cas où l'on ne complète pas toutes les combinaifons.*

La manière de jouer admife dans la réponfe de J. Bernoulli que j'ai rapportée, eft certainement celle qui a lieu le plus communément dans la pratique des jeux de hazard; j'ai donc cru pouvoir joindre ici quelques obfervations fur cette hypothèfe.

D'abord en ne jouant pas de coup inutile on économife le temps; il y a un gain réel pour celui des deux joueurs dont le fort eft d'ailleurs avanta-

geux. Mais la remarque ſuivante, qui eſt indépendante de celle-ci, eſt la ſeule qui demande quelque développement.

§. 7. Suppoſons deux joueurs gageant d'amener n fois l'évènement A en x coups & que l'un ne joue aucun coup inutile, tandis que l'autre achévera toutes les parties de x coups, ſoit qu'il gagne ou non avant le dernier coup.

1°. Si l'eſtimation du ſort de ces deux joueurs donnoit pour ces eſpérances deux valeurs différentes, il en réſulteroit une conſéquence étrange, ſavoir que le point du temps auquel on ſe place pour commencer chaque partie, n'eſt pas indifférent au joueur.

2°. Pour eſtimer ſuivant les principes du calcul le ſort d'un joueur qui n'achèveroit pas les coups de chaque partie, il faudroit ſuppoſer qu'il jouât de la ſorte ſur toutes les combinaiſons, ſoit en achevant chaque combinaiſon complète, ſoit en faiſant ſur chacune un nombre égal de parties; en eſtimant d'ailleurs convenablement celles qui reſteroient indéciſes.

3°. Ayant fait cet eſſai, j'ai toujours trouvé que le ſort du joueur n'eſt point altéré par cette innovation; ainſi, quoique ſon ſort ſoit calculé d'après une autre hypothèſe, tous les réſultats de ce calcul m'ont paru s'appliquer également à celle-ci.

4°. Cependant il faut remarquer que cela n'eſt exactement vrai que dans la ſuppoſition que je viens de dire, ſavoir lorsque toutes les combinaiſons concevables ſont ſuppoſées avoir lieu, & que les parties indéciſes ſont eſtimées conformément aux principes du calcul.

§. 8. Pour m'expliquer plus clairement je prendrai un exemple ſimple. Je ſuppoſe qu'on jette une pièce marquée A, B, & qu'on gage d'amener la face A une fois au moins en deux coups. Je ſuppoſe encore qu'on faſſe de la ſorte m parties conſécutives, par exemple, *deux* parties.

En ce cas, ſi le joueur s'obligeoit à jeter ſa pièce quatre fois de ſuite quoi qu'il arrive, ces quatre jets offriroient 16 combinaiſons concevables. Et ſi le même joueur jouoit 16 fois de ſuite ou 16 m fois, le calcul ſup-

pose que ces 16 combinaisons arriveroient chacune une fois dans le premier cas, *m* fois dans le second cas. (Sect. I. §. 7.)

On peut donc envisager en quelque sorte le joueur comme tirant dans une loterie où les billets rapporteroient le gain de chacune de ces combinaisons. Or le gain moyen de ces combinaisons est toujours proportionnel au nombre des parties faites; en d'autres termes, lorsqu'on fait plusieurs parties, le rapport du gain moyen à la perte moyenne est toujours égal à celui qui a lieu lorsqu'on ne fait qu'une partie.

§. 9. J'ai douté d'abord qu'il en fût de même lorsqu'on n'achevoit pas les coups de chaque partie; mais j'ai reconnu que ce doute n'étoit pas fondé tant qu'on remplissoit la double condition de jouer sur toutes les combinaisons & d'estimer les parties indécises suivant les principes du calcul. Il est cependant des cas très-compliqués où je ne sais si la suppression des coups inutiles ne changeroit point les résultats. Quoi qu'il en soit, si dans l'exemple allégué les 16 combinaisons ne reviennent pas également souvent; les deux hypothèses, je veux dire les deux manières de jouer sans achever ou en achevant chaque combinaison, feroient souvent varier le produit. Le moindre essai sur quelques combinaisons suffira pour s'en convaincre. Dans la réponse de J. Bernoulli, par exemple, cet auteur prend les cas extrêmes de perte & de gain, savoir 1°. 100 *A* successifs suivis de 500 autres faces, 2°. 100 quadrilles de jets terminés par *A*, suivis de 200 autres faces (§. 2.).

Si dans le premier cas le joueur avoit accompli les jets de chaque partie, son gain auroit été quatre fois moindre & sa perte la même. Dans le second cas, son sort n'eût point changé. Il n'y auroit donc pas eu de compensation dans ces cas extrêmes, & le joueur qui auroit achevé ses quatre coups à chaque partie, n'auroit pas tant gagné que l'autre.

Or 600 n'est pas la moitié de la quatrième puissance de 6; ainsi dans 600 coups, loin que toutes les combinaisons de quatre jets s'y trouvent, il ne s'y en trouve pas la huitième partie. Donc il se peut bien qu'il n'y ait pas compensation entre le sort de deux joueurs qui s'en tiendroient à

ce nombre de coups. En effet, si un même joueur fait 600 coups, (supposant qu'il joue à fortune égale) il a bien droit de s'attendre à 75 combinaisons où A se trouve & à 75 où A ne se trouve pas. Mais s'il n'achève pas les combinaisons & qu'il recommence à tout coup gagnant, son sort doit être différent.

Il paroît que cette différence dépend de deux circonstances; savoir 1°. du nombre des combinaisons homonymes; 2° du nombre des faces du dé, ou plus généralement de la probabilité de l'évènement au premier coup.

§. 10. Supposons qu'on fasse m coups en achevant toutes les combinaisons à un jeu où les combinaisons homonymes soient très-fréquentes. Par exemple, qu'on gage avec un dé cubique marqué A, B, &c. d'amener la face A en jouant quatre coups; supposons qu'on amène par préférence les combinaisons de cette forme $AAAA$, $BBBB$, &c. En ce cas le joueur fera un gain inférieur à celui que le calcul lui promettoit; car s'il n'amenoit que de pareilles combinaisons, il ne gagneroit que tous les six coups & non tous les deux coups & même plus. On peut conclure de cet exemple que, toutes choses égales, plus les chances homonymes sont fréquentes, plus le joueur qui finit les combinaisons joue avec désavantage.

Si le joueur n'achève pas les combinaisons, mais recommence après chaque gain, la fréquence des chances homonymes est également en ce cas un désavantage pour lui. Car il gagne 4 parties sur 9, au lieu de 1 sur 2 que lui promettoit le calcul. Mais son désavantage est beaucoup moindre que celui du joueur qui achève.

Voilà pour ce qui regarde ce premier élément, en y joignant les assertions inverses; savoir, que celui qui joue en achevant gagne & que celui qui joue sans achever perd, lorsque les chances homonymes sont plus rares que le calcul ne les suppose: sans affirmer cependant que ces gains & pertes se balancent.

§. 11. Voyons maintenant comment le nombre des faces du dé influe sur la différence des résultats de nos deux hypothèses.

Digitized by Google

Supposons que chaque face du dé se répète m fois de suite, par exemple 20 fois, en sorte que le joueur amène 20 A, puis 20 B & ainsi de suite. Supposons qu'il gage un contre un d'amener au moins une fois la face A dans le nombre de coups déterminés par le calcul & qui dépend du nombre des faces du dé. Si le joueur achève toutes les combinaisons; tant que le nombre des coups de chacune est $\lessdot$ 20, ce nombre influe peu ou même n'influe point sur son sort. Au contraire, si le joueur recommence après chaque gain, il lui est très-avantageux que le nombre des coups à faire (ou le nombre x (§. 7.)) soit grand, & par conséquent il paroît que nous pouvons poser pour principe que, si les suites homonymes sont très-longues & très-fréquentes, plus le dé aura de faces, plus le sort du joueur qui recommence après chaque gain sera avantageux.

Si le nombre des coups à faire (ou x (§. 7.)) surpasse le nombre des coups de chaque suite homonyme; si, par exemple, en ce cas chaque combinaison avoit plus de 20 coups, le joueur qui les achève toutes perdroit moins qu'auparavant & toujours moins en augmentant le nombre des coups de chaque combinaison, jusqu'à ce qu'enfin il gagneroit plus que la mise calculée, & en augmentant encore il gagneroit toujours.

Il paroît donc que, si le nombre des coups de chaque combinaison est plus grand que celui des suites homonymes, ou en général si les suites homonymes sont courtes & rares, l'avantage qui résulte du nombre des faces du dé pour le joueur qui n'achève pas sera insensible ou nul, même enfin négatif. Si donc le nombre des faces du dé est très-petit, cet élément n'a aucune influence; ou s'il en a quelqu'une, elle est en sens contraire de celle qu'à cet élément lorsque le nombre des faces du dé est grand.

§. 12. De tout ce que je viens de dire il me semble qu'on peut conclure que, si l'on joue avec un dé à une, deux, trois, ou quatre faces, en plusieurs coups, on sera en droit de poser les thèses suivantes, qui peuvent devenir usuelles.

1°. Si les combinaisons homonymes sont plus rares au jeu en question que le calcul ne les suppose, & qu'on achève toutes les combinaisons, on gagnera plus que la mise calculée.

2°. Inversément; si l'on gagne plus que la mise calculée en achevant toutes les combinaisons, on peut en conclure que les combinaisons homonymes sont plus rares que le calcul ne les suppose.

3°. A ce même jeu, on gagnera moins, si l'on recommence après chaque gain.

4°. Et si l'on joue avec un dé d'un nombre considérable de faces; lorsque les suites homonymes sont fréquentes mais moins longues que le nombre des coups à jouer, le joueur qui n'achève pas toutes les combinaisons a un grand avantage.

§. 13. On peut inférer de ces quatre positions,

1°. Que le moment où l'on commence une partie de jeu n'est pas toujours indifférent lorsqu'on en joue plusieurs de suite.

2°. Que, dans la plupart des jeux de hazard qu'on joue en plusieurs coups combinés, le joueur qui recommence après chaque gain & qui viole par conséquent l'hypothèse du calcul, obtiendra cependant communément un gain plus rapproché de l'espérance calculée que le joueur qui achève toutes les combinaisons.

3°. Qu'en général la mise calculée sera trouvée un peu foible dans la pratique.

§. 14. Je rendrai compte dans un autre Mémoire de quelques expériences faites pour vérifier ces résultats. Je me contenterai d'indiquer ici celle qu'allègue M. d'Alembert dans ses *Opusc. Mathém.* T. IV. p. 290. Et je finis par un exemple de l'influence qu'a sur le sort l'interruption des parties dans des circonstances assez voisines peut-être de celles qu'occasionnent la plupart des jeux ordinaires.

Si l'on joue avec la pièce marquée *A*, *B*, on peut d'après l'hypothèse du calcul gager 3 contre 1 d'amener la face quelconque *A* en jouant deux coups. Mais puisqu'à certains jeux il faut exclure quelques chances homonymes, rapprochons-nous de cette position & admettons que sur huit coups joués de suite on trouvera toujours quatre *A* & quatre *B*. Et d'abord supposons que le joueur s'engage à compléter chaque couple de deux coups, soit que *A* arrive au premier ou non.

Huit choses semblables quatre à quatre offrent $\frac{1.2.3.4.5.6.7.8}{1.2.3.4.1.2.3.4} = 70$ combinaisons. En les déployant nous en trouverons 48, dans lesquelles le rapport du nombre des parties de gain au nombre des parties de perte sera $= 3 : 1$; 16, dans lesquelles il y aura quatre parties de gain & point de parties de perte; 6, où 2 de gain sur 2 de perte. Ainsi le nombre des parties de gain sera $3.48 + 4.16 + 2.6 = 220$. Le nombre des parties de perte sera $48 + 2.6 = 60$. En sorte que le rapport du nombre des parties de gain au nombre de parties de perte sera de $220 : 60 = 11 : 3$. Par conséquent, on peut gager 11 contre 3, rapport $> 3 : 1$.

Si l'on étoit convenu de recommencer une nouvelle partie après chaque gain, il se seroit trouvé évidemment la moitié de tous les jets qui auroient fait gagner chacun une partie, ce qui fait 280 parties de gain: si ensuite on parcourt toutes les combinaisons, on y trouvera 80 parties de perte, & 24 parties non terminées, qui valent chacune $\frac{1}{2}$, en sorte que j'en imputerai la moitié à gain & l'autre moitié à perte. D'où il résulte que le rapport du gain à la perte sera celui de $292 : 92 = 73 : 23$.

Ce rapport est fort différent du premier. Il s'est rapproché du rapport calculé ($3 : 1$). Et cela est naturel, vu la diminution des chances homonymes & la petitesse de la probabilité primitive (§. 12.).

§. 15. Ces résultats supposent qu'aux jeux qu'ils apprécient, on ne doit pas s'attendre à une chance homonyme plus longue que quatre *A* consécutifs. Ils supposent d'ailleurs qu'on ne tient pas compte de la plus ou moins grande fréquence des chances homonymes inférieures. Le 1er de ces élémens est assez facile à déterminer par l'expérience & ses variations ne compliquent pas fort le calcul; mais le 2d, c'est-à-dire la diminution graduelle de fréquence de chaque chance particulière, a les deux inconvéniens contraires.

* * *

J'indiquerai dans un dernier Mémoire sur ce sujet quelques applications des réflexions précédentes, & je dirai un mot de quelques difficultés d'un autre genre.

Digitized by Google

SUPPLÉMENT

au

Mémoire sur l'origine des forces projectiles contenant quelques recherches sur le mouvement du Système solaire, par M. Prevost, p. 422.

Dans une Lettre du 23^{e} Mai (insérée au *Journal des Savans, Juillet 1783. p. 1440. de l'Éd. in-8vo.*) M. Herschel écrivoit à M. de la Lande. „En „comparant ensemble les observations du mouvement propre des étoiles fai„tes par divers astronomes, & spécialement celles qui sont dans les Oeuvres „posthumes de Tobie Mayer, j'ai reconnu que la plupart de ces mouvemens „propres peuvent s'expliquer en tout ou en partie, en supposant que le so„leil se meut vers la région de l'étoile λ d'Hercule, &c."

Ce volume du *Journal des Savans* ne m'étant parvenu que ce 26 Nov. 1783. trop tard pour changer mon Mémoire qui est achevé d'imprimer, & assez tôt pour y ajouter cette note; je me borne, en consignant ici l'article qu'on vient de lire, à réparer une omission involontaire. J'ai ignoré complètement que M. Herschel eût fait usage, pour découvrir le mouvement du Système, d'autres observations que les siennes. Les avis moins détaillés du *Journal de Paris* & autres, (*astr. Jahrb.* 1786.) ne me l'avoient point fait soupçonner. Il suffira de prévenir ici le Lecteur que la remarque qui m'a été fournie par le Catalogue comparatif de Tob. Mayer (Sect. III. de ce Mém.) ne doit plus être envisagée que comme une exposition anticipée de celle de M. Herschel.

NOU-

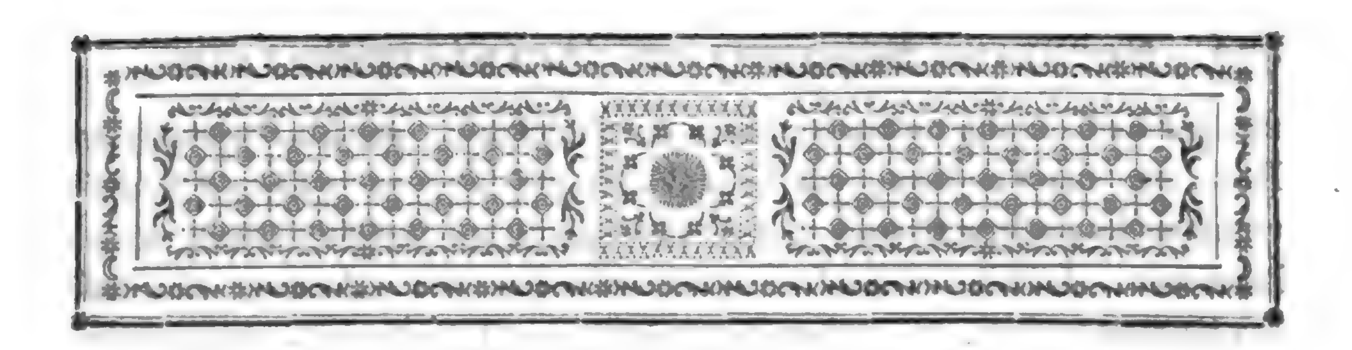
Digitized by Google

NOUVEAUX
MÉMOIRES
DE
L'ACADÉMIE ROYALE
DES
SCIENCES
ET
BELLES-LETTRES.

CLASSE
DE BELLES-LETTRES.

Digitized by Google

Digitized by Google



DISSERTATION
ſur les révolutions des États & particulièrement ſur celles de l'Allemagne.

Lue dans l'Aſſemblée publique de l'Académie des Sciences & des Belles-Lettres, le 30. Janvier 1783,

POUR L'ANNIVERSAIRE DU ROI.

PAR M. DE HERTZBERG,
Miniſtre d'État & Membre de l'Académie.

C'eſt une opinion vulgaire & générale, que tous les États & Pays de l'Univers ont ſubi depuis leur exiſtence quelques révolutions totales plus ou moins grandes; c'eſt à dire, qu'ils ont changé d'habitans, de nations, de maîtres, de gouvernement, de langue & de religion, & qu'ils ne ſont plus occupés par leurs habitans primitifs, mais que ceux-ci ont été englobés par leurs vainqueurs & fondus dans leur maſſe. Cette opinion eſt aſſez fondée ſur l'hiſtoire de la plus grande partie des pays connus. Les Gaules ne ſont plus habitées par les anciens Celtes, ni l'Eſpagne par les Celtibériens. Les premières ont été ſucceſſivement conquiſes & peuplées, d'abord par les Romains & enſuite par les nations Teutonnes des Goths, des Bourguignons & des Francs. L'Eſpagne & la Luſitanie ont ſubi le même

fort par les Colonies ou par les armes des Phéniciens, des Carthaginois, des Romains, des Vandales, des Visigoths & des Sarazins. Dans l'Ile Britannique les anciens Bretons ont dû faire place aux Anglo-Saxons & aux Normans. L'Italie ne conserve plus de ses premiers habitans, ni même des Romains, jadis les maîtres du monde, que le nom de quelques villes; elle a subi les révolutions les plus fréquentes & les plus totales par les conquêtes successives qu'y ont faites les nations boréales des Ostrogoths, des Longobards, des Francs, des Normans & des Allemands. Toute la côte connue de l'Afrique septentrionale depuis le détroit de Gibraltar jusqu'à l'Égypte & aux embouchures du Nil, toute la Grèce & la Thrace, l'Asie mineure, les Arménies, la Syrie, toute la Perse, toutes les Indes, tous ces vastes pays ne sont plus possédés par leurs habitans & Souverains primitifs; mais ils ont éprouvé la révolution la plus totale par la conquête qu'en ont faite les Sarazins, les Turcomans & les Tartares, les premiers sortis de l'Arabie, & les deux autres, qui sont à peu près la même nation, étant venus de la grande Scythie ou Tartarie d'aujourd'hui & des montagnes du Caucase. Le vaste Empire de la Chine a peut-être le plus conservé de ses anciens habitans; mais elle a été conquise & elle est gouvernée à présent par la nation étrangère des Tartares Mancheoux. Il n'est pas possible de juger des révolutions qui se sont passées dans la grande Scythie ou Tartarie d'à présent, vu l'éloignement de ce pays & le manque total de culture & d'historiens, à moins qu'on ne s'abandonne à l'imagination vive & féconde de Messieurs de Bailli & Court de Gebelin. Du moins l'ancienne histoire de la Russie, qui faisoit partie de la grande Scythie, & celle de la Pologne, (la Sarmatie ou la Bastarnie des anciens,) offre une tradition très détaillée de la conquête de ce pays faite par des nations étrangères. Il est décidé & notoire que la Dacie, la Pannonie & l'Illyrie des anciens ont été conquises & repeuplées par les Esclavons & par les Huns, qui ont donné le nom moderne de Hongrie à la plus grande partie de ce pays. Même le nouveau monde, qu'on appelle Amérique, a éprouvé ces vicissitudes. Les trois grands Royaumes du Mexique, du Pérou & du Brésil ont été conquis & repeuplés, ou à parler plus juste, dépeuplés par les Espagnols & les

Digitized by Google

Portugais. Le nouvel État naiſſant de l'Amérique ſeptentrionale a eu le même ſort, d'avoir perdu presque tous ſes habitans indigènes; mais il a été d'autant mieux repeuplé par les Anglois, les François & les Allemans. Les nations errantes & ſauvages qui occupent l'intérieur & quelques côtes de l'Amérique & de l'Afrique, ainſi que les îles & pays peu connus des mers du Sud, du Nord & des Indes, ont ſelon toute apparence auſſi eſſuyé leurs changemens & leurs révolutions plus ou moins grandes; mais elles n'entrent point en ligne de compte pour cette partie du monde habité, qui fait une ſorte de ſociété générale des nations. Elles en ſont trop éloignées & elles y ont trop peu d'influence pour que j'aye beſoin de m'y arrêter & de les faire entrer dans mon calcul.

Après avoir ainſi repaſſé & mis ſous un même point de vue toutes les parties & toutes les nations du monde connu, & après leur avoir appliqué mon principe, ou ſi l'on veut, mon hypothèſe, il ne reſte plus que notre Patrie, la *Germanie* des Romains, l'*Allemagne* moderne, (qu'on devroit plutôt appeler *Teutonie* (*) & l'ancienne *Scandinavie* (**), ou les Royaumes modernes de Danemarc & de Suède. C'eſt cette Teutonie & la Scandinavie, c'eſt la nation Teutonne, qui ſeule fait une exception à ma règle générale. Elle eſt la ſeule nation de l'Univers connu qui n'ait jamais éprouvé la révolution totale & le changement général des autres nations. La Teutonie n'a jamais été entièrement ni pour longtems conquiſe ou aſſujettie par une nation étrangère. Les Romains n'ont étendu leur Empire que jusqu'au Danube & au Rhin, & n'ont fait que des incurſions & des ex-

(*) Parce que ce nom vient du fondateur de toute la nation, *Tuiscon;* qu'il a été porté même dans les anciens temps par la nation particulière des *Teutons,* & que dans notre propre langue nous nous appelons encore aujourd'hui *Teutſche* & le pays *Teutſchland.* On voit par le ch. 2. de la Germanie de *Tacite,* que ce n'a été que la petite nation des *Tungres* ſur le Rhin qui a pris le nom de *Germains*, lequel les Romains ont donné enſuite à toute la nation Teutonne, ſans que peut-être celle-ci l'ait connu pendant longtemps. Les *Allemans* n'étoient auſſi qu'une nation particulière de la Teutonie, dont le nom a été appliqué par des étrangers ignorans à toute la nation Teutonique.

(**) *Ptolomée, Pline* L. IV. ch. 13. *Cellarii Geographia antiqua* L. II. c. 5. Outre les témoignages des anciens hiſtoriens, on n'a qu'à comparer la langue, les mœurs & le caractère pour ſe convaincre que les Danois, les Suédois & les Normans ſont une même nation avec les Teutons ou Germains.

Digitized by Google

péditions momentanées au delà de ces deux fleuves, & ils y ont toujours été repoussés par les Germains. Du côté septentrional, les Slaves ou Venèdes n'ont étendu leur domination que jusqu'à l'Elbe, & ils ont été ensuite reconquis & subjugués par les Germains. Ainsi on peut soutenir avec toute la vérité historique, que la *Grande Germanie*, ou la Teutonie proprement dite, qui comprend cette vaste étendue de pays entre le Rhin, le Danube & l'Elbe, est toujours restée intacte, libre, & véritablement Germanique ou Teutonne. J'ai déjà allégué qu'elle n'a jamais été subjuguée par les Romains. La seule époque où elle peut l'avoir été entièrement, c'est lorsqu'Attila, Roi des Huns, passa par la Germanie dans les Gaules, pour être repoussé & battu près de Châlons; mais cette domination a été si passagère, qu'elle n'a peut-être pas duré un an. Pendant tous les siècles de l'Ère Chrétienne jusqu'à l'établissement de la grande Monarchie des Francs, la Teutonie n'a été habitée que par les nations Teutonnes des Francs, des Allemans, des Saxons, des Thuringiens & des Bojens ou Bavarois, & elle n'a été dominée que par des Souverains issus de ces mêmes nations. Si la Germanie a été réunie dans le 7[me] & 8[me] siecle à la Monarchie des Francs; si elle a été gouvernée pendant deux siècles, soit conjointement avec la France, soit séparément par les Rois Francs de la famille Carlovingienne, il est notoire que les Francs & leurs Rois ont été d'une nation entièrement Teutonne d'origine & de langue. Les Rois ou Empereurs Charlemagne & Louis le Débonnaire, qui ont possédé la Germanie & les Gaules ensemble, ont regardé la Germanie comme leur principal État & y ont passé une grande partie de leur règne. Leurs successeurs ont même, après le partage de Verdun fait en 843, établi une ligne qui a particulièrement régné en Allemagne, de sorte que la Germanie a été aussi gouvernée par ses propres Rois Teutons jusqu'à l'extinction de la famille Carlovingienne en 911. Tout connoisseur de l'histoire Germanique sait que depuis cette époque & depuis l'élection de Conrad I. jusqu'à nos jours, l'Allemagne n'a eu d'autres Souverains, Rois ou Empereurs, que des Princes de sa propre nation, savoir les Empereurs des Maisons de Saxe, de Franconie, de Suabe, de Luxembourg, de Bavière & d'Autriche. Pendant toute cette longue suite

de ſiècles la nation Teutonne a reconquis ſes anciennes poſſeſſions jusqu'aux Alpes, au delà du Rhin, au delà de l'Elbe, & vers la Viſtule. Elle y a rétabli ſa langue & ſa domination; elle a même étendu la dernière plus loin jusqu'en Italie, & elle a formé ce Corps conſidérable d'États confédérés qui s'appelle aujourd'hui l'Empire Germanique, en conſervant auſſi ſa langue dans les pays d'origine Teutonne, qui par les révolutions du temps ſe ſont détachés du Corps Germanique, tels que l'Helvétie ou la Suiſſe, toute la Belgique confédérée, le Schleswig, la Pruſſe, la Courlande & la Livonie.

Il eſt naturel & dans l'ordre des choſes qu'un pays qui n'a jamais été conquis ou aſſujetti par une nation étrangère plus nombreuſe que l'indigène, ait toujours été habité par la même nation depuis ſon origine. Je crois avoir conſtaté cette thèſe à l'égard de la Teutonie par la précédente récapitulation générale de ſon hiſtoire; mais je puis la prouver encore par une autre induction également forte & concluante; c'eſt que la préſente nation Teutonique conſerve encore la même langue dont elle s'eſt ſervie du temps de Jules Céſar, de Tacite, de Pline, de Ptolomée, ou dans cette époque la plus reculée dans laquelle les hiſtoriens & géographes Grecs & Romains font la première mention de ce peuple.

Cette aſſertion paroît difficile à prouver, parce que comme les premiers Teutons manquoient abſolument de culture, d'écriture & d'hiſtoriens, nous n'avons aucune hiſtoire ni autre monument entièrement écrit en langue Teutonne, depuis le commencement de l'Ère Chrétienne jusqu'au huitième ſiècle, ſi ce n'eſt peut-être la verſion Gothique des Évangiles, qu'on attribue à l'Évêque *Ulphilas* du quatrième ſiècle, duquel on parlera plus amplement ci-après. Mais on trouve dans les hiſtoriens & géographes Grecs & Romains, ſurtout dans les différens ouvrages hiſtoriques de Tacite, beaucoup de veſtiges & de mots de l'ancienne langue Teutonne, qui reſſemblent à la moderne, & qui ne laiſſent point de doute que c'eſt encore la même langue pour l'eſſentiel & pour les racines, & qu'elle n'en diffère que par les variations que toutes les langues ont ſubies par la longueur du temps. Je n'en citerai que quelques exemples pour preuve. La nation

Teutonne conſerve encore aujourd'hui le nom qu'elle a tiré de ſon premier fondateur *Tuiſton*, qu'elle a déifié, le croyant un Dieu produit de la Terre, laquelle a été également regardée comme Déeſſe ſous le nom de *Hertha*, & donnant à Tuiſton pour fils ſon ſecond fondateur *Mannus* (*). Or le nom d'homme s'exprime encore aujourd'hui par le mot de *Mann* & celui de Hertha par *Erde*. Le mot de *Mann* ſe trouve encore dans nombre d'anciens noms Teutoniques, comme dans celui d'Arminius ou de *Hermann*, & dans ceux des célèbres nations des *Allemans* (Allmänner) & des *Marcomans* (Markmänner, ou habitans de la Marche, qui ſignifie une province limitrophe.) Les noms de *Laciburgium*, d'*Aſciburgium* & de *Saltus Teutoburgicus*, qui ſe trouvent notoirement dans Tacite & dans Ptolomée, font une nouvelle preuve que *Burg* ſignifioit aux premiers ſiècles dans la langue Teutonique comme aujourd'hui un château ou ville fortifiée. On rencontre encore le nom des *Teutons* dans cette nation célèbre, qui de concert avec les Cimbres fit cette fameuſe expédition dans les Gaules & en Italie, un ſiècle avant l'Ère Chrétienne, battit ſix armées Conſulaires, fit trembler Rome plus qu'aucune autre nation (**) & ne ſuccomba enfin qu'à la tactique ſupérieure de Marius. Le nom de ſon Roi *Teutoboch*, qui orna le triomphe de Marius & qui vaincu même fit trembler les habitans de Rome à l'aſpect de ſa taille coloſſale, rappelle & fortifie la même idée. Les mêmes *Teutons* reſtés en Germanie ſe retrouvent dans la Géographie de Ptolomée près des Saxons dans le Nord de la Germanie, ou dans la Jutie.

Je crois auſſi pouvoir tirer une autre preuve pour mon aſſertion de ce que les principales rivières de la Teutonie, comme le *Rhin*, le *Danube*, le *Wéſer*, l'*Elbe*, l'*Ems*, la *Lippe*, le *Mayn*, le *Necker*, la *Sale*, l'*Oder* & la *Viſtule*, ainſi que ſes principales nations, telles que les Suabes (*Suevi*), les Bavarois (*Boji*), les Friſons (*Friſii*), les Allemans, les Angles, les Francs, les Langobards, les Saxons, les Angrivariens (*Engern en Weſtphalie*), les Bour-

(*) Voy. la Germanie de Tacite Ch. 2. & 40. dont le premier ſera rapporté en entier ci-après.

(**) *Cicero* de Off. L. I. c. 12. *Salluſtius* in Bello Jugurthino c. 114. *Quinctilianus* in Declamatione 3. c. 86. *Eutropius* L. V. c. 1. *Tacitus* in Germania c. 37. *Diſſertation* de la ſupériorité des Germains ſur les Romains.

Bourguignons (les *Burguntas* de Ptolomée), les Rugiens, & les *Sideni* de la Poméranie (*), ont conservé jusqu'à nos jours les mêmes noms qu'on trouve dans César, Tacite, Pline, Ptolomée & Strabon, & qu'elles ont eus dans les premiers siècles & du temps des Romains, aux variations & aux inflexions près qui dérivent naturellement des vicissitudes d'une si grande suite de siècles.

Nous ne savons l'histoire & les grands exploits de toutes ces nations Germaniques depuis le premier jusqu'au septième siecle & pendant leur grande migration dans les provinces de l'Empire Romain, que par les historiens Grecs & Romains, qui ont tous écrit leur histoire en langue Latine, même quand ils étoient Germains de nation, tels que *Jornandès*, l'historien des Goths, & *Paul Warnefried* & *Erchenpert*, historiens des Longobards. Cependant on trouve très souvent l'origine Germanique dans les noms des hommes illustres dont ils ont écrit l'histoire, tels que sont le grand Théodéric Roi des Ostrogoths (*Thierri* ou *Diederich*), les Thierri, les Clotaires (*Lothaires*), les Clodovée (*Ludowig* ou *Louis*), les Chilpérics (*Hilfreich*), Rois des Francs, & les noms mêmes des susdits historiens *Jornandès*, *Warnefried* & *Erchenpert* sont Germaniques.

Les loix des nations Teutonnes, des Francs, des Saliens, des Ripuariens, des Allemans, des Bavarois, des Frisons, des Bourguignons, des Angles, des Saxons, des Varnes, des Longobards & des Goths, ainsi que les capitulaires des Rois des Francs, sont toutes écrites en langue Latine; cependant elles contiennent également nombre de mots Teutoniques, qui pour la racine répondent parfaitement à notre langue moderne, au point qu'un connoisseur ne s'y méprendra pas. Je rapporterai ici pour échantillon seulement quelques mots, qu'on trouve fréquemment dans le recueil connu de ces anciennes loix & capitulaires, tels sont:

(*) *Ptolomée* dans sa Géographie L. 2. c. 11. dit: *Post Saxones Sideni usque ad Viadrum fluvium.* La ressemblance du nom & de la situation ne laissent point de doute que le célèbre géographe Ptolomée ne désigne ici la nation qui demeuroit là où est à présent la ville de *Stettin*, capitale de la Poméranie, située sur l'Oder; & ce seroit par conséquent presque la seule ville de l'ancienne grande Germanie, qui eût conservé son nom du temps de Ptolomée jusques à nos jours.

Leudi, (Leute, Vaſalli.)
Adelinghi, (Edelleute.)
Mallus, (Mahl, endroit de l'aſſemblée publique.)
Wergildum, (Wehrgeld, amende pécuniaire.)
Mannire, (mahnen, ſommer, appeler en juſtice.)
Murdrida, (Mord.)
Marah, (Mähre, Cheval, & delà le nom de Maréchal.)
Anagrip, (Angrif, attaque.)
Mundualdus, (Vormund, tuteur.)
Heribannus, (Heerbann, arrièreban.)
Karra, (Karre, currus.)
Gaſindus, (Valet, du mot Germanique Geſinde.)
Rachimburgi, (Bürgen, garans.)

On pourroit ainſi aiſément composer un dictionnaire volumineux des mots d'origine Germanique qui ſe trouvent dans ces anciennes loix, ainſi que dans les hiſtoriens Grecs & Romains. Mais l'induction que je viens de faire, devient beaucoup plus forte quand on lit la traduction des Évangiles qui ſe trouve dans le fameux Code d'argent, ou *Codex Argenteus*, lequel trouvé par les troupes Suédoiſes pendant la guerre de trente ans dans l'Abbaye de Werden en Weſtphalie & enſuite à Prague, a été tranſporté & eſt conſervé aujourd'hui à Upſal. Cette traduction, quand on l'examine de près, appartient ſans contredit à l'idiome Germanique. On l'attribue avec un grand degré de vraiſemblance à *Ulphilas*, Évêque des Oſtrogoths, qui a vécu l'an 350. Quand même, comme d'autres prétendent, cette traduction auroit été faite dans des temps poſtérieurs par un Franc, elle appartiendroit toujours à la nation Teutonne & par conſéquent aux preuves de mon aſſertion (*).

Après cette traduction des Évangiles ſoit Gothique, ſoit Teutonique, le premier monument authentique de la langue Teutonne eſt le Traité d'alliance contre l'Empereur Lothaire, ou plutôt le *ſerment* que les deux fils de Louis le Débonnaire, Louis Roi de Germanie & Charles Roi de France,

(*) *Ihre* ſcripta de verſione Ulphilana, publiés par notre célèbre M. *Büſching* à Berlin 1773.

Digitized by Google

ſe prêterent mutuellement l'an 842. à la tête de leurs armées près de Strasbourg & dont les formules nous ont été conſervées par l'hiſtorien contemporain *Nidhard* (*), l'une en langue *Théotiſque* & l'autre dans la langue Latine corrompue de ce temps-là, qu'on appeloit auſſi *Lingua Romana*, dont on ſe ſervoit alors en France, & d'où ont réſulté enſuite les langues Provençale & Françoiſe. Voici la teneur de ces deux ſermens, que Louis, Roi de Germanie, prêta en langue Romaine ou Franque, & le Roi de France en langue Teutonne, & qui fut confirmé par toute l'armée:

Serment des Rois.

En langue Romaine.

Pro Don amur et pro Chriſtian poblo et noſtro commun ſalvament, diſt di en avant, in quant Deus ſavir et potir me dunat, ſi ſalvarai eo ceſt meon Fradra Karlo et in adjudha et in cadhuna coſa, ſi cum homme perdreit ſon fradra ſalvar diſt, ino quid il imi altreſi faret, et ab Ludher nul plaid nunquam prindrai, qui meon vol ciſt meon fradre Karle in damno ſit.

En langue Théotiſque.

In godes minna ind durch tes Xriſtianes folches ind unſer bedhero gehaltniſſi, fon thesemo dage frammordes, ſo fram ſo mir Got gewizei indi mahd furgibit, ſo hald ich tes an minan broudher ſoſo man mit rechtu ſinan brouder ſcal, intbinu thaz er mig ſoſoma duo, indi mit Lutherem inno theinni thing negegango, zhe minan Willon imo ce ſcadhen wehren.

En Allemand moderne.

Ich ſchwöre, daß ich aus Liebe gegen Gott und das chriſtliche Volk und zu unſer beyder Beſten von dieſem Tage an, ſo viel ich durch Gott werde wiſſen und können, ich dieſem meinen Bruder beyſtehen will, wie man von Rechtswegen ſeinem Bruder thun ſoll, und daß er mir wieder ſo thue; und ich will mit Luthern (unſerm Bruder Lothar) in kein Ding eingehen, das meinem Bruder Carl zuwider oder zu Schaden ſey.

Serment de l'armée.

En langue Romaine.

Si Lodwigs Sacrament, que ſon fradre Karlo jurat, conſervat, et Karlus meo Sendra de ſuo part non los tanit, ſi io returnar non lint pois, ne io, ne neuls cui eo returnar nit pois, in nulla adjuhda contra Lodhuwig nun li iuer.

En langue Théotiſque.

Oba Karl then eid, then er, ſinemo broudher Ludhuwige geſuor, geleiſtit, inde Ludhuwig min herro then er imo geſuor, forbrichit, ob ih ina nes arwenden ne mag, noh ih, no thero thein hes irrwenden mag, imo ce folluſti widhar Karle ne wirdhit.

En Allemand moderne.

Wir ſchwören, daß wenn Carl den Eyd, den er ſeinem Bruder Ludwig geſchworen, hält, und Ludwig, mein Herr, den er ihm geſchworen, bricht, dergeſtalt, daß weder ich noch ſonſt einer von uns es abwenden oder verhindern kann, ſo wollen wir ihm wider Carln keine Hülfe leiſten.

Quand on lit avec attention toute la formule de ces deux ſermens Théotiſques, on trouve ſans peine dans chaque mot la racine & l'origine de notre langue Teutonique moderne. Après le temps de cette confédération on

(*) On peut voir auſſi cette formule remarquable avec un commentaire de *Freher* in *Boecleri* ſcriptoribus germ. p. 113.

Digitized by Google

trouve dans le recueil des antiquités Teutoniques de *Schilter* & dans les ouvrages étymologiques & historiques d'*Eccard* & d'autres antiquaires Allemans un grand nombre d'ouvrages, principalement pieux, comme des Moines *Kero* & *Notkerus Balbulus*, les Évangiles d'*Otfried de Weiſſenburg* dans le neuvième ſiècle & depuis, un nombre infini d'anciennes chroniques & chartres, écrites en langue Teutonne, qui ne laiſſent aucun doute que la nation Allemande ne ſe ſoit toujours ſervie dans cette longue ſuite de ſiècles de la même langue Teutonne dont nous nous ſervons encore aujourd'hui, quoique tellement variée par la différence des temps & des dialectes, que dans les ſiècles éloignés elle devient inintelligible pour tout autre que pour des antiquaires & de bons connoiſſeurs.

En prenant toutes ces inductions & toutes ces preuves ſoit enſemble ſoit ſéparément, je crois avoir prouvé en précis & ſans une érudition qui ſeroit déplacée pour une aſſemblée auſſi illuſtre & auſſi inſtruite que la préſente, que la nation Germanique ou Teutonne n'a jamais été entièrement aſſujettie par une nation étrangère & ſupérieure en nombre; qu'elle n'a jamais été obligée d'adopter une langue étrangère & qu'elle eſt par conſéquent encore aujourd'hui la même nation qu'elle a été du temps de *Camille*, de *Marius*, de *Céſar*, de *Tacite*, de *Pline*, de *Ptolomée*, avant & peu après l'Ère Chrétienne, & ainſi depuis plus de deux mille ans. Je crois avoir aſſez prouvé par là pour la nation Teutonne, & qu'aucune autre nation de l'Univers ne pourra ni prouver, ni même ambitionner le même honneur.

Il n'eſt pas poſſible, par le manque total de monumens & d'hiſtoriens, de faire monter la même preuve au delà de ces deux mille ans; mais il paroît par un paſſage qui ſe trouve dans le Chapitre 11. de la célèbre Germanie de Tacite, que dès lors & de tout temps les Germains par une tradition immémoriale ſe croyoient *aborigènes* & *indigènes* dès leur première origine, ou une nation qui, ſans être venue du dehors, étoit créée & née dans le ſein de ſa patrie, & que les Romains étoient fort portés à croire à cette opinion. Ce paſſage eſt trop beau & trop expreſſif pour que je ne le place pas ici en entier en Latin, en François & en Allemand, afin qu'on puiſſe juger en même tems par cet échantillon ſur la conteſtation connue,

Digitized by Google

laquelle de ces langues exprime le mieux & traduit avec le plus de clarté & de précision les pensées sublimes & profondes de Tacite, comme j'ai tâché de faire un essai pareil sur le Chapitre 37. de la Germanie de Tacite, encore plus honorable pour les Germains, dans la Dissertation que je lus ici au même endroit & à la même occasion le 27. Janvier 1780.

Cap. II. Ipsos Germanos indigenas crediderim, minimeque aliarum gentium adventibus et hospitiis mixtos: quia nec terra olim, sed classibus advehebantur qui mutare sedes quærebant: et immensus ultra, utque sic dixerim, adversus Oceanus raris ab orbe nostro navibus aditur. Quis porro, præter periculum horridi et ignoti maris, Asia, aut Africa aut Italia relicta, Germaniam peteret? informem terris, asperam cœlo, tristem cultu adspectuque, nisi si patria sit. Celebrant carminibus antiquis *Tuisconem* Deum, terra editum, et filium *Mannum*, originem gentis conditoresque. Manno tres filios adsignant, e quorum nominibus proximi Oceano *Ingævones*, medii Herminones, ceteri Istævones vocentur - - -

Cap. IV. Ipse eorum opinionibus accedo, qui Germaniæ populos nullis aliis aliarum nationum connubiis infectos, propriam et sinceram et tantum sui similem gentem exstitisse arbitrantur. Unde habitus quoque corporum, quamquam in tanto hominum numero, idem omnibus: truces et cœrulei oculi, rutilæ comæ, magna corpora, & tantum ad impetum valida: laboris atque operum non

Chap. II. Je croirois que les Germains sont indigènes sans aucun mélange de nations étrangères, parce que ceux qui cherchoient autrefois d'autres demeures, ne le faisoient pas par terre, mais sur des vaisseaux, & c'est rarement qu'on va de notre pays à cet Océan immense & redoutable de la Germanie. Qui voudroit aussi, sans compter les dangers d'une mer inconnue & horrible, quitter l'Asie, l'Afrique ou l'Italie, pour chercher la Germanie, ce pays informe, inculte, triste & du climat le plus dur, à moins que ce ne soit sa patrie? Ils célèbrent dans leurs anciennes chansons le Dieu *Tuiscon*, provenu de la terre, & son fils *Mannus*, comme l'origine & les fondateurs de la nation, & ils donnent à *Mannus* trois fils, qui auroient donné le nom d'*Ingevones* à ceux qui sont proches de l'Océan, à ceux du milieu celui de *Herminones*, & aux autres celui d'*Istevones* - - -

Ch. IV. J'adopte l'opinion de ceux qui pensent que les nations de la Germanie n'ont pas été corrompues par des mariages avec quelqu'autre nation, mais qu'elles sont toujours restées un peuple particulier, pur, & qui ne ressemble qu'à lui-même. Delà vient que la figure du corps

Cap. II. Ich halte die Germanen selber für Eingebohrne, unvermischt durch Wanderungen und Besuche fremder Nationen, da die ihre Sitze verändernde Völker ehmals nicht zu Lande, sondern zu Schiffe reiseten, und der unermeßliche, ja daß ich so sage, widerstrebende Ocean selten aus unserm Welttheile beschift wird. Wer wird auch, die Gefahr eines schrecklichen und unbekannten Meeres nicht gerechnet, Asien, Afrika oder Italien verlassen, und das an Gegenden ungestalte, traurige, ungebaute und unter einem so rauhen Himmel liegende Germanien aufsuchen, wenn es nicht sein Vaterland ist? In ihren Volksliedern besingen sie einen aus der Erde entsprossenen Gott Thuisko, und seinen Sohn Mann, als den Ursprung und die Stifter der Nation. Dem Mann geben sie drey Söhne, von deren Namen die nächsten am Ocean Ingwonen, die mittlern Herminonen und die übrigen Istwonen genannt werden - - -

Cap. IV. Denen pflichte ich selbst bey, welche Germaniens Völker für ein durch Heyrathen aus andern Nationen unvermischtes, eignes, reines, und blos sich ähnliches Geschlecht halten. Daher auch ohngeachtet der grossen Volksmenge, die allen gleiche Bildung des Körpers, wilde blaue Augen, goldgelbes Haar, große blos zum Angriff tüchtige Körper. Bey Arbeit und Mühe können sie nicht eben so ausdauren, Hitze und Durst gar nicht ertragen, hergegen sind sie zur

eadem patientia: minimeque sitim æstumque tolerare, frigora atque inediam cœlo solove adsueverunt.

est dans tous la même, quoique la nation soit si nombreuse; qu'ils ont tous des yeux bleus & farouches, des cheveux blonds & de grands corps qui n'ont de force que pour l'attaque. Ils ne peuvent pas également soutenir de longs travaux, ni supporter la chaleur & la soif; mais le ciel & le climat les a habitués à souffrir le froid & la faim.

Kälte und Hunger durch Himmel und Erdreich desto mehr gewohnt (*).

(*) J'ai adopté ici la traduction Allemande de la Germanie de Tacite, qui a été faite par M. *Anton*, en y faisant quelques légers changemens.

La simple lecture de ce passage sublime de Tacite suffira pour constater l'ancienne tradition & opinion des Teutons, que ces Germains ou Teutons étoient une nation *aborigène* & *indigène*. Cet historien philosophe l'adopte & la fortifie par la bonne raison, que toutes les nations Germaniques se ressembloient pour les qualités du corps & de l'esprit. Ce n'est pas mon but d'examiner ici, si cette ancienne opinion pourroit être fondée sur la réalité, ou si elle est contraire à l'histoire sacrée ou profane. Je ne veux pas non plus étaler une érudition inutile, pour discuter d'après nos historiens & antiquaires des deux derniers siècles, tels que *Lazius*, *Praetorius*, *Rudbeck*, *Cluvier*, *Eccard* & nombre d'autres, si nos premiers ancêtres sont venus de la Scythie, de l'Arménie, ou de l'Assyrie; si nous sommes des descendans de *Noé*, de *Japhet*, d'*Ascenas* ou de *Thogarma*. Je crois avoir satisfait à mon engagement, dès que j'ai prouvé la thèse annoncée au commencement de cette Dissertation: que la nation Germanique ou Teutonne est encore la même qu'elle a été depuis tout le temps connu par l'histoire; qu'elle n'a jamais été entièrement assujettie ni engloutie par une nation étrangère; qu'elle a toujours conservé sa langue primordiale & ses propres Souverains, & que par conséquent la Germanie ou la Teutonie est le seul pays de l'Univers connu qui n'ait subi aucune révolution totale.

Si l'on veut donc lui attribuer des révolutions, on ne peut parler que de révolutions passagères, particulières & intestines. Telles sont les incursions des Romains, des Huns & des Slaves ou Venèdes dans les extrémités de la Germanie; la grande migration des peuples Germaniques dans les provinces de l'Empire Romain, pendant le troisième, quatrième & cin-

quième siècle de l'Ère Chrétienne; la domination des Rois Francs sur la Germanie; la succession des différentes familles Germaniques de Rois ou Empereurs qui ont gouverné l'Allemagne; les guerres que les trois premières lignées ont faites en Italie, pour soutenir leurs droits sur ce pays & sur la ville de Rome; leurs querelles avec les Papes, ou la fameuse contestation entre l'Empire & le Sacerdoce; les Croisades, ou les expéditions dans l'Orient; le changement des anciens grands Duchés & autres fiefs d'Allemagne; le passage du droit héréditaire à l'élection des Empereurs; l'origine des Électeurs; le célèbre Interrègne; la variation dans l'élection des Empereurs; le rétablissement d'une élection héréditaire de fait dans la Maison d'Autriche; l'abolition de l'antique droit des diffidations ou des guerres intestines & particulières; l'établissement de la paix civile & profane; celle des cercles & de la chambre de l'Empire faite sous Maximilien; l'introduction des capitulations des Empereurs du temps de Charles V.; la réformation de Luther; la scission de la religion qui en résulta, ainsi que la guerre de Smalcalde & celle de trente ans; la paix religieuse de 1555. & la fameuse paix de Westphalie de 1648, qui donna à l'Empire Germanique sa consistance & sa forme présente; la guerre pour la succession d'Espagne, avec les paix d'Utrecht & de Rastadt, & enfin la guerre pour la succession de la Maison d'Autriche & les traités de paix de Breslau, d'Aix la Chapelle, de Hubertsbourg & de Teschen, qui s'en sont ensuivis. Ce sont à mon avis les principales révolutions de l'Allemagne, qui peuvent fournir à une histoire intéressante de ce vaste Empire, non dans des annales arides, comme en ont fait la plupart de nos anciens Écrivains, mais sous de grands points de vue, qui rendent l'histoire utile au citoyen, au philosophe & à l'homme d'État, & dans le grand tableau d'un *Robertson*, d'un *Hume* & d'autres illustres Savans, qui nous ont donné des histoires des révolutions de la Germanie, de l'Angleterre, de l'Italie, de la Grèce & d'autres pays; mais il sera toujours très-difficile de faire un tableau fini des révolutions d'Allemagne, tant par le défaut de bons mémoires & matériaux, que par la multitude immense des objets & par le grand nombre des États particuliers qui composent aujourd'hui l'Empire Germanique, qui sont gouver-

Digitized by Google

nés par de grandes Maiſons Souveraines, & qui ſont égaux, ſi non ſupérieurs à bien des Royaumes.

Si quelqu'un vouloit agiter la queſtion: pourquoi la Germanie ſeroit donc le ſeul pays de l'Univers qui n'auroit point éprouvé des révolutions totales, qui n'eût pas changé d'habitans & de langue, & qui n'eût été conquis par aucune nation étrangère, on pourroit répondre par les raiſons que Tacite avance dans ſon paſſage ſusdit, ſavoir: que la Germanie étoit un pays trop éloigné des nations du Sud, trop difficile à aborder par terre & par mer, & ſurtout d'un climat & d'un terroir ſi rude, que perſonne ne vouloit y demeurer qui n'y fût né. Ces raiſons peu flatteuſes pour un patriote Teuton ſont démenties par les faits & par les grands efforts, mais inutiles, que les Romains ont faits pendant pluſieurs ſiècles pour conquérir la Germanie; elles ne s'appliquent pas aux nations plus ſeptentrionales, qui ont pareillement tenté en vain la conquête de la Germanie, & elles quadrent encore moins aux temps poſtérieurs, dans lesquels l'Allemagne a été pouſſée à un degré de culture qui ne le cède pas beaucoup à la plupart des pays du Sud, ſi elle ne les ſurpaſſe pas.

Le juſte amour de la patrie me fait adopter des cauſes plus agréables pour notre nation. Elle a toujours eu trop de valeur & trop d'énergie pour ſe laiſſer vaincre & ſubjuguer par d'autres nations; elle a été de tout temps forte & guerrière par l'influence du climat, par la conſtitution phyſique des corps, enfin par la conſtitution morale & politique des Sociétés & des États. Par ces qualités, par ces cauſes, & par la Providence qui les produit, la nation Teutonique a été appelée à faire, & non à ſubir des révolutions, à détruire ce grand coloſſe de l'Empire Romain, à conquérir & à former les monarchies modernes de la France, de l'Angleterre, de l'Eſpagne, du Portugal & de l'Italie (*), & à fonder dans ſa propre patrie une vaſte monarchie, qui paroît monſtrueuſe & irréguliere & par conſéquent ſujette aux révolutions, mais qui doit ſe ſoutenir ſelon les apparences humaines auſſi long-temps

(*) C'eſt ce que j'ai prouvé dans ma Diſſertation académique *de la ſupériorité des Germains ſur les Romains*, que je lus dans cette même aſſemblée publique le 27. Janvier 1780.

Digitized by Google

temps que dureront le caractère & le patriotisme de la nation & de ses Souverains, ainsi que la bonne politique de ses voisins. Elle doit même se soutenir par sa situation, par la nature de sa constitution, par la balance & par la réaction des différens ressorts & des États qui composent ce grand Corps politique. La conservation de ce système est non seulement intéressante, mais même essentielle au reste de l'Europe. L'Empire Germanique, placé au centre de ce continent, tel qu'il est composé & gouverné présentement, paroît créé par la nature pour tenir la balance dans cette partie du monde & pour y empêcher toute subversion de l'équilibre entre les autres Puissances & toute révolution trop grande, & dangereuse à la sureté & à la liberté générale. Si au contraire la Germanie étoit gouvernée par un seul Souverain despotique & ambitieux, il ne lui seroit pas impossible, à la tête d'une nation aussi guerrière & la plus nombreuse de l'Europe, d'étendre sa puissance de plusieurs côtés à la faveur d'un nombre de prétentions plausibles, de rompre ainsi l'équilibre des nations & d'effectuer les plus grandes révolutions. On peut espérer pour le bien de l'humanité que ce cas n'existera plus, & qu'on n'aura plus à craindre des révolutions trop dangereuses, ni dans l'Empire Germanique, ni dans le reste de l'Europe (*), depuis que la constitution de l'Empire Germanique a été si bien consolidée par nos loix internes, par des traités externes, par leurs garanties & peut-être encore plus par la distribution heureuse & proportionnée du pouvoir & des forces des différens membres de cet Empire, & depuis que presque toutes les Puissances de l'Europe ont formé, à l'exemple de notre grand Roi, des armées permanentes, bien entretenues & bien disciplinées, dont l'entretien coûte à la vérité aux sujets, mais qui les garantit du mal infiniment plus grand de ces guerres qui ont autrefois entièrement ruiné les plus beaux pays. Les grandes révolutions ne sont donc plus à craindre que pour des États éloignés de l'Europe, ou tels qu'ils ne savent ni se gouverner ni se défendre. L'histoire ne sera plus intéressante par le tableau brillant mais affligeant des révolutions, des conquêtes, des combats & de tout ce qu'on appelle à tort de grands évènemens. Les Souverains ne pourront plus immortaliser leurs règnes &

(*) Comme je l'ai déjà observé plus en détail dans ma Dissertation académique de l'année passée.

Digitized by Google

leurs noms qu'en avançant l'agriculture, le commerce & toute la prospérité interne de leurs États & sujets; mais ils se procureront par ces moyens des agrandissemens beaucoup plus solides, plus permanens & plus glorieux que ne seroit toute conquête externe. Il paroît que ce temps heureux est venu où l'esprit d'une saine philosophie ayant pris le dessus, les Princes donnent leur principale attention à l'administration intérieure de leurs États; où ils s'en occupent par préférence & avec enthousiasme; où ils sacrifient le vain éclat de la royauté au service & au détail plus pénible mais plus glorieux de leur gouvernement; où ils sont toujours prêts, non seulement à défendre leurs propres États, mais aussi à garantir ceux de leurs voisins contre des conquérans ambitieux, même sans y être obligés par des traités, & où ils s'efforcent autant à gagner la confiance générale des nations par une politique également ferme & modérée, que l'amour de leurs sujets par les bienfaits dont ils les comblent. Je crois pouvoir soutenir sans exagération ni vanité nationale, que notre grand Monarque, duquel nous célébrons aujourd'hui dans cette assemblée le soixante & onzième anniversaire de sa glorieuse vie, a le plus contribué à procurer ce bonheur au genre humain, par le grand exemple soutenu qu'il a donné à tous les Souverains ses contemporains dans sa carrière politique, guerrière, civile & privée. J'ai assez bonne opinion de la génération présente & future pour espérer qu'elle n'oubliera pas sitôt un si grand bien fait à l'humanité; qu'elle sera assez juste & assez reconnoissante pour se réunir à accorder à celui qui en est l'auteur la récompense la plus glorieuse pour une belle ame, en assignant à l'époque de son règne le nom de *Siècle de Frédéric*. Il le mérite surement à plus juste titre qu'aucun des autres Souverains auxquels la flatterie de leur temps l'a approprié, sans qu'ils ayent pu le soutenir au delà de leur vie. Pour justifier un nom si honorable, même à la postérité la plus reculée, & pour le faire servir d'aiguillon aux Princes & aux hommes qui vivront après nous, l'histoire n'auroit qu'à rassembler à l'exemple des Chinois & des Égyptiens toutes les actions grandes, bonnes, belles & méritoires des Souverains & d'autres hommes vertueux, afin de les conserver & de les transmettre au temps futur. Il paroît que la génération présente est moins soigneuse & plus négligente

Digitized by Google

à cet égard que celle des temps passés, soit par crainte, soit par paresse ou frivolité. Notre siècle, quoique plus fécond en révolutions & en grands évènemens que bien d'autres, n'a encore ni un *Tacite*, ni un *Tite Live*, ni un *Guicciardin*, ni un de *Thou*, ni même des historiens d'une classe inférieure. Si cette insouciance continue, le détail des évènemens les plus mémorables se perdra dans la nuit obscure du temps & de l'oubli. Cette réflexion m'a fait naître l'idée, que notre Académie ne sauroit faire un meilleur usage de ses Mémoires, qu'en y rassemblant chaque année, surtout à une occasion semblable à celle que nous célébrons aujourd'hui, un précis des actions mémorables que nos grands & bons Souverains auroient faites pendant le cours de l'année précédente, pour les y conserver comme dans un dépôt, & afin de préparer par là les matériaux d'une bonne histoire de notre patrie. Je puis hardiment soutenir qu'aucune histoire écrite dans ce goût & sur des principes pareils ne seroit plus intéressante, plus instructive & plus utile pour les Souverains & pour tout le genre humain que celle de notre grand Roi. Si l'on faisoit seulement un recueil ou un tableau raisonné de tout ce qu'il a fait pendant les vingt ans écoulés depuis la paix de Hubertsbourg pour le rétablissement & l'amélioration de ses États, en bâtimens, en défrichemens, pour les rivières, pour l'agriculture, pour les fabriques, pour les arts, pour le commerce, pour la justice, pour le militaire, il en résulteroit un résumé qui étonneroit l'Univers & qui donneroit un exemple surement inoui jusqu'à nos temps. La somme totale qu'il a employée à ces dépenses extraordinaires, après avoir fourni largement aux fraix ordinaires du gouvernement, & qu'il s'est retranchée à soi-même, monte bien à quarante millions d'écus d'Allemagne pendant le cours de ces vingt ans, & chaque année a roulé sur près de deux millions (*). Je regrette beaucoup que le temps me manque, & que j'aye eu cette idée trop tard pour l'exécuter avec l'étendue & l'exactitude requises; je me bornerai donc aujourd'hui à présenter seulement pour échantillon l'esquisse d'un tableau de ce que le Roi a fait de plus mémorable

(*) On trouve dans le Journal que M. le Président de *Benkendorff* a fait imprimer sous le titre: *der Pommersche Wirth*, des mémoires très curieux sur ce que le Roi a donné pour des améliorations aux habitans de la Poméranie & de la Nouvelle-Marche.

Digitized by Google

dans ce genre durant le cours de l'année passée, & je crois ne pouvoir mieux finir le présent Mémoire.

Je ne dirai rien de la grande administration politique, qui par sa nature se dérobe à la connoissance du public, mais qui a été assez connue & respectée de toutes les Cours de l'Europe, & qui nous a conservé une paix précieuse, pendant qu'une grande partie de l'Europe a été abymée par le fléau d'une guerre destructive. Le Roi a cependant profité de cette neutralité avec une habileté également juste & sage pour porter la navigation & le commerce de ses sujets au plus haut degré possible. La construction des vaisseaux dans nos ports de Poméranie, de la Prusse & même dans la Marche; l'exportation de nos productions, surtout celle du bois, & le cabotage des vaisseaux Prussiens presque inconnu jusques-là, ont augmenté si fort pendant le cours de cette année, que le nombre de nos vaisseaux qui ont passé par le détroit du Sund, & qui ont navigué dans les différentes mers de l'Europe jusqu'au détroit de Gibraltar, approche déjà beaucoup de celui des cinq grandes Puissances maritimes, & il surpasse même la marine commerçante de toutes les autres nations de l'Europe. Comme le Ministère Prussien n'a accordé le pavillon & les passeports du Roi qu'aux véritables sujets Prussiens; comme il a écarté soigneusement tous les abus devenus si communs en d'autres pays; comme il leur a prescrit des règles & annoncé au public par les Déclarations du 30. Avril, du 3. Nov. & du 8. Déc. 1781. des principes de navigation dont la sagesse & la justice ont été applaudies par toutes les Puissances belligérantes, le pavillon Prussien a gagné une faveur extraordinaire; il a été également recherché & respecté par les nations neutres & belligérantes, & on l'a vu flotter avec sureté, non seulement dans les mers de l'Europe, mais aussi dans celles des Indes occidentales & orientales, où on ne l'avoit vu que rarement auparavant. Sa réputation est même parvenue jusqu'à l'Empereur de Maroc, qui a écrit au Roi une lettre des plus obligeantes, pour lui offrir de sa part la sureté des vaisseaux Prussiens, & pour la lui demander pour ceux de Maroc. C'est à tous ces différens titres que le Roi est devenu un des plus fermes appuis de cette célèbre neutralité maritime que l'Auguste *Catherine* a proposée aux Puissances belligérantes. On peut dire avec fon-

Digitized by Google

dement que le Roi a été le premier à la réalifer & à la faire refpecter dans la guerre précédente qui fut finie par la paix d'Aix la Chapelle, témoin la conteftation qu'il eut alors avec la Cour Britannique & qui fut finie par un accommodement fait en 1755. C'eft encore dans le courant de l'année paffée que le Roi procura à fes fujets commerçans un bénéfice important, en obtenant, par une négociation Miniftériale, de la juftice & de l'amitié de S. M. Britannique qu'elle corrigeât la rigueur de l'ancien acte de navigation, en permettant par un nouveau Bill du Parlement que les fujets Pruffiens puffent à l'avenir librement importer en Angleterre le bois de fapin, & que les habitans de l'une des provinces Pruffiennes puffent y tranfporter les productions d'une autre province, ce qui n'avoit pas été permis jusqu'alors.

La Juftice, le plus ferme foutien des États & des Thrônes, n'a pas moins gagné pendant cette année dans les États Pruffiens. La grande réforme entreprife dans cette partie de l'adminiftration a fait de grands progrès dans le cours de l'année paffée fous les aufpices & par le foutien du Roi, ainfi que par les foins d'un Miniftre éclairé & infatigable. Il a établi une commiffion de loix compofée de nos Jurisconfultes les plus habiles, & chargée d'expliquer les anciennes loix obfcures & de fuppléer à celles qui manquent. Il a introduit & mis en exécution une nouvelle procédure analogue à la Juftice Prétorienne des Romains, tendant à abréger & à diminuer les procès, ainfi qu'à brider & à exterminer la chicane.

La partie de l'adminiftration dans laquelle le Roi a fait briller le plus immédiatement fa fageffe & fa bienfaifance paternelle pour fes fujets, eft celle des finances & de la police intérieure. Il y a fait de nouveau des efforts extraordinaires, mais très ordinaires pour lui. Le temps & les circonftances ne me permettant pas d'en faire aujourd'hui un tableau fini, je me contenterai de placer ici un récit général & abrégé des établiffemens que S. M. a fait entreprendre ou continuer, des bienfaits qu'Elle a répandus cette année, & des fommes qu'Elle y a employées dans les différentes provinces:

Digitized by Google

Pour la Marche Électorale de Brandebourg.

1) La récolte de l'année 1782. ayant beaucoup souffert dans tous les pays par une forte gelée au printemps, le Roi a fait distribuer aux habitans des Marches, de la Silésie & de la Poméranie, pour dédommagement & pour se procurer de nouvelles semences, au delà de - - - - - - 200,000 Écus

2) Il a fait bâtir à Berlin & à Potsdam 55 nouvelles maisons de bourgeois, des tours, le pont des Chasseurs, une caserne pour l'Artillerie, & y a dépensé - - - 433,000 »

3) Il a donné pour des défrichemens, pour l'établissement de plusieurs colonies, & pour la bâtisse de maisons de paysans & des petits incoles ou journaliers dans les villages de la Marche Électorale - 200,000 »

4) Pour l'établissement de 66. familles & de plusieurs fabriques de laine, ainsi que pour la bâtisse des maisons de bourgeois dans les villes de Luckenwalde & de Treuenbriezen, il a donné - 80,000 »

5) Pour l'établissement d'une fabrique de montres à la Genevoise & d'une nouvelle papéterie à la Hollandoise dans les villages de Friedrichsthal & de Spechtshausen - - - 62,000 »

Dans la Nouvelle Marche.

6) Pour rebâtir la petite ville de Falkenbourg appartenante à la famille de Bork, qui avoit souffert par un incendie - - 7,000 »

Dans les années précédentes le Roi a fait rebâtir le Bourg de *Calies* appartenant à M. de Beausobre, avec une dépense de 80000 écus.

7) Pour continuer à mettre en digues la rivière de la *Warta* - 16,000 »

Cette grande entreprise presque achevée a coûté au Roi près d'un million, mais elle a aussi servi à mettre hors de l'eau 50000 arpens d'excellent terroir & de pâturages, à établir des colonies au nombre de 13000 personnes, & à créer un nouveau pays aussi florissant qu'étendu.

8) Pour établir 156. familles de petits incoles ou journaliers tant dans les villages du Roi que dans ceux de la Noblesse - - 24,000 »

En Poméranie.

9) Pour l'établissement de 162. familles pareilles - - 25,000 »

10) Le Roi a continué d'avancer à la Noblesse de Poméranie pour l'amélioration de ses terres en défrichemens & en colonies - 175,000 »

1221,000 »

Digitized by Google

	Transp. 1222,000	Écus
S. M. a donné des sommes de 10 à 12000 écus aux nobles qui en ont besoin, à fonds perdu, & à condition de n'en payer que deux ou un pour cent d'intérêt, dont le produit est employé à faire des pensions fixes pour des veuves & filles d'Officiers & d'autres nobles pauvres, ainsi que pour l'entretien d'un nombre de maîtres d'école. Cette générosité du Roi continue déjà depuis nombre d'années.		
11) Pour rebâtir la ville de Jacobshagen incendiée - -	39,000	-
12) Pour l'établissement de 13. fabriques de laine, de velpes, de cuir, d'amidon, de savon, de toile cirée, de teinture & d'eau de vie, dans les différentes villes de Poméranie, de Stettin, de Cœslin, de Rugenwalde, de Stolpe, de Treptow &c. &c. - -	33,000	-
13) Pour étendre des magazins de laine, & pour le soutien des fabricans	12,000	-

Dans la Prusse orientale.

14) Pour une fabrique de toile à voiles à Kœnigsberg -	6,000	-

Dans la Prusse occidentale.

15) Pour le rétablissement des villes Polonoises ruinées -	100,000	-
16) Pour des améliorations dans les Baillages - -	65,000	-
17) Pour l'établissement des Colons étrangers de la Suabe -	91,000	-
Je ne mets pas ici en ligne de compte, & je me borne à observer, que le Roi a fait bâtir depuis plusieurs années l'importante forteresse de *Graudenz* sur la Vistule, avec des fraix qui vont à des millions.		

Dans le Duché de Magdebourg.

18) On y a achevé cette année le défrichement d'un marais nommé le *Fiemer-Bruch*, contenant 30000 arpens, & appartenant à des particuliers qui en tirent à présent 28000 écus de revenu par an. Le Roi y a dépensé gratis - - - -	192,000	-
19) Plusieurs mares ou marais autour des rivières de la Stemme & de la Tanger, appartenans à des particuliers, ont été défrichés jusqu'à 27000 arpens & à un revenu annuel de 17000 écus. Le Roi y a mis	134,000	-
	1894,000	-

	Transp.	1894,000 Écus
Dans la Principauté de Halberstadt.		
20) La ville de Kroppenstedt, fort dépérie, a été rebâtie en partie aux frais du Roi avec une dépense de - - -	32,000	-
En Silésie.		
21) Le Roi a donné pour l'embellissement & la bâtisse de plusieurs villes	60,000	-
22) Pour rétablir des maisons brûlées dans quelques villes -	40,000	-
23) Pour des défrichemens, pour bâtir de nouveaux villages & des maisons de paysans, ainsi que pour établir des fabriques -	88,000	-
24) Pour des présens à quelques particuliers - - -	4,000	-
Somme totale -	2118,000	Écus

Voilà donc un compte clair, vrai & nullement exagéré de deux millions 118000 écus, que le Roi a versés l'année passée en bienfaits & pour des établissemens utiles dans le sein de ses sujets, en argent comptant, sans augmenter les impôts ordinaires, sans aucune rétribution, ni sans aucun autre intérêt que celui du bien public. Il a encore dépensé de grandes sommes, qu'il n'est pas bien possible de détailler, pour exploiter & pour faire valoir les mines, qui jusqu'ici ont été presque entièrement négligées dans les États Prussiens. Sous ses auspices & par la direction & les soins infatigables d'un Ministre habile, éclairé & parfaitement connoisseur de la Metallurgie, ainsi qu'avec l'assistance du nouveau département de mines qu'il a formé & de ses membres, dont l'un fait en même temps un noble ornement de notre Académie, la partie des mines, qui jusqu'à l'an 1768. n'avoit presque pas existé, a été poussée à un point, que le pays exporte déjà jusqu'à 234000 écus au dehors, & qu'il épargne pour 500000 écus, qu'il n'a plus besoin de tirer du dehors en fer, en cuivre, en plomb, en cobolt, en vitriol, en alun, en charbons & autres minéraux. On a surtout ouvert de riches carrières de charbons en Silésie & dans le Comté de la Mark; on en tire le plus grand parti pour les blanchissages de toiles en Silésie & autres consommations, & on s'est procuré un grand débit de ces charbons en Hollande, après avoir rendu la rivière de la Ruhr navi-

Digitized by Google

navigable par une négociation difficile du Miniſtère des affaires étrangères avec l'Électeur Palatin comme Duc de Bergue.

Je ne devrois pas oublier, ſi j'en avois le temps, de démontrer par quelque détail combien le Roi a avancé la culture des mûriers & de la ſoie, celle des prés artificiels, celle de toutes ſortes de bois, le filage, enfin toutes les branches d'induſtrie poſſibles, par les prix conſidérables que le Grand Directoire des finances auſſi bien que notre Académie ont diſtribués dans l'année paſſée.

Je pourrois & devrois mettre encore en ligne de compte, que ſous les auſpices & par la forte impulſion du Roi, la Nobleſſe de Poméranie établit dans l'année paſſée une ſociété générale pour aſſurer tous les édifices du plat pays contre les accidens du feu; que la même Nobleſſe, animée d'un patriotiſme actif a achevé de mettre en règle ſous la direction du Grand Chancelier l'important établiſſement du ſyſtème de crédit, au moyen duquel on a entièrement rétabli le crédit & la circulation de l'argent dans cette Province, les banqueroutes & les procès de concours ont entièrement ceſſé, & la Nobleſſe, ruinée par la guerre de ſept ans, a été miſe en état de conſerver ſes terres & ſes poſſeſſions.

Je crois pouvoir auſſi ajouter aux bonnes opérations du gouvernement dans l'année paſſée, que le Miniſtère des affaires étrangères a fini par des négociations pénibles avec la République de Pologne les conteſtations des limites, qui ſubſiſtoient depuis pluſieurs ſiècles entre les deux États aux frontières de la Nouvelle Marche & de la Siléſie, & qu'il les a finies d'une manière juſte, amicale & telle que toutes les parties intéreſſées ont été ſatisfaites & y ont trouvé leur convenance.

Le temps me manque plutôt que la matière pour achever le tableau que j'ai entrepris. Je ſuis obligé de le renvoyer à d'autres temps; mais je crois avoir aſſez fait voir par l'eſſai que je viens de préſenter, que chaque année du règne de notre grand Roi fourniroit à l'Académie des objets ſuffiſans pour amaſſer & pour raſſembler les matériaux d'une hiſtoire auſſi intéreſſante qu'utile pour la nation, ſans qu'il y entre des révolutions; que nous avons tout

ſujet de bénir & de remercier en toute occaſion la providence, de nous avoir donné & ſi longtemps conſervé un Souverain qui procure à ſes États & à ſes ſujets toutes les proſpérités poſſibles, & qui les leur aſſure même pour l'avenir par les fondemens ſolides de ſa Monarchie qu'il a jetés, & par le grand modèle & exemple qu'il donne à des ſucceſſeurs animés du même eſprit, émules de ſa gloire & dignes héritiers de ſes vertus comme de ſon thrône.

COMMENT

LES SCIENCES

INFLUENT

DANS LA POËSIE.

PAR M. MERIAN.

SUPPLEMENS AU QUATRIÈME MÉMOIRE (*).

Ces Supplémens rouleront ſur l'eſprit imitatif des poëtes Latins, ſur leurs ouvrages didactiques, & ſur les vers de quelques philoſophes de Rome.

§. 1.

Eſprit imitatif de la Poëſie Latine.

Quoique dans le cours de ce Mémoire nous ayons aſſez fait connoître l'eſprit imitatif de la poëſie Latine, le tableau ſuivant fera mieux voir encore ce qu'elle doit à la poëſie Grecque, & ce qu'elle tient d'elle-même; ſi tant eſt qu'elle ſoit originale en quelque choſe.

La langue Latine a pris dans la langue Grecque, & ſurtout dans les dialectes Éolien & Dorique, ſon Alphabet, ſes règles, ſa grammaire. Elle y a pris la valeur proſodique des ſyllabes, le rhythme, les déſinences, les différens mètres, & les formes métriques. Elle y a pris en un mot, tout

(*) Lus le 1. Février, & le 19. Juillet 1781.

ce qui peut rendre une langue propre soit pour la prose, soit pour la poësie (1).

Nous avons vu la Poësie Latine dans une dépendance continuelle de la poësie Grecque, les premiers poëtes Latins Grecs de naissance, les pères du théâtre de Rome traduisant à la lettre des comédies & des tragédies Grecques.

Dans l'âge d'or de la langue Latine les poëtes Grecs furent imités moins servilement, & avec plus de goût: chacun se choisit les modèles les plus conformes à son génie, & au genre où ce génie le portoit.

Properce s'attacha à Callimaque & à Philétas: il se dit leur premier pontife parmi sa nation: il félicite l'Ombrie, sa terre natale, d'avoir donné le jour au Callimaque Romain (2). Mais Catulle, venu avant lui, avoit déjà mis en Latin le *poëme de la chevelure de Bérénice*, & avoit traduit encore la belle ode de Sappho, conservée dans le Traité *du sublime* de Longin.

Gallus, le traducteur ou l'imitateur d'Euphorion de Chalcis (3), avoit encore pour ami Parthénius, natif de Myrlée, qui lui enseigna le beau tour de l'élégie, & lui communiqua la suavité moelleuse de sa versification. Vir-

(1) *Artium parens et altrix græca diligentia est.*
Litterarum porro curam nulla gens attentius
Repperit, polivit usque finem ad unguis extimum.
Quod Latinus æmulando, nec satis fidens sui,
(Exitus nam nostra lingua non capit tam plurimos),
Attamen fandi paravit non secundam copiam.
Terent. Maur. de Syllabis.

(2) *Callimachi Manes, et Coi sacra Philetæ!*
In vestrum, quæso, me sinite ire nemus.
Primus ego ingredior puro de fonte sacerdos
Itala per Grajos orgia ferre choros.
Dicite, quo pariter carmen tenuastis in antro,
Quove pede ingressi, quamve bibistis aquam.
Lib. III. El. 1.

Ut nostris tumefacta superbiat Umbria libris,
Umbria, Romani patria Callimachi.
Lib. IV. I. v. 63. 64.

(3) *Ibo, & Chalcidico quæ sunt mihi condita versu*
Carmina, pastoris Siculi modulabor avenâ.
Virg. Ecl. X.

Digitized by Google

gile même ne dédaigna point de s'inſtruire avec ce Parthénius, ni de s'approprier ſes vers.

Virgile, élevé à Crémone & à Naples, y avoit de bonne heure ſucé le miel du Parnaſſe Grec. Il imita Théocrite dans ſes Paſtorales, Héſiode, Aratus, Nicandre dans ſes Géorgiques, Homère, les Tragiques d'Athènes, Apollonius de Rhodes, & d'autres poëtes Alexandrins dans ſon Énéide. C'eſt d'eux qu'il apprit à briſer la dureté de ſa langue, & à la façonner à l'harmonie Grecque. Il transféra dans ſes Églogues ces noms de bergers & de bergères, Tityre, Corydon, Ménalque, Phyllis, Amaryllis, Galatée, qui rendent des ſons ſi coulans & ſi doux ſous la flûte du paſteur de Syracuſe.

Il puiſa à pleines mains dans les tréſors de la Grèce. Il déclare lui-même qu'il reviendra des monts d'Aonie, eſcorté du brillant cortège des Muſes Grecques (4).

Macrobe ſe fait fort de remplir de gros volumes des larcins de Virgile. Il obſerve que ce poëte empruntoit ſouvent à la dérobée, & ſavoit alors ſi bien déguiſer ſes emprunts qu'il eſt très-difficile de les découvrir. Le même auteur fait ſur Virgile une remarque applicable à tous les poëtes, ſi non à tous les écrivains du ſiècle d'Auguſte; c'eſt qu'on ne doit point ſe flatter de les bien comprendre ſans une parfaite intelligence du Grec (5). Si cela étoit vrai du temps de Macrobe, à plus forte raiſon l'eſt-il de nos jours.

Horace dit modeſtement n'avoir reçu en partage qu'un léger ſouffle de la Muſe Grecque (6). Mais cette Muſe l'inſpira tout entier. J'en atteſte

(4) *Primus ego in patriam mecum, modo vita ſuperſit,*
Aonio rediens deducam vertice Muſas.
Georg. III. 10.

(5) *Fuit enim hic poëta, ut ſcrupuloſè et anxiè, ita diſſimulanter et clanculè doctus, ut multa transtulerit, quæ, unde translata ſint, difficile ſit cognitu.* Saturn. Lib. V. ab init. *Probatumne vobis eſt, Virgilium, ut ab eo intelligi non poteſt, qui ſonum Latinæ vocis ignorat, ita nec ab eo poſſe, qui Græcam non hauſerit extremâ ſatietate doctrinam? Nam ſi faſtidium facere non timerem, ingentia poteram volumina his, quæ a penitiſſimâ Græcorum doctrina transtuliſſet, implere.* Ibid. ad fin. Libri.

(6) *Spiritum Grajæ tenuem Camoenæ.* Lib. II. Ode 16.

Digitized by Google

ſes plus chers favoris, qu'Horace a imités, Pindare, Anacréon, tous ces anciens maîtres de la Lyre dont le naufrage des temps a porté quelques débris jusqu'à nous.

Les poëtes Latins ne ſe ſont point contentés de l'imitation direčte, ils ont encore imité les premiers imitateurs des Grecs. Virgile a ſu extraire de l'or du fumier d'Ennius. Il enleva des vers à Furius, Antius, Névius, & ſans remonter ſi haut, à Varron Atacin, à Lucrèce, à Varius. Horace en uſa de même avec Pacuve & Lucile, tout en les critiquant.

Dans les époques ſuivantes, les poëtes ſont encore plus imitateurs de ſeconde main. Ils ſe forment ſur les grands modèles qui ont déjà paru, & s'abreuvent dans les ſources pures que le ſiècle d'Auguſte a fait jaillir. Lucain imite Virgile plus rarement, parce qu'il a la préſomption de lui diſputer la palme. Les auteurs des Tragédies Latines le pillent, & le gâtent. Flaccus & Silius copient ſes fictions & ſon ſtyle. Stace fait profeſſion de le ſuivre de loin, & de baiſer les traces de ſes pas (7). Stace eſt le poëte que Claudien affectionne par préférence; je ferois une liſte nombreuſe des choſes qu'il lui a dérobées. Auſone & Prudence ont fouragé dans tous les champs. Ce dernier applique les vers de Virgile à des ſujets ſacrés (8).

Ce feroit faire trop d'honneur aux Centons du bas âge, à la *Médée* d'Hoſidius Géta, aux *Mars & Vénus* du Scholaſtique Répoſien, au poëme

(7) *Vive precor, nec tu divinam Æneïda tenta,*
Sed longè ſequere, & veſtigia ſemper adora.
Thebaïd. Lib. XII. ad fin.

(8) Comme, par exemple, ce paſſage du premier Chant des Géorgiques où le Scorpion céleſte ſe reſſerre dans un eſpace plus étroit pour admettre Auguſte à ſes côtés (*Tibi jam brachia contrahit ardens — Scorpius, & cœli juſta plus parte relinquit*) à l'étoile des Sages d'orient. „Nous avons vu, diſent-ils, briller cet enfant parmi les aſtres, & par ſon éclat effacer les „ſignes radieux de la voute étoilée. L'aſtrologue qui veille ſur les monts Chaldéens fut „effrayé de voir diſparoître le ſerpent du Nord, fuir le lion de Némée, le cancer retirer „ſes pieds &c."

Vidimus hunc, ajunt, puerum per ſidera ferri,
Et ſuper antiquos ſignorum ardeſcere tractus.
Diriguit trepidans Chaldæo in vertice pernox
Aſtrologus, fugiſſe anguem, ceſſiſſe leonem,
Contraxiſſe pedes lateris manco ordine cancrum.

Apoth. v. 650.

Digitized by Google

de Alea, à l'*Hippodamie*, à l'*Alceſte* &c., que de les compter parmi les imitations. Les auteurs de ces productions barbares ſont des poëtes chiffonniers, qui ne ſavent que recoudre mal-adroitement des lambeaux arrachés à Virgile.

Chez les Grecs la Poëſie s'appeloit *Sageſſe*, & les poëtes s'appeloient *Sages* (9). Les poëtes Latins ſe ſurnomment les *doctes*. La raiſon en eſt qu'ils ne pouvoient ſe diſtinguer dans leur art ſans un fonds d'érudition Grecque, ſans une étude aſſidue de leurs modèles; tout comme nos jeunes peintres ſe forment en étudiant le faire des écoles Italiennes ou de l'école Flamande.

Et que l'on ne s'imagine pas que ce ſurnom de *docte* ne ſe réfère qu'à la haute poëſie. Il eſt donné le plus ſouvent aux poëtes les plus légers & les plus frivoles, à ceux-là préciſément qui ont chanté l'Amour & le Dieu de la treille; & ils ſe le renvoient l'un à l'autre en guiſe de compliment (10). Par où il eſt clair qu'il n'a pas le moindre rapport à la Science. Ainſi Scaliger s'étonne mal à propos de voir Catulle, qui n'a écrit que ſur des choſes très-communes, décoré de cette épithète. Catulle ne la reçoit qu'en qualité d'imitateur & de traducteur des Grecs.

Stace parle des *doctes poëſies* de Stella, que la jeuneſſe Romaine de l'un & de l'autre ſexe ſavoit par cœur (11); il en parle dans ſon poëme ſur la fête nuptiale de Stella & de Violantille. Mais ces doctes poëmes n'étoient que des vers d'amour, composés pour cette même Violantille, que Stella avoit chantée ſous le nom d'Aſtéris (12).

(9) Σοφία, σοφοί. Voy. notre Mémoire III. §. 1. p. 394. & §. 5. p. 421. & note (15).

(10) *Obvius huic venies, ederâ juvenilia cinctus*
Tempora, cum Calvo, docte Catulle, *tuo*. Ovid. Am. III. el. 9.
Sic cecinit doctus *pro te, Minoi, Catullus.* Tibull. III. el. 6.
Verona docti *ſyllabas amat vatis.* Mart. Lib. I. epigr. 62.
Lesbia dictavit, docte Catulle, *tibi.* Ib. Lib. VIII. epigr. 72.
Si non ignota eſt docti *tibi terra Catulli.* Ib. Lib. XIV. epigr. 100.

(11) *Nam* docta *per urbem*
Carmina *qui juvenes, quæ non didicere puellæ?* Silv. I. Carm. II. 172.

(12) *Aſteris & vatis totam cantata per urbem.*
Ibid. v. 197.

Le goût du Grec avoit pris très-anciennement à Rome. Mais il s'accrut prodigieusement, lorsque la Grèce conquise eut donné des lois à ses sauvages vainqueurs, & introduit les arts dans le Latium agreste.

Lors même que la langue Latine fut toute formée, ce goût ne se perdit point. Les écrivains du bon âge, non seulement les poëtes, mais encore les historiens, les orateurs, les philosophes, exploitèrent les riches mines de la littérature Grecque, au profit de leur littérature nationale.

Après eux ce goût, loin de diminuer, devint un engouement, une passion, & enfin une fureur.

Néron jugeoit que les Grecs seuls avoient des organes & du tact pour les belles choses; qu'eux seuls méritoient qu'il s'occupât d'eux, & s'étudiât à leur plaire (13).

Du temps de Juvenal nous voyons toute la Grèce débordée dans Rome, des artistes, des virtuoses, des avanturiers de toute espèce, grammairiens, rhéteurs, géomètres, peintres, baigneurs, augures, danseurs de corde, médecins, magiciens, passer en foule la mer pour y chercher fortune (14), & par leurs manières souples & insinuantes s'établir dans toutes les bonnes maisons, & les enfans mêmes à peine nés remis entre les mains d'une gouvernante Grecque (15).

C'est ce qui échauffe si fort la bile du trop caustique Juvenal contre ce peuple Comédien, comme il appelle les Grecs (16), & plus encore contre les femmes Romaines si affollées d'eux & de leurs modes. Elles ne se croient belles, dit-il, que métamorphosées en Athéniennes: elles oublient honteusement la langue de leur pays pour estropier une langue étrangère. C'est en Grec qu'elles expriment leurs passions, leurs désirs, & révèlent leurs pensées les plus secrètes. Elles font je ne sais quoi encore à la Grecque (17). C'étoit

(13) *Solos scire audire Græcos, solosque se, et studiis suis dignos, ait.* Suet. in Nerone. c. 22.

(14) Vid. Juvenalis. Sat. III. v. 60. 76. &c.

(15) *At nunc natus infans delegatur Græculæ alicui ancillæ.* Dialog. de caus. corr. Eloq. c. 29.

(16) *Natio comoeda est.* Ibid. v. 100.

(17) *Concumbunt Græcè.* Sat. VI. 185.

Digitized by Google

C'étoit pouſſer l'imitation un peu loin. Mais on voit par là combien l'habitude s'en étoit enracinée: & l'on ne s'étonnera plus de la trouver régnante dans des matières où elle eſt infiniment plus raiſonnable, je veux dire dans les ouvrages d'esprit, dans les ouvrages de l'art, dans ceux de poëſie ſurtout, dans lesquels on reconnoît presque toujours le moule Grec.

Cependant peut-on dire ſans reſtriction que les poëtes Latins ne jouent jamais que le ſecond rôle d'imitateurs? & toute originalité doit-elle leur être déniée?

Horace ne ſe glorifie-t-il point de s'être frayé des routes nouvelles, & de n'y avoir marché ſur les pas de perſonne? Oui; mais les vers qui ſuivent immédiatement expliquent ſa prétention: c'eſt d'avoir traité des matières différentes dans le mètre & dans l'eſprit d'Archiloque & d'Alcée, qu'il a le premier imités dans ſes Odes, & dans ſes Épodes (18). Cette gloire lui ſera auſſi peu conteſtée qu'à Virgile celle d'avoir été le premier chantre Latin des Bucoliques & des Géorgiques. Nous révérons en eux non-ſeulement les imitateurs, mais les rivaux de Pindare, d'Alcée, d'Archiloque, de Théocrite, d'Héſiode, d'Homère; & nous les couronnons des mêmes lauriers (19).

Horace dit ailleurs que ceux d'entre les poëtes Romains qui ont oſé, en abandonnant les veſtiges des Grecs, faire des tragédies & des comédies nationales, ont acquis une belle réputation (20). J'en ſuis perſuadé. Mais ces tragédies & ces comédies étoient au moins calquées ſur les règles, la

(18) *Libera per vacuum poſui veſtigia princeps,*
Non aliena meo preſſi pede. Qui ſibi fidit,
Dux regit examen. Parios ego primus Iambos
Oſtendi Latio; numeros animosque ſecutus
Archilochi, non res et agentia verba Lycamben. Lib. I. Epiſt. 19. v. 21.

Et en parlant d'Alcée,

Hunc ego non alio dictum priùs ore Latinus
Vulgavi fidicen.

(19) *Ac ne me foliis ideò brevioribus ornes.* Ibid.

(20) *Nec minimum meruere decus veſtigia Græca*
Auſi deſerere, & celebrare domeſtica facta,
Vel qui prætextas, vel qui docuere togatas.
De Arte poët. 286.

forme, & le ſtyle du théâtre Grec. Nous l'avons prouvé plus haut à l'égard des comédies (21).

Deux genres ſemblent appartenir en propre aux Romains, l'Héroïde, & la Satire.

Ovide s'annonce pour l'inventeur des Héroïdes (22). Mais nous avons, au quatrième livre de Properce, l'Épître d'Aréthuſe à Lycotas qui a tout l'air d'une Héroïde: & la dernière élégie du même livre, où l'ombre d'une matrone Romaine apparoît à ſon époux, y a auſſi beaucoup de reſſemblance. De ſorte qu'il faudroit borner ce genre aux héros & aux héroïnes de la Fable, pour aſſurer à Ovide ſes droits de primauté, & ceux qu'il a ſur notre reconnoiſſance pour avoir enrichi l'Art poëtique de cette belle invention.

Je définirois l'Héroïde, une épître, ou une élégie dramatique, dans laquelle un perſonnage célèbre par une paſſion malheureuſe, ou par un grand revers de fortune, donne eſſor aux mouvemens dont ſon ame eſt agitée. Mais quoique les Grecs ne nous ayent rien laiſſé dans ce genre, & que les Romains en réclament à juſte titre la propriété, il n'en eſt pas moins certain qu'Ovide doit à la Tragédie & à l'Épopée Grecque, & ſon fonds, & ſes matériaux, & ſes acteurs, & juſques aux couleurs de ſon ſtyle. J'en prends à témoins Pénélope, Oenone, Helène, Hypſipyle, Médée, Ariane, Phèdre, toutes ſes héroïnes, ſans excepter Didon, quoique le quatrième Chant de l'Énéïde ait fourni les principaux traits de cette Héroïde; mais les Argonautiques d'Apollonius les avoient, en grande partie, fournis à Virgile.

L'invention d'Ovide conſiſte à reſſerrer l'intérêt ſoit d'un récit épique, ſoit d'une tragédie, dans un monologue paſſionné, lequel encore n'eſt pas tellement monologue qu'il ne ſuggère à l'imagination la perſonne abſente & muette à qui le diſcours eſt adreſſé, & ne nous faſſe anticiper les impreſſions que le mouvement dramatique dont ce diſcours épiſtolaire eſt animé, lui feront reſſentir.

(21) Mém. IV. Sect. I. année 1778. pp. 356. 357.

(22) *Ignotum hoc aliis ipſe notavit opus.*
De arte amandi Lib. III. v. 346. Lib. IV. Eleg. 3.

Digitized by Google

Ainsi il ne manque à ce genre aucune des qualités caractéristiques de la vraie Poësie. Les Allemands l'ont depuis quelques années transporté sur leur théâtre sous le nom de *Monodrame*, & accompagné de musique. Nous y avons vu l'Ariane même d'Ovide, dans toutes ces cruelles agitations par où il la fait passer, suivre d'un œil égaré les voiles fugitives qui emportent son perfide amant, faire retentir du nom de Thésée les bois & les rochers, & remplir de ses cris de douleur & de désespoir les rives désertes de Naxos.

Tout ce que nous venons de dire des Héroïdes, nous pouvons l'affirmer de la Satire Latine. Elle n'est point imitée des Grecs. Mais elle a de grandes obligations à la Poësie Grecque.

On sait que la Satyre des Grecs étoit tout autre chose, un drame badin, une tragédie enjouée, comme Démétrius la nomme (23), avec un Chœur de Satyres. Elle approchoit un peu de nos Parodies modernes, mais n'a rien de commun avec la Satire Romaine dont nous parlons. Le Cyclope d'Euripide est la seule pièce qui nous reste de ce genre. Livius Andronic avoit débuté par des drames de cette nature, renouvelés des Grecs, avant qu'il reproduisît leurs tragédies.

Autant que nous pouvons remonter à l'origine des Arts, la Satire Latine fut inventée par Ennius, que suivirent Pacuve, & puis Lucile qui l'étendit & la perfectionna.

Elle a pour objet la censure des mœurs: en quoi elle s'accorde avec l'ancienne Comédie Grecque, aussi bien que dans les licences qu'elle se permet, dans celle principalement de nommer les personnages sur qui tombent ses coups de fouet. Lucile, nourri des saillies d'Eupolis, de Cratinus, d'Aristophane, les ajustoit seulement aux besoins de son siècle & de sa nation (24).

Mais il y a entre la Satire, & cette comédie ancienne, une différence générique; & je ne comprends pas pourquoi Horace la restreint au nombre,

(23) τραγῳδία παίζουσα.

(24) *Hinc omnis pendet Lucilius, hosce secutus;*
Mutatis tantum pedibus, numerisque.
Horat. Lib. I. Sat. 4.

Digitized by Google

& à la forme du vers (25). La Satire n'est point un drame, quoiqu'elle tienne de la comédie un certain mouvement dramatique, ainsi que les Héroïdes tiennent le leur de la tragédie. Elle est plus voisine du drame lorsqu'elle est dialoguée que lorsqu'elle est simplement narrative, quoiqu'alors même, n'ayant ni intrigue ni péripétie, & ses interlocuteurs ne faisant que discourir sur un sujet donné, elle ne soit point propre pour la représentation, mais uniquement pour la récitation & pour la lecture. Horace appelle ses Satires *des discours* (26). C'est encore, si vous voulez, le drame comique changé en monologue, comme l'Héroïde est le drame tragique avec le même changement. Ou bien, la Satire est à la Comédie ce que les pièces de Thespis furent à la Tragédie, à cela près que ces dernières engendrèrent la Tragédie; au lieu que la Comédie enfanta la Satire.

Quelques savans y croient appercevoir de la ressemblance avec les *Silles* des Grecs. Elle peut aussi s'être prévalue des traits plaisans des Fescennines & des Atellanes. Et il n'est pas douteux que les premiers auteurs de la Satire n'y ayent fondu tout ce qui leur convenoit, quelque part qu'ils le rencontrassent.

Voilà donc jusqu'où l'originalité de la Satire Latine est vérifiée, & comment il faut entendre Quintilien, lorsqu'il dit que la Satire toute entière est l'ouvrage des Romains (27). Mais est-ce une originalité poëtique? Je ne proposerois pas cette question, si Horace ne l'eût proposée avant moi, s'il ne se fût déclaré pour la négative, si en sa qualité de faiseur de Satires il ne renonçoit de plein gré au nom de poëte (28). Il est vrai qu'après avoir motivé son renoncement, il ne croit pas encore cette discussion terminée, & se réserve de la reprendre dans une autre occasion. Si je ne me trompe fort, tout ceci n'est que de la plaisanterie. Il donne plus d'une fois le nom *de poësies* (*Carmina*) aux Satires de Lucile, & aux sien-

(25) V. la note précédente.

(26) *Sermones.*

(27) *Satira tota Romanorum est.*

(28) Lib. I. Sat. IV. a versu 38.

Digitized by Google

nes: & à la fin de cette même Satire, il se range de nouveau dans la confrérie des poëtes, dont il s'étoit si solennellement exclu (29).

Casaubon veut que les Satires d'Horace soient comptées parmi les poëmes, parce qu'elles ont un mètre. Il pouvoit voir dans Horace même que cela ne suffit point, & ne les rendroit encore que de la prose mesurée. D'un autre côté, les raisons d'Horace pour le sentiment contraire ne prouvent autre chose si non que ses Satires ne sont pas des odes, ni des poëmes épiques. Le point décisif est de savoir si l'esprit de la poësie les anime. Cet esprit, comme on sait, peut varier en dégrés sans perdre sa nature. Il n'est point à la même hauteur dans l'élégie, dans l'épigramme, dans l'idylle, dans le drame, dans l'ode, dans l'épopée. Il monte & descend sur l'échelle qu'il parcourt, pour se mettre chaque fois au niveau du genre, du sujet, des diverses parties du sujet, suivant qu'elles demandent plus ou moins d'élévation; enfin il est encore modifié par le tour d'esprit particulier des poëtes, qui leur fait saisir le même sujet sous différentes faces. Mais dans chacune de ces gradations, il doit toujours se faire sentir d'une manière proportionnée, & ne jamais s'éteindre.

Je sens en effet cet esprit sortir de toute part des Satires d'Horace, non comme un feu brûlant, mais comme une douce lumière; non comme un vent impétueux, mais comme le souffle caressant du Zéphire.

Quelque familier que son langage paroisse, je demande aux connoisseurs si en rompant la mesure & la structure de ses périodes, ils y trouveroient le même charme. Je demanderois volontiers à Horace lui-même: si vous vous croyiez sérieusement hors d'état d'y infuser l'esprit poëtique, pourquoi les écriviez-vous en vers? Outre la peine perdue, se peut-il rien de plus insipide que des vers destitués de poësie? Étoit-ce à un aussi grand maître à faire une faute aussi grande?

Ce nom de poëte, qu'Horace décline avec une feinte modestie, je ne pense pas qu'on voulût le refuser à Perse, & à Juvenal. Cependant le génie des trois Satiriques Romains que le temps a épargnés, ne diffère que

(29) *Multa poëtarum veniet manus, auxilio quæ Sit mihi.*

Digitized by Google

par des nuances de ton & de ſtyle. Dans Horace, c'eſt l'ironie fine d'un homme à qui les vices & les ridicules ne ſervent que de jouet & d'amuſement; dans Perſe, une cenſure grave & ſévère; dans Juvenal, un rire ſarcaſtique & amer, qui tranche dans le vif, & enfonce le trait jusqu'à l'enſanglanter (30). Qu'eſt-ce qui empêcheroit que la Poëſie ne ſe pliât à toutes ces nuances?

Voici une dernière queſtion, qui me rapproche tout d'un coup de celle que j'examine.

La Satire Romaine eſt-elle redevable de ſes ſuccès à la Science? En a-t-elle tiré du ſecours? quel ſecours? & de quelle ſcience?

Voyons d'abord les objets de cette Satire. Juvenal nous les dira: *les actions des hommes & les paſſions d'où elles émanent; tout ce qu'ils font, leurs vœux, leurs craintes, leur colère, leurs plaiſirs, leurs allées & venues, voilà les matériaux de ſon livre* (31). Or ſous laquelle de ces catégories rangerons-nous la Science?

La vraie Science ne prête point à la cenſure, & n'a rien de ridicule. Il n'y a que la fauſſe ſcience, ou l'ignorance préſomptueuſe qui y fourniſſent de l'étoffe. Mais encore faut-il, pour exciter les ſifflets de la Satire, qu'elle ſe manifeſte au dehors, dans les mœurs, dans la conduite, dans le caractère. Et en ce ſens elle a été turlupinée, & flagellée par les Satiriques Romains. Mais dans aucun autre ſens je ne vois de quel ſecours leur ont été, ou pouvoient leur être, pour l'exercice de leur miniſtère, la Géométrie, la Phyſique, la Métaphyſique, ni aucune branche des Sciences exactes. Juvenal, qui ne liſoit pas même les philoſophes, n'eſt certainement pas inférieur à Perſe, qui en faiſoit une étude approfondie, & qui étoit un des plus zélés Stoïciens.

(30) *Rigidi cenſura cachinni.* Sat. X. 31.

(31) *Quicquid agunt homines, votum, timor, ira, voluptas,*
Gaudia, diſcurſus, noſtri eſt farrago libelli. Sat. I. 85.

Le mot Latin *Farrago*, qui ſignifie un *ramas*, reviendroit aſſez à cette *lanx ſatura*; ce baſſin rempli d'un mélange de fruits de toute eſpèce, d'où l'on veut que la Satire ait pris ſa dénomination.

Digitized by Google

Le talent de la Satire, comme celui de la comédie, suppose de l'expérience, la connoissance des caractères, des vices, & des travers qui dominent dans tous les étages de la Société. Despréaux disoit,

Comme on voit, dans nos champs, la diligente abeille,
Qui du butin des fleurs va composer son miel;
Des sottises du temps je compose mon fiel.

Et du temps des Horace & des Juvenal, la capitale du monde étoit bien un aussi vaste théâtre de vices & de sottises que la capitale de la France du temps de Despréaux.

Mais, me direz-vous, cela ne suppose-t-il pas un esprit philosophique? & cet esprit n'est-il pas empreint dans les Satires Romaines?

Ici j'avoue mon embarras à répondre. *Esprit philosophique* est un de ces mots sonores, de ces grands mots, auquel on soupçonne peut-être une signification d'autant plus relevée qu'on n'y en a point attaché de précise, & qu'on ne s'en est formé que des idées vagues.

Entendez-vous par là un esprit juste, le bon-sens, le jugement sain, la droite raison? Qualités essentielles dans toutes nos entreprises, nécessaires à l'homme, utiles à tout écrivain prosateur ou poëte (32), mais qui seules ne suffisent point pour bien écrire en prose ni en vers, ni pour faire de bonnes Satires.

Voulez-vous dire ce coup-d'œil observateur, cette sagacité à apprécier les hommes, à pénétrer les replis du cœur, à démêler les ressorts secrets des actions, à démasquer le vice sous les apparences de la vertu, la petitesse sous les dehors de la grandeur, le ridicule à travers le faste qui le couvre? Il faut assurément au Satirique de cet esprit-là: & il ne manquoit point à ceux de Rome; mais il n'est pas un don de la Philosophie; il est un don de la Nature, cultivé dans l'usage du monde, & dans le fréquent commerce avec des hommes de tout état & de toute espèce.

Est-ce un esprit de Logique, un esprit argumentateur dont vous parlez? cet esprit qui réduit tout en syllogismes, & procède toujours, avec

(32) *Scribendi rectè sapere est et principium, et fons.*

Digitized by Google

méthode, des prémiſſes à la concluſion? Nos poëtes ne l'ont point eu; ils ont très-bien fait de ne pas l'avoir, & encore mieux de s'en moquer.

Entendez-vous l'habitude de généraliſer nos idées, d'enchainer des vérités abſtraites, de les ſubordonner les unes aux autres dans une liaiſon ſyſtématique, de voir la Nature en grand? Je ſoutiendrai hardiment que cet eſprit n'eſt pas celui de la poëſie, qu'il en eſt à mille lieues, plus loin encore de celui de la Satire, & plus propre à les faire perdre l'un & l'autre qu'à les faire acquérir.

Le Satirique n'a que faire de ces ſublimes notions. Ce n'eſt point du monde intellectuel, ni de l'homme en général qu'il s'occupe, mais des individus de notre race bien particulariſés. On embraſſeroit tout le ſyſtème des êtres, depuis Dieu jusqu'à l'atome; on appercevroit les liens imperceptibles qui réuniſſent les unes aux autres les parties de ce grand tout; on ſeroit un aigle en Ontologie, en Cosmologie, en Pneumatologie, en Morale ſcientifique, en Encyclopédie, ſans en avoir plus de vocation pour la Satire.

C'eſt plutôt le contraire. Dans le plan univerſel il n'y a rien à reprendre, tout eſt au mieux. C'eſt dans les détails de la vie humaine & de la Société que ſont les vices & les défauts, & que circulent ces humeurs peccantes qui demandent la cautériſation.

Or de la hauteur d'où le philoſophe les contemple, ces détails, ſe confondant & rentrant les uns dans les autres, échappent à ſes regards. Auſſi n'y a-t-il perſonne de plus ſujet à mal voir, à être dupe des apparences, à juger de travers de tout ce qui eſt hors de ſa ſphère; & lorsque deſcendu de cette ſphère il vient à conſidérer de plus près les choſes de la vie, perſonne qui ſoit plus dans le cas de redreſſer & de rectifier ſes jugemens. Ce qu'on appelle un homme du monde, en ſait plus par la ſimple routine, & fera une eſtimation plus juſte des affaires humaines, que le ſpéculateur le plus conſommé dans les hautes ſciences.

Horace & Juvenal étoient de ces hommes-là: ils connoiſſoient à fond la cour & la ville; & ils étoient poëtes. Que leur falloit-il d'avantage pour remplir leur tâche? S'il s'agiſſoit cependant de cette philoſophie pratique, de cette heureuſe indifférence qui ne s'échauffe de rien, & rit de tout

avec

Digitized by Google

avec le ſang froid de Démocrite, le flegme d'Horace me paroîtroit plus philoſophe que la bile de Juvenal; à moins que l'eſprit philoſophique ne fût un eſprit irascible, comme on ſeroit quelquefois tenté de le croire.

En revendiquant l'invention de la Satire proprement dite aux Romains, je n'y ai point compris la *Satire Ménippée*, dont le ſeul nom décèle une origine Grecque.

§. 2.

Poëſie didactique des Romains.

Parmi les poëmes Latins il en eſt un bon nombre du genre didactique; & ce genre a un rapport trop marqué à notre Queſtion pour le paſſer ſous ſilence. Mais dans la partie hiſtorique de mes Mémoires, je dois me borner à l'effet que ces poëmes produiſent. Je ne remonte pas aux cauſes. Ce n'eſt point ici une théorie, mais une ſuite d'obſervations & d'expériences.

Les poëtes didactiques enſeignent des Sciences, ou des Arts. Dans la première claſſe, qui nous concerne plus directement, nous n'en avons que deux à citer. Lucrèce a expoſé les doctrines d'Épicure; Manile a appliqué les doctrines aſtronomiques à l'Aſtrologie judiciaire.

Or voici d'abord une expérience auſſi ſimple que déciſive; c'eſt le ſentiment même dont je ſuis affecté en liſant Lucrèce & Manile. Je leur vois faire un double perſonnage; je leur vois jouer deux rôles ſi différens, ſéparés par des limites ſi préciſes, que je tire ma ligne entre deux, & me dis: de ce côté-là eſt le poëte; de celui-ci l'aſtrologue, ou le philoſophe.

Les matières qu'ils traitent, fourniſſent en effet ſi peu à la poëſie qu'ils ne ſauroient entrer en verve ſans faire des écarts, écarts ou épiſodes qui ſont, je l'avoue, d'une grande beauté: Lucrèce en a de raviſſans. Et leur contraſte avec la partie dogmatique de ſon ouvrage ne les fait que mieux ſortir. Cette partie n'eſt qu'un ſquelette décharné, de la proſe en dimenſions métriques, une lourde enfilade de ſpondées & de dactyles ſans ame & ſans vie.

C'eſt ce qui rend le ſtyle de ces auteurs ſi inégal & ſi diſparate. Il faut bien que le langage de la Science ne compatiſſe guère avec la langue des

Digitized by Google

Dieux, puisque de tels écrivains n'ont pas réussi à les concilier. A l'abondance, à l'élégance, à la force, à l'harmonie, succèdent chez eux la stérilité la plus désolante, & les sons les plus rudes, sans que rien prépare, ou adoucisse le passage. Il vous semble, des bords fleuris du Permesse, être brusquement transporté dans les sables de l'Arabie.

Te, Dea, te fugiunt venti, te nubila coeli,
Adventumque tuum. Tibi suaveis dædala tellus
Submittit flores, tibi rident æquora ponti:
Placatumque nitet diffuso lumine coelum (1).

Quel coloris admirable dans ces vers! quelle harmonie pittoresque dans le dernier! La Déesse les a dictés elle-même. Mais où étoit-elle quand Lucrèce fit les suivans? & diriez-vous qu'ils sont du même homme, du même poëme, du même chant de ce poëme, où je les prends au hazard?

Præterea nihil est, quod possis dicere ab omni
CORPORE sejunctum, secretumque esse ab INANI;
Quod quasi tertia sit numero natura reperta.
Nam, quodcunque erit, esse aliquid debebit id ipsum,
Augmine vel grandi, vel parvo denique, dum sit.
Quod si Tactus erit quamvis levis, exiguusque,
Corporum augebit numerum, summamque sequetur.
Sin intactile erit, nulla de parte quod ullam
Rem prohibere queat per se transire meantem;
Scilicet hoc id erit Vacuum, quod INANE vocamus (2).

Où sont les Muses, quand Manile versifie des opérations d'Arithmétique (3); quand il divise les astres en hommes & bêtes, mâles & femelles, doubles & simples, ou qu'il en décrit les aspects triangulaires, quarrés, hexagones, ou la conjonction & l'opposition des signes célestes, distinguant ceux qui se regardent de ceux qui s'écoutent, ceux qui s'aiment de ceux qui se haïssent; ou quand il dénombre les Athles, les Dodécatomories, les Décanies, les points cardinaux, les douze maisons?

(1) Lib. I. 6.
(2) Lib. II. v. 279. suiv.
(3) Lib. II. v. 297. suiv.

Digitized by Google

Ce n'eſt point parce que ces choſes ſont un fatras d'erreurs & d'illuſions, que la Poëſie les rebute; c'eſt à cauſe de leur horrible ſécchereſſe, qui augmente encore par leur apprêt ſcientifique. Car l'Aſtrologie, ſans être une ſcience, en porte la livrée: c'eſt une ſuperſtition futile, masquée en ſcience, un délire ſyſtématique.

Que j'aime bien mieux Manile dans les Prologues de ſes quatre premiers Livres, dans ſon beau récit de la Fable d'Andromède (4); & que je me plais dans ſa Voie lactée, au milieu des Sages & des Héros de la Grèce & de Rome (5)! Dans ces parterres fleuris, qui ſortent de loin à loin d'un terroir deſſéché, je retrouve le fils d'Apollon, & je me ſens rafraîchi par l'air de la double colline.

Quand Lucrèce eſt poëte, j'en connois peu que je vouluſſe lui préférer, ſoit pour l'élévation du génie, ſoit pour la vigueur du pinceau. Son invocation à la mère des Amours, ſes éloges d'Épicure, ſa deſcription des premiers âges du monde, celle de la peſte d'Athènes, tant de grands & ſuperbes tableaux, où il peint, de couleurs ſi vives & ſi vraies, la Nature & l'Homme, ſans les analyſer jusques dans leurs premiers élémens, m'enchantent & m'enlèvent, & demeurent gravés dans mon imagination en traits ineffaçables.

Ce qui rend la lecture de ſon poëme extrêmement piquante, & rachète l'aridité du fonds, ou du moins la fait ſupporter, c'eſt ce talent ſupérieur pour la Satire qu'il y déploie dans toutes ſes nuances, depuis la dériſion la plus amère jusqu'à l'ironie la plus délicate.

Avec quel art il ſait relever & animer les maximes morales d'Épicure, qui telles que Diogène Laërce nous les a transmiſes, ne feroient en poëſie que languir & traîner; au lieu qu'on les ſavoure avec délice aſſaiſonnées de ce ſel que Lucrèce y a verſé à pleines mains? On ſe raſſaſie difficilement des peintures qu'il fait des inquiétudes vaines, des projets & des vœux inſenſés, des eſpérances & des craintes chimériques de l'homme, créature frêle & périſſable, ballottée entre l'être & le néant, qu'un ſouffle élève, &

(4) Lib. V. 540.
(5) Lib. I. 756.

Digitized by Google

qu'un souffle détruit, de ses désirs frivoles, de ses passions fougueuses, de son ardeur à courir après des biens imaginaires, dont l'ennui, le dégoût, le repentir, & les remords suivent la jouissance. Ce sont ces images, variées sous tant d'aspects, qui répandent des charmes si vifs sur sa théorie de l'Amour, & sur celle de la Mort, à la fin du troisième & du quatrième Livre.

Lorsqu'il tourne cette arme dangereuse de la Satire contre des objets respectables, contre la Religion, la Providence, la vie future, on doit condamner, sans doute, le philosophe; mais il est permis d'admirer le poëte. Car c'est là précisément qu'il rassemble toute la force de son génie, & qu'il décoche ses traits les plus acérés. Mais comme ils frappent aussi des superstitions absurdes, & dignes d'être dévouées au ridicule, telles que l'histoire des Dieux & des Déesses, l'enfer poëtique, les supplices du Tartare, qu'il allégorise avec tant d'esprit, on peut souvent rire avec lui en toute conscience. Sa plaisanterie sur les Dieux foudroyans ne scandalisera point les physiciens. Pourquoi ces Dieux, au lieu d'écraser de leurs carreaux les têtes coupables, les lancent-ils à pure perte, dans la mer, dans les déserts, dans des lieux inhabités? ce n'est alors, dit-il, qu'un exercice pour se dégourdir les bras, & pour apprendre à tirer juste (6).

Dans tous ces morceaux Lucrèce est incomparable. Mais hors de là sa veine tarit, non assurément par sa faute, mais par celle du sujet. L'espace, les corpuscules qui y nagent, leurs propriétés, leurs configurations, leur mouvement vertical, & de déclinaison, leurs chocs, leurs cohésions, les qualités des corps qui en résultent, que faire de tout cela? Ni le sublime, ni le touchant, ni le gracieux, ni le plaisant, aucune couleur poëtique ne prend à cette toile. L'imagination de Lucrèce est alors vuide comme son Espace: & ses vers tombent aussi maigres, aussi peu sonores, aussi destitués de suc & de saveur que ses atomes (7).

(6) *An con brachia suefaciunt, firmantque lacertos?* Lib. VI. 396.

Rabelais auroit-il copié de là son jeune diable, qui en attendant qu'il ait assez grandi pour faire plus de mal, s'amuse à foudroyer le persil?

(7) *Et sonitu sterila, et succo jejuna feruntur.* II. 844.

Digitized by Google

Manile reconnoît que la doctrine qu'il enseigne n'est bonne qu'à être enseignée, & refuse tout ornement (8). Et avant son énumération des degrés bienfaisans & malfaisans de chaque signe, il avertit que ses vers, dénués de graces & d'harmonie, vont révolter les oreilles sensibles (9). Jamais prédiction ne fut si bien accomplie.

Lucrèce avoue que sa philosophie a un air rebutant & triste: il appelle Vénus & les Muses à son secours pour l'égayer. Il la compare à une décoction d'absinthe, qu'il ne pourra faire avaler à ses grands enfans, à moins de leur emmieller les bords du vase (10). Mais ce miel, malgré sa douceur, n'ôte pas le goût de l'absinthe.

Ainsi, de leur propre aveu, ces deux poëtes avoient à lutter contre leurs sujets, & labouroient une terre ingrate. Le genre & le ton didactiques ont déjà en eux je ne sais quoi de réfractaire à la Poësie, un certain air compassé, qui tient de la méthode employée dans les sciences, & qui en réveille l'idée. Ce sera donc un double désavantage pour le poëte que d'appliquer ce genre & ce ton aux sciences mêmes.

Il vaudra donc la peine d'examiner, si à mesure que les sujets didactiques s'éloignent de la Science, ils ne deviennent pas plus traitables, sans toutefois se dépouiller jamais du vice inhérent au genre auquel ils appartiennent. C'est l'observation générale que je voudrois constater par la révi-

(8) *Ornari res ipsa negat, contenta doceri.* Liv. III. 39.

(9) *Sed gratia deerit,*
In vanumque labor cedet, quem despicit auris. Lib. IV. 434.

(10) *Sed veluti pueris absinthia tetra medentes*
Quum dare conantur, prius oras pocula circum
Contingunt mellis dulci flavoque liquore,
Ut puerorum ætas improvida ludificetur
Labrorum tenus, interea perpotet amarum
Absinthi laticem, deceptaque non capiatur,
Sed potius tali facto recreata valescat:
Sic ego nunc, quoniam hæc Ratio plerisque videtur
Tristior esse, quibus non est tractata, retroque
Vulgus abhorret ab hac, volui tibi suaviloquenti
Carmine Pierio Rationem exponere nostram,
Et quasi Musæo dulci contingere melle. Lib. I. 935-946.

Digitized by Google

sion sommaire des poëmes didactiques des Romains, parmi lesquels il y en a de la plus haute célébrité.

Pour rendre cette observation plus lumineuse, nous placerons chacun de ces poëmes, sans avoir égard à la Chronologie, à la distance respective où est la matière qu'il traite de ce qu'on peut appeler matière scientifique.

Mais, dans cette estimation, il ne faut point oublier de tenir compte du génie & des talens des auteurs. Le grand poëte excellera par-dessus le poëte médiocre, lors même que ce dernier aura pour lui l'avantage du sujet. Ainsi je n'ai garde d'égaler à Lucrèce la plupart de ceux-mêmes qui ont trouvé des sujets infiniment plus heureux que le sien. Mais si, par exemple, je pouvois lui supposer une parité de génie, exacte ou approchante, avec Virgile, il est clair que le sujet seul décideroit du mérite comparatif de leurs productions. Et je dirois: les Géorgiques remportent la palme, parce que l'Agriculture est un sujet poëtiquement plus beau, que ne l'est la Nature des choses, parce qu'elle est moins dépendante de la Science, ou qu'elle ne l'est point.

Tout homme en état de sentir & de juger fera aisément ces compensations d'après les données que je vais lui fournir.

Les premiers poëmes que je devrois nommer, sont les poëmes sur les Mystères, & les poëmes controversaux des Chrétiens. Peut-être même devois-je les mettre ici avant ceux de Lucrèce & de Manile, parce qu'ils roulent sur des notions plus transcendantes. Mais outre qu'ils ont peu de réputation, je les ai déjà suffisamment fait connoître (11).

Ce que nous avons dit de l'Aratus Grec, peut également se dire de l'Aratus Latin, traduit en cette langue par Cicéron & par Germanicus, & paraphrasé plutôt que traduit par Aviénus. Ces traductions, & cette paraphrase au défaut essentiel de l'original, qui étoit inévitable, joignent celui d'être plus mal versifiées.

Il reste un poëme dont le nom sembleroit promettre; c'est l'*Ætna* attribué à Cornélius Sévérus. Mais on se tromperoit bien fort, en y cherchant soit l'origine fabuleuse du Volcan de la Sicile, soit cette belle poësie

(11) Sect. IV. pp. 473. seq. Mémoire pour l'année 1778.

Digitized by Google

descriptive dont les vrais poëtes l'ont enluminé. Ce n'est ici qu'un traité de Physique fort confus, fort ennuyeux, & dont la Fable est formellement exclue, par la singulière raison qu'elle n'est admissible qu'en poësie (12).

Des arts plus ou moins apparentés aux Sciences ont aussi eu leurs poëtes. Il existe un livre sur la vertu médicinale des plantes, d'un Émile Macer, que l'on a mal à propos confondu avec le Macer célébré dans les *Tristes* d'Ovide.

Sérénus Sammonicus a écrit sur la Médecine. Qu'on se représente une suite de formules ou de recettes, mises en vers; & l'on aura l'idée de son ouvrage, qui peut aller de pair avec le *Régime de vivre* de l'école de Salerne. Il est rempli d'erreurs superstitieuses, mais d'une espèce que la Poësie & la saine raison réprouvent également. Sammonicus a grande foi aux remèdes sympathiques & magiques, à la vertu occulte d'amulettes composés de figures, de caractères, & de passages d'écrivains renommés, que l'on porte sur soi comme des préservatifs (13). Il prescrit contre la fièvre quarte le quatrième Livre de l'Iliade, probablement à cause du nombre quatre, & l'Abra-Cadabra contre la fièvre demi-tierce (14). Il devoit se prescrire à lui-même une bonne dose d'Ellébore.

Laissons dans son obscurité le poëme de Rhemnius Fannius, ou comme d'autres le veulent, de Priscien, sur la proportion des poids & des mesures; & dans la poussière des collèges les vers techniques, ou mnémoniques, comme les Grecs les nommeroient, quand même ils seroient d'Au-

(12) *Debita carminibus libertas ista: sed omnis*
In vero mihi cura.

(13) *Namque est res certa salutis*
Carmen ab occultis tribuens miracula verbis.
De medicinâ. In Perorat.

(14) *Moeoniæ Iliados quartum suppone timenti.* Ibid. No. 50.
Inscribis chartæ, quod dicitur Abracadabra,
Sæpius & subter repetis, sed detrahe summam,
Et magis atque magis desint elementa figuris
Singula, quæ semper rapies, ac cætera figes,
Donec in angustum redigatur litera conum.
His lino nexis collum redimire memento. Ibid. No. 53.

Digitized by Google

ſone. Laiſſons-y toutes les ſentences détachées, ſans excepter celles de Caton, que Caton n'a point faites, & qui ſont d'un plus bas âge.

Les beaux-Arts vont nous ouvrir une perſpective plus riante dans de plus fertiles régions. La Poëſie même nous y appelle dans deux écrits où elle ſe montre comme repliée ſur elle-même, & dont elle conſtitue tout à la fois le fonds & la forme, avec cette différence cependant que dans l'un elle ſe reconnoît à peine, au lieu que dans l'autre elle ſe ſourit avec complaiſance, *Adſtupet ipſa ſibi.*

Le génie des deux poëtes mis à part, ou ſuppoſé égal, cette différence réſultoit déjà des diverſes branches du même art où ils ſe ſont attachés. Et ici encore ſe confirme notre obſervation générale, que l'aptitude d'une matière pour la poëſie croît en raiſon de ſon éloignement du genre ſcientifique, & du ton magiſtral affecté à ce genre.

Térentianus Maurus, dont l'époque eſt incertaine, & que l'on conjecture ſeulement avoir été contemporain de Martial, a laiſſé un Traité aſſez ample ſur les Lettres, les Syllabes, les Pieds, & les Mètres. Ce traité, en partie grammatical, en partie proſodique, n'enſeigne que le mécaniſme de la verſification. Quoiqu'utile & inſtructif, il pouvoit être en proſe ſans perdre aucun de ſes mérites, excepté celui de réunir l'exemple au précepte, en repréſentant chaque mètre qu'il explique, dans ce mètre même, & en le définiſſant ainſi tout enſemble aux ſens & à l'eſprit; mais d'où naît une bigarrure de vers qui ne ſauroit plaire.

Quoi qu'il en ſoit, il faut diſtinguer l'architecte de celui qui taille & prépare les matériaux. Ce maçonnage ou cette charpente poëtique n'eſt pas plus de la poëſie, que les règles rimées des Méthodes du Port-Royal, ou le *Jardin des racines Grecques.*

Mais voici de la vraie poëſie ſur la Poëſie. Je parle de l'*Art poëtique* d'Horace, où le plus habile maître dans cet art en a concentré l'eſprit, & la quinteſſence, en diſcourant ſur ſon but, ſes effets, ſes moyens, ſon origine, ſes genres, & ſur d'autres choſes qui y ſont relatives, telles que ſans ſuite & ſans ordre elles ſe préſentoient à ſon imagination.

Loin

Digitized by Google

Loin d'ici toute méthode, toute pesanteur didactique. C'est un art sans art, comme Scaliger le nomme (15); ou s'il y en a, il consiste à si bien voiler les préceptes sous des exemples, des images, des traits saillans de Satire, sous le désordre même qui y règne, que vous êtes instruit sans vous en appercevoir.

A bien considérer la chose, ce n'est point ici un ouvrage didactique, mais un chef-d'œuvre de poësie épistolaire. Pour le saisir dans son vrai point de vue, mettez-vous en la place des Pisons: & vous croirez vous entretenir familièrement avec un ami dont la conversation vous intéresse & vous amuse, sur un art qui fait vos délices.

Ce n'est en effet autre chose qu'une épître, la troisième du second Livre. La dénomination d'*Art poëtique* n'est point la vraie; elle a été forgée par les Grammairiens & les Rhéteurs, qui pour la plupart encore l'intitulent, *sur l'art poëtique* (16), par où le sujet du moins est mieux spécifié; car encore une fois ce n'est point un art poëtique dans les formes; ce sont des réflexions éparses sur la Poësie. Mais au fond aucun de ces deux titres n'est de la main d'Horace, qui n'a jamais cloué d'argument à la tête de ses poëmes. Il y avoit simplement mis *Épître aux Pisons* (17).

En l'examinant sans prévention, & sans esprit de système, vous y verrez toute connexion rompue comme de propos délibéré, les transitions écartées, les matières jetées pêle-mêle: & vous chercherez en vain cette marche régulière que des commentateurs anciens & modernes s'empressent si fort à contre-temps de vouloir y restituer. Horace se récrieroit contre les soins officieux qu'ils prennent de le gâter, en lui faisant perdre ces grâces négligées, cette aimable nonchalance, qui le caractérisent.

M. Hurd, aujourd'hui évêque de Lincoln, reproche aux critiques François qu'en voulant rédiger l'Art poëtique d'Horace en méthode, & le mouler sur Aristote & Démétrius de Phalère, ils ont trouvé le secret de rendre cet art ridicule. Ce reproche est fondé; mais je ne sais si M. Hurd a bon-

(15) *Ars sine arte.*

(16) *De arte poëticâ.*

(17) *Epistola ad Pisones.*

ne grâce à le faire, lui qui tombe exactement dans le même défaut. Il cherche, comme les critiques François, un plan là où le poëte n'en a point voulu mettre, & celui qu'il imagine, n'est pas plus vraisemblable que le leur (18).

Après les Beaux-Arts viennent ceux qui se rapportent d'avantage à la vie commune, & soit aux besoins, soit aux plaisirs de la Société.

Les Latins ont deux poëmes *sur la Chasse*, celui de Gratius, & celui de Némésien, qui tous deux nous sont parvenus mutilés, & un *sur la Pêche*, le Halieuticon d'Ovide, si fort lacéré dans toutes ses parties que ce n'est pas la peine d'en parler.

La versification de Gratius est du siècle d'Auguste; celle de Némésien, quoique fort postérieure, est encore très-bonne. Mais la chasse est un exercice fatigant jusque dans la poësie qui en décrit les préparatifs, l'attirail, & la pratique.

J'en dis autant du douzième Livre de Columella, qui traite de la culture des jardins, sujet fleuri, & versifié au mieux, mais qui ne contient que des détails utiles aux planteurs, & de la poësie descriptive. L'empereur Claude, encore jeune prince, pour qui Columella avoit écrit, regrettoit avec raison que ce douzième Livre ne fût pas en prose comme les autres.

Quand le poëme de Palladius *sur la Greffe*, qui fait aussi son dix-huitième ou dernier Livre, ne céderoit pas à celui de Columella du côté du style, il n'en seroit pas moins radicalement vicieux, & pêcheroit encore d'avantage du côté du sujet. En le lisant on n'a que trop lieu de se convaincre qu'ici la Poësie ne porte point ses propres fruits (19), & que sa sêve coule mal dans ce scion étranger.

Il n'y a point de poëme aussi parfait en son genre que les Géorgiques de Virgile; elles surpassent l'Énéide même en qualité d'ouvrage fini, & qui a reçu les derniers coups de la lime. J'ose dire cependant que toute com-

(18) Dans son commentaire sur l'*art poëtique* d'Horace.

(19) *Miraturque novas frondes, et non sua poma.*

Digitized by Google

pensation faite, elles ne sont rien en comparaison de l'Énéide, & seulement un ouvrage parfait dans un genre imparfait.

Virgile ne se dissimula point combien ce genre répugnoit à la poësie, & il ne dissimule point à Mécène combien est peu douce la tâche qu'il lui a imposée (20).

Aussi paroît-il mettre toute sa gloire dans la difficulté surmontée. „C'est une grande affaire que d'exprimer noblement de si petits objets, & „de leur prêter un éclat qu'ils n'ont point par eux-mêmes. Mais une dou-„ce ivresse l'emporte dans les déserts montueux du Parnasse. Il se plaît à „franchir ces lieux escarpés où aucun chantre Romain ne lui a applani la „route, & à s'y ouvrir un sentier nouveau vers la fontaine de Castalie (21)."

Son entreprise étoit d'autant plus difficile qu'il ne pouvoit y employer ni le style épistolaire, ni celui de la Satire. Il lui fallut adapter la haute poësie à un sujet didactique, avec quoi elle ne s'accorde guères; & encore à quel sujet? à des leçons d'agriculture, à la description des travaux rustiques & des instrumens du labourage, à des détails d'économie rurale.

Mais ici qui n'admireroit ce grand homme? Par le choix le plus exquis des termes, des épithètes, des tours de phrase, par une diction toujours châtiée, pure, élégante, imprégnée de l'urbanité Romaine, par la magie du coloris, & par les célestes accens de sa Muse, Virgile a triomphé de ces obstacles, a subjugué ce sujet rebelle, autant qu'il pouvoit l'être, en a amolli la dureté, fléchi la roideur, ennobli la bassesse en supprimant ou en palliant les menus détails, & les images triviales. *Il n'a pris que la fleur des choses*, dit Pline. *Il n'a point cherché*, dit Sénèque, *ce qu'il y avoit de plus vrai à dire*, *mais ce qui feroit le plus de plaisir*: *son but n'étoit point d'instruire les gens de la campagne*, *mais de charmer ses lecteurs.* Ajoutons

(20) *Tua, Mæcenas, haud mollia jussa.* Lib. III. 41.

(21) *Nec sum animi dubius, verbis ea vincere magnum*
Quam sit, et exiguis hunc addere rebus honorem.
Sed me Parnassi deserta per ardua dulcis
Raptat amor. Juvat ire jugis, quâ nulla priorum
Castaliam molli divertitur orbita clivo. Ibid. v. 290. seqq.

que ces lecteurs étoient des Romains, à qui il vouloit inspirer le goût de la vie champêtre, en la leur présentant sous un aspect agréable (22).

Voilà comment naquit ce merveilleux poëme, comment, dès son apparition, il éclipsa tous les poëmes Grecs qui y sont imités, & assura à son auteur cet éloge exclusif, dont tous les siècles retentiront:

Molle atque facetum
Virgilio annuerunt gaudentes rure Camoenæ.

Mais, tout en joignant ma foible voix à cet applaudissement universel, il me sera permis de demander, si le génie & l'art de Virgile ont pu si bien nous dérober la défectuosité du fonds des Géorgiques qu'elle ne paroisse nulle part, & ne se fasse sentir au travers même du vernis brillant dont elle est enduite.

Si les Géorgiques n'étoient que ce que leur nom porte, si elles ne contenoient que des instructions d'agriculture, quelque élégamment énoncées, quelque admirablement versifiées & coloriées qu'elles soient, pourroit-on y aller fort loin sans éprouver de la lassitude? Je ne le crois pas, & je l'éprouve en effet dans les parties purement didactiques. Pour réveiller mon attention & me réchauffer, j'ai besoin de ces magnifiques épisodes où la Poësie rayonne dans toute sa splendeur, & sur lesquels tous les Dieux de l'Harmonie ont vuidé leur coupe enchanteresse, épisodes si bien calculés, amenés & distribués avec tant d'intelligence, qu'ils viennent me ranimer à l'instant même où la langueur alloit s'emparer de mon esprit. C'est là que je reprends haleine; & à une seconde lecture, je me hâte d'y arriver ou plutôt d'y courir.

Tout ceci ne forme pas un préjugé favorable pour le genre didactique. Si le plus grand des poëtes en a senti & avoué les inconvéniens, s'il lui en a coûté tant d'art & tant d'efforts pour les vaincre; si au bout de sept ans qu'il a mis à composer, à corriger, à polir cet ouvrage immortel, il n'a réussi qu'à les faire oublier, & non entièrement à les cacher; ne peut-on

(22) *Flores modo rerum decerpsit.* Plinius in Proœm. Lib. XIV. *Non, quid verissimè, sed quid decentissimè diceretur, adspexit, nec agricolas docere voluit, sed lectores delectare.* Seneca, Ep. 86.

Digitized by Google

pas présumer que ce genre a en ſoi quelque choſe de foncièrement défectueux?

L'Agriculture eſt l'art le plus utile de tous. Il me reſte à parler du plus inutile, du plus dangereux même, mais qui n'en ſympathiſe que mieux avec la Poëſie. C'eſt celui qu'Ovide prêcha à la race dégénérée des Romains du règne d'Auguſte.

La Chaſſe, la Pêche, la culture des jardins ou des champs, n'intéreſſent que foiblement quiconque n'y eſt point voué par ſa naiſſance, par ſon état, par le beſoin, ou par un goût particulier. Et ceux-là ne vont pas faire leur apprentiſſage chez les poëtes, & ne les prennent pas pour leurs guides.

Mais l'Amour intéreſſe tous les hommes. C'eſt le grand reſſort du monde ſenſible: ſon empire eſt univerſel, ſon trône eſt dans tous les cœurs. Ami de la joie & du chant comme Bacchus, il a plus enflammé de poëtes, & plus inſpiré de vers que le Dieu de Délos, & les ſavantes Immortelles (23).

Quelle doctrine plus propre à être enſeignée en vers que celle de l'amour? Elle ne demande aucun terme technique, abſtrait, recherché. Son langage ſe fait généralement ſentir & comprendre. Ses principes ne ſont qu'un recueil d'expériences faites ſur le cœur humain & ſur le jeu des paſſions, verifiées par la routine journalière. Auſſi Ovide ne les a-t-il puiſés que dans cette ſource (24). Pour prouver ſes thèſes lubriques, il ſe cite lui-même en exemple, ſes bonnes fortunes, ſes mauvais ſuccès, ſes procédés dans les cas ſemblables, & il répète la plupart des traits déjà conſignés dans ſes élégies amoureuſes. C'eſt un maître conſommé dans la ſcience qu'il profeſſe, & ce n'eſt pas à tort qu'il ſe dit l'artiſte, le Tiphys, & l'Automédon de l'amour (25).

(23) Boccace dit: *Le Donne già mi fur cagione di comporre mille verſi, dove le Muſe mai non mi furono di farne alcun cagione.* Decamerone. Giorn. IV. Prefaz.

(24) *Uſus opus movet hoc. Vati parete perito.*
De arte amandi. Lib. I. 29.

(25) *Me Venus artificem tenero præfecit amori.*
Tiphys et Automedon dicar amoris ego. Ibid. v. 7.

Digitized by Google

D'un autre côté, quel ſujet attrayant & fertile que cet Art? Les tableaux les plus gracieux, les deſcriptions, les images les plus riantes, les avantures amoureuſes & les exploits gaillards de l'Hiſtoire & de la Fable s'y viennent placer comme d'eux-mêmes. La peinture des mœurs, de la vie domeſtique, & de la galanterie Romaines y jette un nouvel intérêt, d'autant plus vif pour nous, que nous trouvons les formes de ces mœurs & de cette galanterie à peu près les mêmes que dans notre Europe moderne, corrompue & civiliſée.

Quoi de plus charmant & de plus gai que les ſcènes ſi variées, & ſi bien décorées, où le précepteur de l'amour conduit la troupe joyeuſe de ſes diſciples, le champ de Mars, les portiques de Pompée, d'Octavie, de Livie, les promenades de la ville & des fauxbourgs, les parties de plaiſir aux environs de Rome, à Aricie, & jusqu'à Baies, les temples, les théâtres, les amphithéâtres, les Cirques, les Naumachies, les pompes triomphales, les fêtes publiques, les aſſemblées, les feſtins, les toilettes, les rendez-vous nocturnes? Tout cela forme un cercle brillant, où les Nymphes de l'Hélicon ſe plaiſent à folâtrer ſur les traces du Dieu de Cythère?

Ovide auroit fort goûté cet apophthegme d'un de nos grands naturaliſtes, qu'en amour il n'y a de bon que le phyſique. Il n'eſt point queſtion chez lui de ſentimens tendres, ni de belles paſſions. Son art d'aimer eſt celui de découvrir les jolies femmes, de les ſéduire, de ſe les conſerver. Et il croit ſa doctrine fort innocente, parce qu'il n'en veut ni aux prêtreſſes de Veſta, ni aux filles vierges, ni aux matrones nobles, mais ſeulement aux citoyennes mariées (26). Tout y reſpire le plaiſir, la volupté, la gaieté, les jeux, les ris, le libertinage. Et le ton enjoué dont il débite ſes maximes, contraſte fort plaiſamment avec la ſévérité de la méthode didactique. Diſons mieux, ce n'eſt proprement ici que le perſifflage de cette méthode. Qui ne riroit de voir notre libertin, affichant la gravité

(26) *Eſte procul vittæ tenues, inſigne pudoris,*
Quæque tegis medios inſtita longa pedes.
Nos venerem tutam conceſſaque furta canemus,
Inque meo nullum carmine crimen erit.

Ibid. v. 31-34.

doctorale dans une matière si peu grave, proposer, argumenter, distinguer, prouver, réfuter, & dès le commencement diviser son texte en trois points (27)? Vous remarquerez ce même persifflage dans son livre des *Remèdes contre l'amour*, où travesti en médecin, il administre ses drogues, ordonne le régime à ses malades, & les traite selon les règles thérapeutiques.

On ne me soupçonnera pas d'approuver un ouvrage aussi licencieux que *l'Art d'aimer*. Je doute s'il en existe aucun dont la lecture soit plus pernicieuse à la jeunesse. Je dis seulement que de tous les sujets didactiques celui qu'Ovide a choisi, quadre le mieux avec la Poësie. Je dis qu'à cet égard il a mieux rencontré que Virgile même, quoique pour le génie je me gardasse bien de le lui comparer.

Mais de plus, c'est de tous les sujets celui qui convenoit d'avantage à Ovide. Il assure lui-même que son esprit n'a exactement que le poids de ce sujet, qu'il est léger & volage comme l'enfant ailé dont il dicte les leçons (28). Le poëte françois qui imita Ovide dans ces derniers temps ne l'a certainement point surpassé, ne l'a pas même égalé. Aussi son *Art d'aimer*, que l'on prônoit beaucoup, tant qu'il ne couroit qu'en manuscrit, fut-il froidement accueilli du public. On y désire avec raison & la fécondité, & l'enjouement, & cette volatilité d'esprit qui distinguent son modèle.

Je n'ai point compris l'Apologue sous le genre didactique. Mais si on veut l'y comprendre, il y figurera peut-être très-avantageusement. Les fables d'Ésope sont plus faites pour la poësie que les doctrines d'Épicure & de Zénon.

(27) *Principio, quod amare velis, reperire labora,*
Qui nova nunc primum miles in arma venis.
Proximus huic labor est, placitam exorare puellam:
Tertius, ut longo tempore duret amor.
Hic modus; hæc nostro signabitur area curru:
Hæc erit admissâ meta terenda rotâ. Ibid. v. 35-40.

(28) *Sum levis, et mecum levis est mea cura, Cupido.*
Non sum materiâ fortior ipse meâ.

Ces courtes allégories à voile transparent, où l'action eſt ſimple, (car elles ſeroient inſupportables pour peu qu'elles fuſſent longues & compliquées,) & qui portent ſur une vérité morale, ou ſur une leçon de conduite tout auſſi ſimples, ſont avouées d'Apollon & des Muſes. Et les Latins peuvent produire ici un auteur excellent, digne, pour l'élégance & la pureté de ſon langage, d'être aſſocié à leurs meilleurs écrivains.

Le ſtyle de Phèdre ne ſent point la Thrace, ſon pays natal, mais la Grèce voiſine (29), & les temps fortunés d'Auguſte dans lesquels il vécut; ſes vers, pleins de grâces & d'agrémens, répondent à la belle ſimplicité de ſes récits. Il a le double don d'inſtruire & de plaire (30). Il a celui de la poëſie. Si ſon compatriote Orphée a fait mouvoir les animaux, les arbres, les fleuves & les rochers, Phèdre leur donne le ſentiment, l'action, & la parole. Sa mère, dit-il, l'a enfanté ſur le même mont où Mnémoſyne enfanta les Déeſſes des arts (31). Enfin il ne ſe flatte pas vainement que ſon livre obtiendra les ſuffrages de la poſtérité, & durera autant que les Lettres Latines ſeront en honneur (32).

§. 3.

(29) *Si Phryx Aeſopus potuit, Anacharſis Scytha,*
Aeternam famam condere ingenio ſuo;
Ego, litteratæ qui ſum propior Græciæ,
Cur ſomno inerti deſeram patriæ decus?
Threiſſa cum gens numeret auctores ſuos,
Linoque Apollo ſit parens, Muſa Orpheo,
Qui ſaxa cantu movit, et domuit feras,
Hebrique tenuit impetus dulci morâ.
Prolog. Lib. III. 52. ſeqq.

(30) *Duplex libelli dos eſt: quod riſum movet,*
Et quod prudenti vitam conſilio monet.
Prolog. Lib. I. 3. 4.

(31) *Ego, quem Pierio mater enixa eſt jugo,*
In quo tonanti ſancta Mnemoſyne Jovi,
Foecunda novies Artium peperit Chorum.
Prol. Lib. III. 17-19.

(32) *Particulo, chartis nomen victurum meis,*
Latinis dum manebit pretium Litteris.
Lib. V, Fab. 5. v. 43. 44.

Digitized by Google

§. 3.

Vers de Brutus, & de Cicéron.

Nous avons vu, dans deux poëmes Latins qui ont la Science pour objet immédiat, le tort qu'elle fait à la Poëfie.

Nous avons vu enfuite le même mal fe propager fur tous les poëmes didactiques, & s'y répandre plus ou moins, à mefure que par le fujet & par le ftyle, ils font plus ou moins voifins de la Science.

Dans une des Sections précédentes de ce Mémoire, nous avions déjà vu le déclin des vrais genres de Poëfie commencer à l'époque précife où la Science a voulu s'en emparer (1).

Toutes ces obfervations fe prêtent la main, & mènent à la même conféquence, qu'une dernière obfervation fervira peut-être à fortifier; que du moins elle n'affoiblira pas.

Les philofophes les plus célèbres de Rome, qui fe font en même temps exercés dans l'Art poëtique, fans toutefois l'infecter de leur philofophie, peut-on dire qu'ils y ayent excellé? Peut-on, quelque grands hommes qu'ils fuffent d'ailleurs, les compter feulement au nombre des poëtes paffables, de ceux-là même dont il eft dit,

Mediocribus effe poëtis
Non homines, non Dii, non conceffere columnæ?

Le févère Brutus fit des vers fort libres pour l'actrice Cythéris (2), coquette aimable, & plus volage encore, fameufe dans Rome par les plus illuftres conquêtes, la Volumnie d'Antoine, la Lycoris de Gallus, cette Lycoris fi vantée par les poëtes du temps, & par Virgile même dans fa dixième Églogue.

Mais ces petits poëmes de Brutus n'en valoient pas mieux pour être infpirés par l'amour. L'auteur du Dialogue *fur les caufes de la corruption de l'Éloquence* dit que Brutus étoit auffi mauvais poëte qu'orateur, qu'il faut le renvoyer à fa philofophie, & qu'on eft digne de lire fes harangues, fi l'on

(1) Mém. IV. Sect. III. année 1778.

(2) *Cytheridem mimam cum Antonio et Gallo amavit.* Aur. Vict. Conf. Plin. Epift. 3. Lib. V.

Digitized by Google

a le courage d'admirer ſes vers. Céſar & lui, ajoute le même écrivain, n'en ont pas fait de meilleurs que Cicéron; mais heureuſement pour eux, les leurs ſont moins connus (3):

Cicéron, le premier, le plus grand philoſophe de Rome, fut en effet un verſificateur ſi médiocre que je fais ſcrupule de lui donner le nom de poëte. Vous en trouverez la preuve dans ſa traduction des Phénomènes d'Aratus, qu'il compoſa à l'âge de dix-neuf ans, & où la matière étant toute préparée, il n'avoit à mettre du ſien que la poëſie Latine.

En voulez-vous une autre preuve? Il faiſoit cinq-cens vers en une nuit (4). Virgile en faiſoit moins dans l'eſpace d'un an (5).

Auſſi ceux de Cicéron furent-ils généralement décriés & ſifflés: on les regardoit comme des modèles à fuir. Sénèque le Rhéteur leur refuſe jusqu'à l'éloquence du ſtyle (4); & il a raiſon. *Vous verſifiez en dépit d'Apollon & des Muſes*, dit Martial, *tant mieux: vous reſſemblez à Cicéron* (5).

O fortunatam natam me conſule Romam!

Il n'eſt point de littérateur dont ce malheureux vers n'ait affligé les oreilles. Et Juvenal obſerve que ſi la ſeconde Philippique eût été écrite dans ce goût-là, Cicéron n'avoit rien à appréhender du glaive vengeur d'Antoine (6).

(3) Dial. de cauſſ. corr. Eloqu. cap. 21.

(4) τῇ δὲ πρὸς τὴν ποίησιν εὐκολίᾳ παίζων ἐχρῆτο. λέγεται γάρ, ὁπηνίκα ῥυείη πρὸς τὸ τοιοῦτον, τῆς νυκτὸς ἔπη ποιεῖν πεντακόσια. Plut. in Cicerone. cap. 40. p. 825. ed. Reisk.

(5) Les *Bucoliques* lui ont coûté trois ans: ils contiennent 830 vers; ce qui fait par an 276, avec fraction. Les *Géorgiques* lui ont pris ſept ans: les vers y ſont au nombre de 2189, ce qui en donne annuellement 312 avec fr. L'*Énéide* fut achevée en 12 ans; elle a 9896 vers, ce qui fait par an 824 avec fr. Mais on voit bien la raiſon de ce ſurplus; c'eſt que Virgile n'avoit pas mis la dernière main à l'Énéide, & la trouva encore ſi imparfaite en mourant qu'il voulut la livrer aux flammes. Les trois poëmes de Virgile enſemble, compoſés en 22 ans, ont 12915 vers, ce qui ne feroit pourtant par an que 587 avec une petite fraction de $\frac{1}{22}$.

(4) *Ciceronem eloquentia ſua in carminibus deſtituit.* Decl. III.

(5) *Carmina quod ſcribis Muſis et Apolline nullo,*
Laudari debes: hoc Ciceronis habes. Lib. II. epigr. 89.

(6) *Antoni gladios potuit contemnere, ſi ſic*
Omnia dixiſſet: ridenda poëmata malo,
Quam te conſpicuæ, divina Philippica, *famæ,*
Scriberis a primâ quæ proxima. Sat. X. 23-126.

Digitized by Google

Cependant Monſieur de Voltaire, dans la préface d'une Tragédie dont Cicéron eſt le héros (7), non-ſeulement nie que le vers que nous venons de citer, ſoit de lui, mais ſoutient encore que Cicéron étoit un des premiers poëtes d'un ſiècle où la belle poëſie commençoit à naître, & qu'il balançoit la réputation de Lucrèce.

Le témoignage unanime de l'antiquité ſuffiroit pour anéantir des aſſertions auſſi précaires. Sénèque, Quintilien, Martial, Juvenal, étoient ſans doute mieux au fait que nous des anecdotes de ces temps-là: ils ſe connoiſſoient en vers, & ſavoient le cas que l'on faiſoit de ceux de Cicéron. Enfin, celui que M. de Voltaire ne reconnoît point comme appartenant à l'orateur philoſophe, quoiqu'il lui ſoit attribué par Quintilien (8) & par Juvenal, ne laiſſe pas d'être très-digne de lui, & par la jactance qu'il contient, dont l'équivalent ſe retrouve dans cent endroits de la proſe de Cicéron, & par le κακέμφατον, ou la dureté de ſa ſtructure, dont ſes autres poëſies fourniſſent des exemples très-analogues.

M. de Voltaire nous régale d'une tirade poëtique de Cicéron, ſur laquelle il ſe récrie comme ſur la choſe du monde la plus merveilleuſe. Et l'on peut ſe fier à lui pour avoir choiſi ce qu'il y a de meilleur, ou de moins mauvais. Mais il a ignoré, ou diſſimulé, que cette tirade n'eſt que l'imitation d'un endroit d'Homère, lequel a été également imité par Virgile. Or qu'on ſe donne la peine de rapprocher ces deux imitations & entr'elles, & de leur prototype commun: il ne faudra qu'un coup-d'œil pour ſentir combien ce rapprochement eſt défavorable à Cicéron (9).

(7) Catilina, ou Rome ſauvée.

(8) *In carminibus utinam pepercisset, quæ non desierunt carpere maligni:*
Cedant arma togæ, concedat laurea linguæ,
et O fortunatam natam me conſule Romam. Inſtit. Lib. XI. cap. 1.

(9) Il y a entre ces trois morceaux quelques différences, que nous devons remarquer. Elles tiennent au but que chacun de ces poëtes s'eſt propoſé. Dans Virgile ce n'eſt qu'une comparaiſon. Dans Homère & dans Cicéron, c'eſt le récit d'un événement, d'où réſulte un augure, quoique dans ce dernier M. de V. l'ait également tourné en comparaiſon.

Au douzième Livre de l'Iliade, Homère peint un aigle planant dans les airs entre les deux armées, ſon aile gauche étendue vers les Troyens. Cet aigle preſſe dans ſes ſerres un dragon monſtrueux, qui déjà rougi de ſon propre ſang, vit & palpite encore, & qui ſe

Digitized by Google

recourbant en arrière attaque encore son ennemi, & le pique au haut de la poitrine. La douleur de cette blessure fait abandonner à l'aigle sa proie. Il la rejette au milieu des Troyens, & avec des cris perçans s'envole dans la direction du vent.

Dans le *Marius*, poëme de Cicéron, dont il rapporte ce fragment au premier Livre des *Divinations*, le dragon s'élance du tronc d'un arbre où l'aigle est perché, & le blesse. L'oiseau de Jupiter s'enfuit, entraîne le dragon avec lui dans les airs, & le déchire. Après avoir assouvi sa vengeance, il le jette dans l'eau, & puis tourne son vol du couchant à l'orient.

Dans le onzième Livre de l'Énéide, vous voyez ce même dragon enlevé par un aigle, qui le serre de ses pieds, & s'y accroche avec ses griffes. Le serpent blessé se recourbe en replis tortueux, hérisse ses écailles, perce l'air de ses sifflemens, & se redresse avec une vaine fureur. L'aigle, à coups redoublés, plonge & replonge son bec dans le corps du monstre, & durant ce combat, frappe l'air de ses ailes. Virgile ne pousse pas sa comparaison plus loin, pour ne point franchir les limites de l'objet comparé.

Voici maintenant les trois ou les quatre passages. Celui d'Homère:

> Ὄρνις γάρ σφιν ἐπῆλθε περησέμεναι μεμαῶσιν,
> Αἰετὸς ὑψιπέτης, ἐπ' ἀριστερὰ λαὸν ἐέργων,
> Φοινήεντα δράκοντα φέρων ὀνύχεσσι πέλωρον,
> Ζωὸν, ἔτ' ἀσπαίροντα· καὶ οὔπω λήθετο χάρμης.
> Κόψε γὰρ αὐτὸν ἔχοντα κατὰ στῆθος, παρὰ δειρὴν,
> Ἰδνωθεὶς ὀπίσω· ὁ δ' ἀπὸ ἕθεν ἧκε χαμᾶζε,
> Ἀλγήσας ὀδύνῃσι, μέσῳ δ' ἐνὶ κάββαλ' ὁμίλῳ.
> Αὐτὸς δὲ κλάγξας πέτετο πνοιῇς' ἀνέμοιο. (*)

Celui de Cicéron:

> *Hinc Jovis altisoni subitò pinnata satelles*
> *Arboris è trunco serpentis saucia morsu,*
> *Ipsa feris subigit transfigens unguibus anguem*
> *Semianimum, et variâ graviter cervice micantem,*
> *Quem se intorquentem lanians, rostroque cruentans,*
> *Jam satiata animos, jam duros ulta dolores,*
> *Abjicit efflantem, ac laceratum affligit in undâ,*
> *Seque obitu a solis nitidos convertit ad ortus.* (**)

Quoique ce ne soient assurément pas ici les plus mauvais vers que Cicéron ait faits, ceux qui ont le goût de la poësie Latine jugeront si ce ne sont pas là des vers tout à la fois rocailleux, prosaïques, & lâches, si l'on y trouve aucune énergie, aucune peinture de l'objet, rien que des mots & des syllabes pesamment arrangés en mesure, & s'il est concevable qu'un aussi grand poëte, & un aussi grand juge que M. de Voltaire puisse les prendre sous sa protection.

Mais il a résolu de les faire valoir, & avec son artifice ordinaire il y parvient dans la traduction extrêmement libre qu'il en fait, en la nommant une légère & foible copie d'un

(*) Iliad. XII. 200-207.
(**) Divin. Lib. I. c. 47.

Digitized by Google

bel original, pendant que dans le vrai elle relève infiniment ce foible original, qui encore n'en est pas un, & lui prête la chaleur & l'onction poëtique dont il est dépourvu.

Tel on voit cet oiseau qui porte le tonnerre
Blessé par un serpent élancé de la terre.
Il s'envole, il entraine au séjour azuré
L'ennemi tortueux dont il est entouré.
Le sang tombe des airs. Il déchire; il dévore
Le reptile acharné, qui le combat encore.
Il le perce, il le tient sous ses ongles vainqueurs.
Par cent coups redoublés il venge ses douleurs.
Le monstre, en expirant, se débat, se replie.
Il exhale en poisons les restes de sa vie:
Et l'aigle, tout sanglant, fier & victorieux,
Le rejette en fureur, & plane au haut des cieux.

Voilà de beaux vers sans doute, parce qu'ils ne sont pas de Cicéron. Mais encore les égalerez-vous à ceux-ci de Virgile?

Utque volans altè raptum cum fulva draconem
Fert Aquila, implicuitque pedes, atque unguibus hæsit:
Saucius at serpens sinuosa volumina versat,
Adrectisque horret squamis, et sibilat ore
Arduus insurgens. Illa haud minus urget adunco
Luctantem rostro. Simul æthera verberat alis. (*)

Qui ne voit qu'il y a ici plus que Cicéron, plus que Voltaire, & pour le moins autant qu'Homère?

Où trouverez-vous, dans les vers de Cicéron, ce choix d'expressions, ces couleurs si vives, cette cadence, cette harmonie syllabique qui animent la poësie d'Homère & de Virgile? En a-t-il un seul de comparable, ne fût-ce que de loin, avec
Φοινήεντα δράκοντα φέρων ὀνύχεσσι πέλωρον lequel peint la masse énorme du serpent; ou de
Αὐτὸς δὲ κλάγξας πέτετο πνοιῇς ἀνέμοιο qui porte dans l'imagination, & dans l'ouïe même, les cris de l'aigle, & la rapidité de son vol; ou bien avec *sinuosa volumina versans*, avec
Adrectisque horret squamis, et sibilat ore, avec
Urget adunco luctantem rostro, simul æthera verberat alis, qui font entendre les sifflemens du dragon, & mettent comme sous notre vue ses mouvemens furieux, de même que l'acharnement de l'aigle, & le battement de ses ailes? Car ici tout est pittoresque.

Convenons que cinq-cens de ces sortes de vers ne se fabriquent pas en une nuit.

Dans Homère je vois un tableau du grand peintre de la Nature; dans Cicéron la copie d'un apprentif; dans Voltatire, les réparations faites à cette copie par un peintre intelligent & homme d'esprit; dans Virgile l'imitation d'un génie sublime par un génie sublime.

(*) Aeneid. XI. 751-756.

Digitized by Google

DE L'USAGE
considéré comme maître absolu des Langues, selon ce mot d'Horace:

. . . . si volet usus
quem penes arbitrium est et jus et norma loquendi.
de Arte poët.

PAR M. THIEBAULT (*).

Je ne chercherai point à prévenir le public sur ce qu'il peut y avoir d'intéressant & de difficile dans le sujet que je me propose de discuter aujourd'hui: c'est à la suite de ce Mémoire à faire sentir l'un & l'autre. Ainsi, sans m'arrêter à aucune sorte d'exorde, je me hâte d'entrer en matiére.

„Ce que la plus grande partie des gens pratique, dit M. Girard dans „ses Synonymes, est un *usage:* ce qui s'est pratiqué depuis long-temps, „est une *coutume.* L'usage fait la *mode,* la coutume forme l'*habitude:* l'un „& l'autre sont des especes de loix, entiérement indépendantes de la raison, „dans ce qui regarde l'extérieur de la conduite."

Ajoutons 1°. que ce qui se pratique mal-à-propos, c'est-à-dire, ce qui se pratique contre la coutume & la raison, est un *abus:*

2°. Que l'*abus* ne peut jamais faire loi, ni par conséquent être confondu avec l'*usage* & la *coutume:*

3°. Que s'il est vrai que l'*usage* & la *coutume* soient en général indépendants de la raison, il ne s'ensuit pas qu'ils ne puissent pas être d'accord avec elle; qu'il arrive souvent au contraire que l'*usage* est très raisonnable; & que c'est alors surtout qu'il se maintient plus long-temps, & qu'il se transforme en *coutume:*

(*) Lu le 24 Janvier 1782.

Digitized by Google

4°. Que de toutes les *coutumes*, celles qui ſont d'accord avec la raiſon ſont les plus reſpectables à tous égards, & qu'il eſt rare même en matiére de jurisprudence, que les autres ſoient de véritables loix.

Les définitions de M. Girard, par-là même qu'elles ſont juſtes, prouvent ſenſiblement que les langues ſont ſoumiſes à l'empire, non ſeulement de l'*uſage*, comme on l'a dit jusqu'ici, mais auſſi de la *coutume;* & qu'elles dépendent en partie de la *mode*, & en partie de l'*habitude*, étant au nombre des objets qui ne tiennent qu'à l'extérieur de la conduite de l'homme.

Il eſt bien ſingulier que cette vérité, aſſez généralement reconnue en ce qui a rapport à l'*uſage*, n'ait pas été ſeulement apperçue pour ce qui concerne les droits que la *coutume* a de partager cet empire. On a confondu ces deux autorités en une ſeule; & ſous le nom d'*uſage*, on a compris ce qui appartient à l'*habitude*, autant que ce qui appartient à la *mode*, presque même ce qui eſt *abus*, pour peu qu'il ſoit général; en un mot, tout ce qui eſt pratiqué. Ce n'eſt que de cette ſorte qu'on a pu dire que les regles qui tiennent au génie même d'une langue, & qui ſont ſuivies tant que cette langue ſubſiſte, ſont encore ſoumiſes à l'*uſage*. Et dépend-il en effet toujours de l'*uſage*, pris dans ſa ſignification plus particuliére, de changer ces regles? La *coutume* bien établie n'a-t-elle pas des droits ſacrés à cet égard? L'*habitude* ne peut-elle pas légitimement, ne doit-elle pas néceſſairement oppoſer en certains cas une digue reſpectable aux vains efforts & aux caprices de la *mode* & ſurtout de l'*abus?*

„Cet *uſage*, dit M. Beauzée, cet *uſage* dont l'autorité eſt ſi abſolue „ſur les Langues, contre lequel on ne permet pas même à la raiſon de ré„clamer, n'a jamais en ſa faveur qu'une univerſalité momentanée. Sujet à „des changements continuels, il n'eſt plus tel qu'il étoit du temps de nos „peres, qui avoient altéré le langage de nos aïeux, comme nos enfants al„téreront celui que nous leur aurons transmis, pour y en ſubſtituer un au„tre qui eſſuyera les mêmes révolutions. De tous ces uſages fugitifs, qui „ſe ſuccedent ſans fin comme les eaux d'un même fleuve, quel eſt celui qui „doit dominer ſur le langage national?" On diroit que tout eſt *uſage* dans

Digitized by Google

les Langues, & qu'il ne peut jamais y avoir d'*abus;* conséquence absurde & démentie par le fait même dans toutes les Langues qui se sont corrompues: ou bien que l'*abus* doit être rangé parmi les *usages* les plus légitimes; contradiction manifeste dans les termes, que rien au monde ne doit nous faire avouer. Tout ce qui réunit le double vice, d'être opposé à une *coutume* bien établie, & de dégrader la langue en quelque point que ce soit, est un véritable *abus*, & doit être réputé tel, à moins qu'on ne se détermine à ne plus s'entendre. Cet abus cependant pourra l'emporter par le fait sur les *usages* anciens, qui oseroit le nier? mais il n'en sera jamais plus respectable.

La distinction que nous faisons de l'*usage* proprement dit, de la *coutume*, & de l'*abus*, peut seule nous mettre en état de lever les difficultés que l'on trouve en approfondissant cette matiére. M. de Vaugelas & le pere Buffier, les deux seuls Grammairiens françois qui avant la savante & immense collection de l'*Encyclopédie*, aient traité ce sujet avec succès, ne nous disent rien qui puisse indiquer cette distinction; d'où il résulte que plus d'une fois ils semblent tomber en contradiction avec eux-mêmes, sur-tout M. de Vaugelas. M. Beauzée, qui a si dignement remplacé M. Du Marsais pour les articles de Grammaire dans l'Encyclopédie, débute à la vérité par nous rappeller les définitions précises de l'Abbé Girard; mais c'est comme dans un article à part, & sans en faire aucune application, se contentant ensuite de suivre à peu près, & de rapporter en partie la doctrine des deux autres Grammairiens que j'ai cités.

Ce qu'on peut appeller avec justice le maître & le souverain arbitre des Langues, c'est donc conjointement ou successivement l'*usage* & la *coutume;* ou, si l'on veut simplifier l'expression en la généralisant, l'*usage*, en prenant ce terme dans une signification plus étendue & qui renferme les deux autres idées, mais avec l'attention d'en exclure tout ce qui est *abus*. C'est dans ce dernier sens que l'autorité de l'*usage* ne peut être révoquée en doute.

„C'est l'*usage*, dit M. Beauzée, qui établit les mots, puisque ceux-ci ne sont dans la langue qu'autant que celui-là daigne les employer: c'est l'*usage* seul qui donne un sens fixe aux mots, lesquels ne signifient que ce qu'il

Digitized by Google

qu'il leur fait ſignifier: c'eſt l'*uſage* ſeul qui peut y attacher des idées acceſſoires; qui les rend ſuſceptibles de ſens figurés; qui les modifie les uns d'une façon analogue, les autres d'une maniére diſparate; qui les aſſortit & les fait concourir à l'expreſſion de la penſée, en ſuivant des méthodes quelquefois oppoſées: c'eſt l'*uſage* ſeul qui ſoumet la conſtruction à l'ordre analytique ou qui l'en écarte; qui affranchit les phraſes de l'ordre établi. Tout eſt *uſage* dans les Langues, continue le même auteur, le matériel ou les ſons, la ſignification ou l'emploi & la valeur des mots, l'analogie ou l'anomalie des terminaiſons, la ſervitude ou la liberté de la conſtruction, le puriſme ou le barbariſme des enſembles." Il ſemble que l'auteur veuille parler d'une ſorte de *barbariſme* autoriſée & ordonnée par l'*uſage:* cependant tout ce que l'uſage ordonne & autoriſe, ceſſe d'être *barbare* & devient *pur*, ſelon ſes propres principes.

„Le pouvoir de donner des loix à la Langue, dit M. de Vaugelas, n'appartient qu'à l'*uſage*, que chacun reconnoît pour le Maître & le Souverain des Langues. Tant s'en faut, ajoute-t-il, que j'entreprenne de me conſtituer juge des différents de la Langue, que je ne prétends paſſer que pour un ſimple témoin qui dépoſe ce qu'il a vu & ouï, ou pour un homme qui auroit fait un recueil d'arrêts qu'il donneroit au public. Quelque réputation qu'on ait acquiſe à écrire, dit-il ailleurs en parlant de ceux qui refuſent de ſe ſoumettre à l'*uſage*, on n'a pas acquis pour cela l'autorité d'établir ce que les autres condamnent, ni d'oppoſer ſon opinion particuliére au torrent de l'opinion commune. Tous ceux qui ſe ſont flattés de cette créance, y ont mal réuſſi, & n'en ont recueilli que du blâme. Les Langues ne ſont fondées que ſur l'*uſage* ou ſur l'*analogie*, laquelle encore n'eſt diſtinguée de l'*uſage* que comme l'image l'eſt du patron ſur lequel elle eſt formée; tellement que l'on peut trancher le mot, & dire que les Langues ne ſont fondées que ſur l'*uſage* ou déjà connu, ou que l'on peut connoître par les choſes qui ſont connues, ce qu'on appelle *analogie*. D'où il s'enſuit encore que ceux-là ſe trompent & péchent contre le premier principe des Langues, qui veulent raiſonner, & condamnent beaucoup de façons de parler généralement reçues, parce qu'elles ſont contre la raiſon: car la raiſon n'y eſt

Digitized by Google

point du tout confidérée; il n'y a que l'*ufage* & l'*analogie.* Ce n'eft pas que l'*ufage* pour l'ordinaire n'agiffe avec raifon; mais c'eft à l'*ufage* feul qu'il faut entiérement fe foumettre; ce qui fe voit clairement en ce qu'il fait beaucoup de chofes contre la raifon, qui non feulement ne laiffent pas d'être auffi bonnes que les autres, mais qui même fouvent font meilleures, puisqu'elles font une partie de l'ornement & de la beauté du langage." Obfervons qu'il y a dans ce paffage une vraie contradiction: car l'*analogie* n'eft autre chofe ici que la *raifon* appliquée aux principes & aux *ufages* connus d'une Langue. Il ne falloit donc point dire que la raifon n'eft point du tout à confidérer dans les Langues, en avouant qu'il y faut confidérer l'*analogie.* D'ailleurs le feul exemple que M. de Vaugelas cite de chofes faites contre la raifon, n'eft point du tout contre la raifon.

Quoi qu'il en foit, à l'autorité de Mrs. Beauzée & de Vaugelas, ajoutons encore celle du pere Buffier. „Les Langues, dit-il, n'ont pas été faites pour la Grammaire, qui doit les enfeigner telles qu'elles font.... il faut regarder les Langues comme un amas d'expreffions que le hafard ou la fantaifie a uniquement établies, à peu près de même que nous regardons la mode, contre laquelle on ne peut difputer fans en méconnoître la nature & le libertinage. Cette mode prefcrit aux différentes nations de s'habiller, & chacune le fait par des *ufages* où la raifon peut avoir quelque part, mais qui ne tirent point de la raifon leur autorité en qualité de modes, puisque par des raifons toutes contraires, ou fans aucune raifon, ils peuvent fe changer & fe changent quelquefois. La raifon peut s'y trouver ou ne pas s'y trouver, que la mode aura toujours le même empire. Il en faut dire autant de l'*ufage*, qui eft la regle des Langues: cet *ufage* a fon empire par lui-même, continue-t-il; ainfi la raifon n'a proprement rien à faire par rapport à une Langue, fi non de l'étudier & de l'apprendre, ou d'inventer un moyen de la faire étudier & de la faire apprendre telle qu'elle eft. La preuve de ceci eft évidente; c'eft qu'une Langue n'eft autre chofe que la maniére dont une certaine quantité d'hommes font infenfiblement convenus d'exprimer mutuellement leurs penfées par la parole. Vouloir introduire des maniéres de parler dont ils ne font point convenus, fous prétexte

Digitized by Google

de perfection ou de regle de Grammaire, ce feroit embrouiller ou détruire leur langue, au lieu de l'apprendre."

Le pere Buffier ne porte pas les chofes auffi loin que M. de Vaugelas: il dit bien que l'*ufage* peut faire aujourd'hui une chofe par une raifon, demain une autre chofe par une autre raifon, ou même fans raifon; mais il ne va pas jusqu'à dire que l'*ufage* en puiffe faire contre toute raifon.

D'après toutes ces autorités & ces confidérations, M. Beauzée a cru devoir définir une Langue, *la totalité des ufages propres à une nation pour exprimer les penfées par la voix.* Voilà fans doute l'empire général de l'*ufage* légitime fur les Langues bien établi. „C'eft une vérité fentie par tous ceux qui ont parlé de l'*ufage;* mais une vérité mal préfentée, ajoute M. Beauzée, quand on a dit que l'*ufage étoit le tyran des Langues.* Rien de plus jufte que fon empire fur quelque idiome que ce foit, puisque lui feul peut donner aux expreffions l'univerfalité requife: rien de plus néceffaire que d'obéir à fes décifions, puisque fans celà on ne feroit pas entendu. L'*ufage* eft donc, non le tyran, mais le législateur naturel, néceffaire, exclufif des Langues dont fes décifions feules forment l'effence." En effet, la Langue d'une nation n'eft pas celle d'un individu: un particulier, quel qu'il foit, ne peut donc jamais la changer; & s'il le fait, il en réfulte un langage qui fera le fien, mais qui ne fera plus la Langue de la nation. Peu importe au refte que ce particulier raifonne bien ou mal, beaucoup ou peu; la nation entiére lui dira: „C'eft notre bien, ce n'eft pas le vôtre; c'eft donc à nous à l'améliorer ou à en changer la forme; ce n'eft pas à vous." Voilà pourquoi Tibere même ne pouvoit pas à Rome donner le droit de bourgeoifie à un mot qu'il avoit inventé, fon autorité ne s'étendant pas jusques-là, dit Vaugelas.

Mais 1°. l'autorité de l'*ufage* eft-elle la même pour toutes les Langues? 2°. s'étend-elle également fur toutes les parties du langage? 3°. quelles font les perfonnes dont les fuffrages réunis conftituent l'*ufage?* 4°. parmi les claffes de citoyens qui ont le droit d'être confultées, quelles font celles dont l'autorité doit être prépondérante? 5°. enfin quels font les moyens de conftater l'*ufage*, ou d'y fuppléer? Telles font les queftions importantes

Digitized by Google

qu'il faut résoudre, si nous voulons tirer quelque utilité de cette Dissertation.

1ere Question. L'autorité de l'*usage* est-elle la même pour toutes les Langues?

Les trois auteurs que j'ai déjà cités, & qui sont mes principaux guides dans ces recherches, étant ceux qui ont traité cette matiére avec plus d'étendue ou d'une maniére plus satisfaisante, distinguent ici les Langues vivantes & les Langues mortes. Je crois devoir sous-diviser les premiéres en Langues non encore formées, ou déjà parvenues à peu près à leur perfection.

Dans une Langue morte, disent ces auteurs, ce sont les livres des meilleurs Écrivains de la nation qui font le bon *usage*, de ceux qui ont écrit dans le siécle le plus éclairé, le plus illustre de la nation: c'est à ces titres que l'on regarde comme le plus beau siécle de la Langue latine, le siécle d'Auguste, illustré par les Cicéron, les César, les Salluste, les Nepos, les Tite-Live, les Lucrece, les Horace, les Virgile &c., en comptant, dit le pere Buffier, ceux qui ont écrit environ cinquante ans avant, ou cinquante ans après le regne de cet Empereur."

D'après cette décision, il semble que la *mode* n'ait plus aucune sorte de prise sur une Langue dès que celle-ci est rangée parmi les Langues mortes. Cependant chacune des nations qui veulent employer cette même Langue, soit pour traiter de quelque science particuliére, soit pour quelque autre raison, la soumet en quelque sorte à son propre génie, à ses propres *usages:* non seulement l'Allemand, le François, l'Anglois, l'Italien ne prononcent pas le latin de même, par exemple; il faut avouer de plus qu'ils ne l'écrivent pas, ne le construisent pas entiérement de même, quoique tous aillent puiser aux mêmes sources: ils font des phrases plus longues ou plus courtes, formées de termes plus coulants ou plus durs, plus familiers ou plus recherchés, soumis à une marche plus simple ou plus compliquée, avec des inversions plus fréquentes & plus hardies, ou plus timides & plus rares, &c.

Mais observons que ces variations sont toujours regardées comme étrangéres à la Langue à laquelle on les fait subir; & que tous s'accordent à soûtenir que cette Langue est devenue invariablement telle qu'elle est con-

Digitized by Google

servée dans ses auteurs les plus estimés: cela est si vrai que si chaque nation moderne a des Écrivains qu'elle désire de voir ranger parmi les auteurs classiques d'une langue ancienne, ce n'est qu'autant qu'elle croit que ces Écrivains modernes ont parfaitement imité les vrais auteurs classiques de l'antiquité.

Ainsi dans les Langues mortes, les regles de syntaxe, les mots usuels, l'orthographe, le caractere des expressions, le génie du langage, dépendent uniquement de l'*usage* des bons auteurs; & la prononciation, les termes scientifiques & techniques que l'antiquité n'a pas connus, tiennent aux *usages* modernes, modifiés néanmoins par la nature de l'*analogie* ancienne, autant qu'elle peut être connue, c'est-à-dire, par la raison fondée sur l'analogie.

Les Langues vivantes sont beaucoup plus soumises à la mode du jour, surtout quand elles sont encore éloignées de leur perfection, quand elles ne sont pas encore formées. Toute Langue qui, loin de dégénérer, ne s'est pas encore approchée bien sensiblement de la perfection dont elle est susceptible; toute Langue qui, comme le dit Vaugelas, n'a pas encore acquis nombre & cadence en ses périodes, est uniquement soumise à l'*usage* régnant. L'*usage* actuel décide également & souverainement de tout ce qui ressortit au langage, sans exception: l'*usage* triomphe, & domine seul alors sans craindre aucun partage d'autorité, ni de la part de la *coutume*, ni de la part de la *raison*; la *coutume* n'étant pas encore assez solidement établie, & la *raison* n'étant pas encore assez développée, assez ferme en ses principes & en ses conséquences. Alors on peut appliquer sans réserve à l'*usage* tout ce que l'on a jamais dit de son autorité la plus absolue; alors, selon l'expression du pere Buffier & de Vaugelas, quiconque veut se roidir contre l'*usage* proprement dit, s'expose au reproche, au blâme, ou au ridicule.

Mais si la Langue est formée ou près de l'être, c'est-à-dire, (car ce mot même a besoin d'être déterminé (*),) si la Langue a acquis nombre &

(*) En 1772 on imprima à Berlin une traduction françoise des œuvres du Comte Algarotti, où se trouve un *Essai sur la langue françoise*. Ce morceau me parut si peu conforme à la vérité, si peu solide, si peu réfléchi, si peu digne en un mot de l'esprit, du caractere, & de la

Digitized by Google

cadence; si les principes sur lesquels elle se fonde, ont été raisonnés & discutés, rapprochés & comparés, analysés & établis par des raisons tirées d'un *usage* constant & d'une *analogie* soutenue; si cette Langue est enrichie

réputation de l'auteur, que je me déterminai à en faire une critique d'autant plus sévere que le nom du Comte Algarotti ne pouvoit que donner beaucoup de poids aux notions superficielles, hasardées, & fausses qu'il y avoit entassées. J'adressai ma réfutation aux auteurs du *Journal Littéraire dédié au Roi par une Société d'Académiciens*, lesquels voulurent bien l'insérer avec ma Lettre dans le septiéme Tome de leur Journal, pages 239. & suivantes, *Janvier & Février 1773*.... J'en vais extraire un passage qui concerne l'idée qu'on doit se faire d'une Langue *formée*: pour le reste, je renverrai le lecteur au journal même.... „*Une Langue est formée*, dit le Comte Algarotti, *lorsqu'elle a des Écrivains qui, tant en prose qu'en vers*, „*fournissent des expressions pour tous les objets & pour toutes les pensées.* On ne peut gueres „donner de notions plus vagues, & cependant plus fausses. Est-il donc impossible qu'une „Langue soit formée par l'usage universel, uniforme & constant de tous ceux de qui elle est „la Langue, quoiqu'elle n'ait pas, ou qu'elle ait peu d'auteurs? Est-il impossible de trou„ver une Langue qui n'ait pas des *expressions pour tous les objets & pour toutes les pensées*, & „qui néanmoins soit une Langue formée? Quelle est donc la Langue qui ait des *expressions* „*pour tous les objets & pour toutes les pensées?* En quel siécle les Romains n'ont-ils pas été „forcés d'aller faire de nouveaux emprunts chez les Grecs, non seulement pour les mots, „mais aussi pour les tours de phrases?....

Ajoutons que si le Comte Algarotti n'a prétendu parler que des objets & des pensées usitées, familiéres, ou nécessaires, il n'est aucune Langue, même parmi celles qui sont le plus informes & le plus barbares, qui n'ait des expressions pour tout celà. Ainsi la phrase de cet auteur n'offre, sous quelque point de vue qu'on la considere, absolument rien qui puisse satisfaire un esprit judicieux.

„Ce n'est donc point l'abondance des expressions qui fait qu'une Langue est formée: c'est „la détermination de ses regles, & le développement de son caractere. Quand une Langue „porte sur des principes analogues entr'eux, & formant un systême; quand elle a un ca„ractere fixe & bien marqué; que ses usages dans le détail sous conformes à ces points de „vue généraux, & uniformes dans la bouche de ceux à qui elle appartient, alors elle est for„mée. Mais tout celà est très indépendant du nombre des expressions: il suffit que l'on ait „des loix usuelles ou écrites, connues ou senties, d'après lesquelles on puisse décider com„ment il faut s'y prendre pour enrichir la Langue d'une expression qui lui manqueroit."

Il semble que dans tout ce passage je ne regarde point comme nécessaires à la formation d'une Langue, l'existence des ouvrages agréables, & celle des bonnes Grammaires, deux articles que je range aujourd'hui parmi les indices & les preuves de cette formation. Ce n'est point une contradiction, comme on pourroit le penser d'abord. En 1773 je prenois les choses à la rigueur; je considérois ce qui fait la formation d'une Langue en elle-même, indépendamment de certaines causes plus ou moins accidentelles, qui peuvent plus ou moins influer sur les progrès d'une Langue sans être pour cela des causes essentielles; indépendamment encore de plusieurs circonstances qui accompagnent ou suivent communément ou naturellement ces causes, & qui sont autant de signes & d'effets sensibles de cette même formation d'une Langue, sans en être des effets absolument inévitables; en un mot, je voyois les

Digitized by Google

d'un grand nombre d'ouvrages immortels dans les principaux genres de la belle Littérature; certainement on doit lui assigner un rang mitoyen entre les Langues mortes & les autres Langues vivantes; car elle tient une sorte de milieu entre les unes & les autres; elle a acquis une consistance réelle; en un mot elle est sujette aux loix combinées de l'*usage* & de la *coutume*; de la *coutume* pour tout ce qui est général & essentiel; & de l'*usage* pour tout ce qui est exception, & minutie de détail. En effet, il seroit bien singulier, par exemple, que les mêmes Écrivains qui seuls font & peuvent faire autorité pour décider des véritables *usages* de leur Langue, quand elle est Langue morte; c'est-à-dire, que les meilleurs Écrivains de la nation fussent absolument sans autorité lorsque leur Langue s'altérant peu à peu commencera à se corrompre par une suite naturelle des *abus* successifs qui s'y introduiront! Il faudroit dire qu'ils auront de leur vivant, comme on le verra plus bas, un droit de suffrage qu'ils perdront à leur mort, pour le recouvrer encore quand leur Langue elle-même sera morte.

Ainsi, dans les Langues non formées, tout est de la dépendance de l'*usage* proprement dit, les mots, leur signification, leur emploi, leur construction, leur caractere, leur prononciation, & leur orthographe: dans les Langues formées, l'*usage* ne décide que de ce qui est de peu d'im-

choses théoriquement: aujourd'hui je m'attache d'avantage à ce qui est ordinaire, & pratique. La spéculation me suffisoit pour réfuter; l'expérience convient mieux pour diriger, pour guider. Certainement il est possible, à ne consulter que les idées des choses, qu'une Langue soit formée sans avoir d'auteurs, & sans avoir de grammairiens; c'est-à-dire, que l'idée de formation d'une Langue n'est point essentiellement unie aux deux autres idées: car le seul usage de la Langue parlée peut avoir déterminé le génie, les principes, & les regles de cette Langue; ces regles peuvent être analogues & consonnantes; en un mot cette Langue peut être parvenue dans le parler à la perfection dont elle est susceptible, sans que même elle ait une écriture quelconque; il suffit que les regles en soient senties, uniformes & constantes: voilà comme je pensois alors; & je pense encore maintenant de même. Mais quand de ces considérations théoriques, générales, & abstraites, je reviens à ce qui s'est fait jusqu'à nous, du moins à ce qui nous est connu par l'histoire, je trouve 1°. que les Langues qui se sont formées jusqu'ici, ont eu leurs auteurs élégants & leurs grammairiens; 2°. que ces deux classes d'auteurs sont les seuls témoins bien sensibles que nous puissions avoir pour constater d'une maniére facile & certaine, le génie, les usages, les regles, & la formation d'une Langue. On ne doit donc pas être surpris que j'insiste à présent si fort sur ces deux points que je paroissois dédaigner en réfutant le Comte Algarotti.

Digitized by Google

portance; pour le reste il est forcé de suivre la loi que lui-même a précédemment faite; il n'est plus assez libre, assez indépendant pour l'annuller & la changer arbitrairement: les regles bien établies & consolidées par le temps, affermies par la pratique constante des Écrivains les plus illustres, & par les raisonnements des grammairiens les plus estimés, se trouvent être montées au rang des loix les plus respectables, & par conséquent à l'abri des caprices & des tentatives de l'*usage;* non que celui-ci ne puisse les altérer & les enfreindre; car enfin Séneque & Pline le jeune ne parlent plus comme Cicéron; mais parce que les changements que cet *usage* introduit dans les principes fondamentaux & essentiels, sont alors de véritables *abus* qui s'introduisent, une vraie corruption du langage, une dégénération, une dégradation que la nécessité seule peut nous forcer, nous autoriser à suivre, & qu'aucun principe au monde ne peut faire prévaloir au tribunal de la raison. J'espere que les doutes qu'on pourroit avoir encore sur cette doctrine, disparoîtront entiérement dans l'examen de notre seconde question, à laquelle nous allons passer, & qui nous ramenera aux mêmes principes.

2^de^ Question. L'autorité de l'*usage* s'étend-elle également sur toutes les parties du langage?

J'observe qu'il y a dans le langage six parties principales à distinguer relativement à notre point de vue; 1°. l'admission des mots, 2°. leurs diverses significations, 3°. les variations qui tiennent à la syntaxe, 4°. le caractere de noblesse ou de bassesse attaché aux expressions, 5°. la prononciation, 6°. l'orthographe.

Certainement l'*usage* domine sur tous ces points, mais non pas de la même maniére. Dans les premiers âges d'une Langue, par exemple, la prononciation est beaucoup plus arbitraire que quand la Langue est formée, quoique cette partie ne puisse jamais être entiérement fixée. L'orthographe est sujette à ses plus grandes variations dans l'époque où la Langue tend sensiblement à se former, & dans celle où elle dégénere; c'est à ces époques sur-tout qu'on voit, par *usages* ou par *abus*, les systêmes d'orthographe éclorre, se multiplier, & s'entredétruire. Le caractere noble ou bas des expressions se décide entiérement lorsque la Langue s'épure; avant

ce

Digitized by Google

ce temps, ce caractere n'existe pas encore; & après ce même temps, il reste à peu près invariable jusqu'à ce que tout se confonde, époque où il n'existe en quelque sorte plus. La syntaxe n'est soumise à l'*usage* que jusqu'à ce que la Langue soit formée; après quoi elle dépend des loix de la *coutume*. Il en est de même à plusieurs égards de la faculté de diversifier les significations d'un même mot; cependant les sens figurés ont assez la même marche que le caractere noble ou bas des expressions, parce que ce sont des points qui tiennent également au bon goût. J'en dirois encore autant de la faculté de créer des mots nouveaux, si le besoin & de nouvelles idées ne forçoient d'inventer de ces sortes de mots dans tous les âges d'une Langue: mais si la Langue n'est pas formée, cette invention de mots nouveaux est bien plus arbitraire; on les tire presque d'où l'on veut; on leur donne assez facilement la forme qui plait le plus à l'inventeur; au lieu qu'ensuite, pour être reçus, ils exigent, quant à l'éthymologie, à la forme, à l'analogie, aux sons, & au caractere qu'ils doivent avoir, un grand nombre de convenances assez difficiles à réunir.

Il est donc des articles sur lesquels l'*usage* commence à exercer pleinement son empire, lequel passe ensuite à la *coutume;* & d'autres sur lesquels l'autorité reste plus longtemps à l'*usage* même. Il en est qui ouvrent un champ plus vaste aux caprices de la mode; & d'autres qui demandent beaucoup plus de circonspection. On pourroit prouver tout ceci par des faits; mais ils nous conduiroient à de trop grands détails. Que l'on me permette seulement de faire une ou deux observations.

M. de Voltaire a adopté, prêché, & suivi un systême d'orthographe qui, soit complaisance, soit persuasion, a été ensuite imité par un très grand nombre de personnes, je serois tenté de dire, par le plus grand nombre de ceux qui ont à écrire. Cependant il n'y a pas eu un instant où l'on dût craindre que ce systême fît jamais loi dans la Langue françoise. Dira-t-on qu'il renfermoit trop d'inconséquences? Cette raison, si elle étoit valable, auroit fait admettre les plans d'orthographe de M. du Marsais, ou de M. du Clos, ou de M. de Wailly, qui sont beaucoup plus réfléchis & plus conséquents, & qui pourtant ont eu infiniment moins de vogue. Le

Digitized by Google

ſeul moyen d'expliquer ce phénomene, c'eſt de dire que malgré l'autorité prodigieuſe de Voltaire ſur les eſprits, ſon plan ne pouvoit faire loi, ayant été préſenté dans une époque où l'orthographe de la Langue s'eſt trouvée en général fixée par un *uſage* ancien, qui a toute la force d'une *coutume*, & ſur lequel par conſéquent des *uſages* paſſagers ne ſauroient plus l'emporter.

M. de Vaugelas dit lui-même, en parlant des principes qu'il établit, & des remarques qu'il a publiées. „Il ſera toujours vrai que les regles que „je donne pour la netteté du langage & du ſtyle, ſubſiſteront ſans jamais „recevoir de changement; outre que déjà dans la conſtruction grammati„cale les changements ſont moins fréquents. Quand une Langue a nom„bre & cadence, comme la françoiſe l'a maintenant, elle eſt en ſa per„fection; & étant venue à ce point, on en peut donner des regles certai„nes qui dureront toujours. Les regles que Cicéron a obſervées, & tou„tes les dictions & toutes les phraſes dont il s'eſt ſervi, étoient auſſi bonnes „du temps de Séneque que cent ans auparavant, quoique du temps de Sé„neque on ne parlât plus comme au ſiécle de Cicéron, & que la Langue „latine fût extrêmement déchue."

Je demande en grace que l'on veuille bien obſerver que c'eſt M. de Vaugelas, le plus zélé partiſan des droits abſolus de l'*uſage* ſur les Langues, qui parle ainſi. Certainement ces derniéres déciſions ne ſerviroient qu'à embrouiller toutes les idées, qu'à détruire en bonne partie ce que lui-même avance & établit ſur la juſte autorité de l'*uſage*, ſi l'on n'avoit recours à la diſtinction que nous avons faite entre l'*uſage* proprement dit, la *coutume*, & l'*abus*.

M. de Vaugelas nous dit ailleurs que l'*uſage* fait des choſes avec raiſon, qu'il en fait d'autres ſans raiſon, qu'il en fait d'autres même contre raiſon, & toujours légitimement, & toujours avec une égale autorité. N'eſt-ce pas nous donner du merveilleux pour des idées lumineuſes? Toutes ces aſſertions n'ont-elles pas beſoin d'être modifiées par des reſtrictions convenables? S'il étoit poſſible à l'*uſage* de tout faire contre la raiſon, n'y auroit-il pas des ſuppoſitions que nous ſerions forcés d'admettre comme poſſibles,

Digitized by Google

& où tout se trouveroit bouleversé, où Séneque parleroit mieux que Cicéron, & les Souverains du moyen âge encore mieux, dans leurs capitulaires, que Séneque? &c.

Revenons à des pensées plus vraies, plus naturelles, & plus claires. Lorsqu'une Langue parvient à peu près à sa perfection, l'*usage* qui regne, se soutient plus longtemps par mille causes qui sont liées à la nature même de la perfection; bientôt il est comme consacré par les bons ouvrages qui enrichissent cette Langue. Les principes généraux du langage sont discutés par d'habiles auteurs; ils se trouvent unis entr'eux par une *analogie* sensible; le génie de la Langue se détermine & se développe; les regles en découlent naturellement, de maniére que les *usages* particuliers semblent venir s'y ranger d'eux-mêmes; il résulte de tout cela un systême fixe, raisonnable, & harmonieux, qui doit nécessairement faire beaucoup perdre de son autorité à l'*usage* proprement dit, lequel en cede forcément une partie à la raison, & se trouve dépouillé du droit d'exercer ses caprices sur autre chose que sur des cas isolés, particuliers, & rares: c'est ainsi que l'*usage* devient *coutume*, c'est-à-dire, devient un *usage* qui s'est maintenu depuis longtemps, & qui est appuyé sur ce que l'*analogie* & le raisonnement ont de plus juste & de plus solide: c'est ainsi que la *coutume*, entendue de la sorte, est une digue contre laquelle se brisent comme autant de vagues impuissantes, les *usages* particuliers qui ne sont pas de simples exceptions, les nouveaux *usages* qui ne peuvent plus obtenir d'autre nom que celui d'*abus* & de corruption, pour peu qu'ils s'attaquent aux principes: c'est ainsi que quand ces *usages* abusifs viennent à prévaloir, il ne faut plus dire que la Langue varie, il faut dire qu'elle s'altere & qu'elle décheoit: c'est ainsi enfin que l'empire des Langues appartient de droit, mais successivement à l'*usage* & à la *coutume;* à l'*usage*, lorsque la Langue tend à se former; à la *coutume* dès que les variations nouvelles l'éloignent de la perfection, au lieu de l'en approcher. Et si jamais l'*abus* l'emporte décidément sur la *coutume*, il en résultera une autorité réelle, mais non pas légitime; ce sera une véritable tyrannie, un empire injuste en ses principes, déraisonnable en lui-même, & funeste en ses effets.

Digitized by Google

3me Queſtion. Mais quelles ſont les perſonnes dont les ſuffrages réunis conſtituent l'*uſage?*

La Langue appartient à toute la nation; d'où il ſemble que toute la nation ait également droit d'influer ſur l'*uſage*. Mais on ſent d'abord que cette conſéquence ne peut pas être admiſe. Il exiſte un centre pour la Langue auſſi bien que pour le gouvernement; & plus ou ſe trouve éloigné de ce centre fixe, moins on a le droit d'être conſulté. Les provinces ont leur accent, leur jargon, leur patois, qu'elles amalgament, pour ainſi dire, avec la Langue même, de maniére à n'en faire qu'un cahos groſſier, ridicule, ou barbare, au lieu d'un tout agréable, aſſorti, & poli.

Cette premiére réflexion reſtreint déjà prodigieuſement le nombre des voix, qu'il ne faudra plus aller recueillir que dans le centre même, ou près du centre. On a dit pendant longtemps que c'étoit à Blois qu'on parloit le mieux la Langue françoiſe. Lorsque cette opinion s'eſt établie, il n'y avoit pas longtemps que Blois avoit vu des Princes & leur Cour préférer ſon château & ſon climat au reſte de la France. Mais le dernier ſiécle & celui-ci ont été plus que ſuffiſants pour détruire ce qu'il peut y avoir eu de fondé dans ce prétendu axiome, qui s'eſt encore ſoutenu dans le monde après qu'il a ceſſé d'être vrai.

C'eſt donc uniquement le centre, la capitale & la Cour, qu'il faut conſulter pour connoître l'*uſage*. Mais n'y a-t-il pas encore des diſtinctions de perſonnes à faire même à la Cour & dans la capitale? Sans cette précaution, dit M. de Vaugelas, ceux qui ſont élevés à Verſailles & à Paris, n'auront qu'à parler le langage de leurs nourrices & de leurs domeſtiques pour bien parler; conſéquence qui ſe réfute ſuffiſamment d'elle-même. (Mais comment cette conſéquence ſe réfuteroit-elle ſuffiſamment d'elle-même, ſi la raiſon ne devoit être conſultée en rien dans tout ce qui a rapport à l'*uſage* d'une Langue?)

De ces premiéres remarques on a conclu qu'il y a bon & mauvais *uſage;* que le mauvais *uſage* ſe forme du plus grand nombre de perſonnes, „qui preſque en toutes choſes n'eſt pas le meilleur, dit Vaugelas; tandis que le bon au contraire eſt compoſé, non pas de la pluralité, mais de l'élite

Digitized by Google

des voix, & c'eſt véritablement celui que l'on nomme le maître des Langues, celui qu'il faut ſuivre pour bien parler & pour bien écrire."

(Demandons encore comment les gens d'élite pourroient l'emporter ſur le grand nombre, ſi l'*analogie* des principes & des regles, ſi le bon goût & la perfection, en un mot ſi la raiſon ne devoit être comptée pour rien? Il faudroit évidemment alors dire que le mauvais *uſage* eſt le bon.) On voit que M. de Vaugelas ne demande que l'élite des voix; cependant le pere Buffier prouve fort bien que ſi on ne compte pas les voix, on ne tient rien d'aſſuré. Ainſi, pour concilier ces deux auteurs, pour rendre l'hommage dû aux bonnes raiſons qu'ils alleguent l'un & l'autre, nous dirons qu'il ne faut conſulter que des claſſes de citoyens choiſies, mais que dans ces claſſes d'élite il faut en général compter les voix.

La loi de ne tenir compte que de la pratique de certaines claſſes de citoyens, eſt applicable à toutes les Langues & à tous les pays. Quand on diſoit à Rome que le peuple étoit le maître de la Langue, on ne parloit pas des habitants des provinces; on n'entendoit que les perſonnes élevées à Rome même; & encore parmi les Romains proprement dits, on n'avoit en vue que les perſonnes d'un certain ordre, puiſque le mot *populus* déſignoit tous ceux qui pouvoient aſpirer aux charges, ceux qui appartenoient aux familles des Sénateurs, des Chevaliers, &c. & que tous les autres habitants formoient, dit Vaugelas, ce qu'on entend par le mot *plebs*, & non par le mot *populus*.

Il eſt eſſentiel de diſtinguer ici les Langues parlées par une nation compoſée de pluſieurs peuples égaux & indépendants les uns des autres, tels qu'étoient anciennement les Grecs, & tels que ſont aujourd'hui les Italiens & les Allemands; & les Langues parlées par une nation qui dans ſon gouvernement ſoit une, comme les Romains d'autrefois & les François d'aujourd'hui: dans le premier cas, dit M. Beauzée, avec l'uſage général des mêmes mots & de la même ſyntaxe, chaque peuple peut avoir des *uſages* propres ſur la prononciation ou ſur les terminaiſons des mêmes mots; *uſages* vraîment ſubalternes, mais également légitimes & qui conſtituent les dialectes de la Langue nationale. Dans le ſecond cas, il ne peut y avoir,

Digitized by Google

par rapport au parler, qu'un *ufage* légitime; tout autre qui s'en écarte en quelque façon que ce puiffe être, ne fait ni une Langue à part ni une dialecte de la Langue nationale; c'eft un patois abandonné à la populace des provinces, & chaque province a le fien.

Nous ne nous arrêterons pas à une autre diftinction, celle des différents gouvernements: dans les républiques, même celles qui approchent le plus de la démocratie, il y a toujours un centre, une forte de Cour, & des claffes d'élite parmi les citoyens, auffi bien que dans les gouvernements monarchiques les plus abfolus. Les peuples confédérés fe rapprocheront de même plus ou moins, felon leur conftitution, de l'ordre affigné aux anciens Grecs, aux Italiens & aux Allemands.

Mais il y a dans ce dernier ordre des caufes particuliéres qui opérent quelquefois une exception raifonnable aux principes que nous avons pofés. Ainfi, quoique les divers peuples de l'Italie foient indépendants les uns des autres, l'italien qui fe parle à Rome, dit le pere Buffier, femble d'un meilleur *ufage* que celui qui fe parle dans le refte de l'Italie; peut-être parce que Rome, felon la penfée de M. Beauzée, eft comme la capitale de la république Chrétienne, que la prononciation eft furtout une affaire d'agrément, & qu'il eft indifpenfable de plaire à la Cour pour y réuffir: je dis peut-être; car Florence, Turin, Naples, &c. ont auffi leur Cour où il importe de plaire: ainfi j'aimerois mieux dire, parce que cette prononciation eft plus parfaite, plus conforme au vrai génie de la Langue & de la nation. D'un autre côté, les Tofcans ayant fait diverfes réflexions & divers ouvrages fur la Langue italienne, & en particulier un dictionnaire qui a eu grand cours, (celui de l'Académie de la Crufca,) ils fe font acquis une réputation que les autres contrées de l'Italie ont reconnue bien fondée, furtout pour la Langue écrite; d'où eft venu le proverbe: *Le langage Tofcan dans une bouche Romaine.*

Ne pourroit-on pas faire à l'Allemagne une affez jufte application de ce qu'on vient de nous dire de l'Italie? La Langue allemande a été cultivée principalement en Saxe dans le temps de la Réformation & depuis cette époque, tandis que la prononciation y eft reftée plus dure qu'à Berlin, par exemple.

Digitized by Google

Quoi qu'il en ſoit de ces ſortes de diverſités particuliéres qui ſont liées à des cauſes extraordinaires, & pour ne parler que des Langues de nations ſoumiſes à un gouvernement unique, indépendant, & iſolé; le véritable *uſage* eſt celui des perſonnes d'élite de la Cour & de la capitale, des perſonnes bien nées, dont l'éducation a été cultivée avec ſoin, & qui ont presque toujours vécu, ſurtout pendant leur jeuneſſe, dans la claſſe où nous les rangeons. M. de Vaugelas, le pere Buffier, & M. Beauzée ne parlent d'abord que de la Cour proprement dite. Mais le premier ſent enſuite lui-même que ce cercle eſt trop étroit; de ſorte que pour l'étendre autant que la raiſon l'exige, il y comprend enfin tous ceux de la capitale qui par leurs emplois, leur fortune, ou leur ſituation, ont un rapport étroit avec la Cour, ſoit qu'il s'agiſſe d'un rapport d'affaires, ou d'un ſimple rapport de ſociété, de fréquentation. Mais faudra-t-il ne tenir compte que du ſuffrage de ceux qui ont l'avantage de vivre auprès ou autour du Souverain? Eh quoi, un homme de génie qui aura paſſé ſa vie & conſacré ſes jours à compoſer des ouvrages vraîment bien écrits, un homme de génie dont le goût ſe ſera épuré par la réflexion, les connoiſſances, & l'exercice; quoi, un homme d'un eſprit ſolide & pénétrant qui aura profondément médité ſur le caractere, les regles, les uſages, & les analogies de ſa propre Langue; ces hommes qui ſeuls décideront des véritables *uſages* de leur Langue dans les ſiécles à venir, n'auroient de leur vivant aucune ſorte d'autorité, ou leur autorité diſparoîtroit, s'anéantiroit devant celle d'une femme ou d'un homme de rang qui peut-être n'a pour lui qu'une routine aveugle, routine que peut-être encore à certains égards il ne doit qu'à des perſonnes d'un rang bien inférieur au ſien? On a ſenti toute la force de cette objection & on s'eſt laiſſé fléchir jusqu'à admettre trois claſſes de perſonnes à conſulter, 1°. les perſonnes de la Cour, (bien entendu que ce mot ſoit pris dans toute l'étendue de ſignification que nous venons d'y attacher;) 2°. les auteurs de la nation les plus eſtimés parmi ceux qui ont travaillé à des genres de littérature agréable; 3°. enfin les auteurs qui ont écrit ſur la Langue avec plus d'approbation. Ces claſſes ſubalternes ſont en effet tout ce qu'on peut faire entrer dans ce que M. de Vaugelas appelle les gens d'élite de la Cour & de

la Littérature; mais on voit que de cette maniére, tout ce qui dans Paris, par exemple, eſt attaché par des fonctions nobles au gouvernement, à la Magiſtrature, au Clergé, à la Nobleſſe, au Militaire, eſt de la Cour; & que ce ſeroit par conſéquent une grande erreur, en parlant de la matiére qui nous occupe, de vouloir concentrer la Cour de France dans Verſailles.

4me Queſtion. Parmi les claſſes de citoyens qui ont le droit d'être conſultées, quelles ſont celles dont l'autorité doit être prépondérante? C'eſt notre quatriéme queſtion.

Vaugelas, le pere Buffier, & M. Beauzée donnent ſans balancer le premier rang aux perſonnes de la Cour; & le dernier fonde cette déciſion ſur une raiſon de prééminence dans l'ordre politique que je regarde comme moins déciſive que la raiſon que l'on peut tirer d'une éducation plus ſoignée, & d'une jeuneſſe paſſée au milieu de tout ce qui eſt capable d'épurer & de perfectionner le goût. Cependant parmi les perſonnes de la Cour, on en trouve ſouvent, dit le pere Buffier, qui s'attachent peu aux belles-lettres, & ſurtout aux diſcuſſions épineuſes de la grammaire; de ſorte que leur témoignage ne vaut principalement (ou excluſivement) que pour les choſes qui ſont du commerce ordinaire de la vie. Encore dans ce dernier genre même, trouvera-t-on quelque ſujet de méfiance, ſi l'on vit dans un ſiécle où en général les meres de familles de la Cour abandonnent pour quelques années leurs enfants à des nourrices priſes dans des villages où certainement on parle mal; dans un ſiécle où les jeunes gens de la Cour hantent de préférence des perſonnes tirées indifféremment de toutes les provinces, & qui ſont bien éloignées d'appartenir à des claſſes d'élite; dans un ſiécle où ſelon les mœurs & le ton du jour les grands cauſent beaucoup avec des ſerviteurs qui ne parlent gueres mieux que les nourrices. D'un autre côté, on doit auſſi ſe tenir en garde contre un écueil où les auteurs les plus eſtimés vont quelquefois échouer, je veux dire, le néologiſme, le ſtyle précieux & trop recherché; outre qu'il faut auſſi compter pour beaucoup les vices de terroir que chaque auteur peut avoir apportés de ſa province. Les Écrivains célebres, dit M. Beauzée, devroient ſurtout s'appliquer à maintenir la pureté du langage, qui a été l'inſtrument de leur gloire, & dont l'altération peut les

Digitized by Google

les faire insensiblement rentrer dans l'oubli. Toutes ces considérations au reste concourent à prouver que quand il s'agira, non de compter, mais de peser les voix, le suffrage d'un grand qui au bonheur d'être né & d'avoir vécu à la Cour dans la meilleure compagnie, joindra le double avantage d'avoir reçu de la nature de véritables talents, développés ensuite par une bonne éducation, & d'être adonné par goût à l'étude de sa Langue & des meilleurs auteurs qu'elle possede; que le suffrage, dis-je, d'un grand de cette sorte en vaut sans doute lui seul beaucoup d'autres; & comme nous avons sans aucun déguisement noté les défauts qu'il est possible de reprocher à notre siécle, nous ne dissimulerons pas qu'il y a aujourd'hui dans les principales Cours de l'Europe un très grand nombre de Seigneurs qui méritent cette derniére distinction.

Mais pour donner quelques détails sur la Question qui nous occupe, il faut recourir à la division que le pere Buffier fait, en partie d'après M. de Vaugelas, du bon *usage*, en *usage constant*, en *usage partagé*, en *usage connu*, & en *usage douteux* ou *obscur*.

L'*usage* est *constant* quand il s'agit d'un point sur lequel le plus grand nombre des personnes de la Cour qui ont de l'esprit, & des Écrivains qui ont de la réputation, conviennent manifestement entr'eux. On demande ici, entre le plus grand nombre des gens d'élite de la Cour & le plus grand nombre des Écrivains estimés, un accord manifeste, un accord général; on ne demande pas un accord universel: car il ne faut pas s'attendre que l'*usage* soit tellement constant que chacun de ceux qui parlent ou qui écrivent le mieux, parle ou écrive en tout comme tous les autres. Mais si quelqu'un s'écarte en des points particuliers, ou de tous ou de presque tous les autres, il doit être censé ne pas bien parler en ces points-là mêmes. Du reste, il n'est homme si versé dans une Langue à qui cela n'arrive. On le peut voir, (c'est toujours le pere Buffier qui parle,) par les fautes échappées à M. de Vaugelas, à M. Ménage, & au pere Bouhours, les plus habiles Maîtres que nous ayons eus en notre Langue, & par celles qu'on voit échapper de fois à autre aux personnes qui ont le plus d'esprit & qui sont le plus dans le commerce du monde.

Digitized by Google

L'*usage* est *partagé* quand la pratique est divisée en plusieurs partis qui ont chacun pour eux un grand nombre de voix parmi les personnes qui ont droit de suffrage. C'est, dit le pere Buffier, le sujet de beaucoup de contestations peu importantes. Cependant il est raisonnable de discuter assez les points contestés pour s'assurer du meilleur parti, si on le peut. Tâchons donc de poser quelques principes à ce sujet.

Si la moitié à peu près des Écrivains & des gens de la Cour tient pour un parti, & que l'autre moitié tienne pour le parti contraire; c'est sans doute alors que le mieux est de suivre le conseil du pere Buffier, qui dit que chacun selon son goût peut suivre l'un ou l'autre des sentiments opposés; que vouloir l'emporter en ce cas, c'est dire, *je suis de la plus saine partie;* & qu'enfin il ne faut pas faire le procès aux autres, pour se le faire faire ensuite à soi-même par les autres. Mais si la chose contestée est telle que les gens de la Cour se trouvent d'un côté, & les Écrivains de l'autre; il faut voir s'il s'agit d'un point qui touche plus particuliérement à la Langue écrite ou à la Langue parlée. S'il tient à la Langue parlée, certainement le parti de la Cour doit l'emporter, à moins toutefois qu'il ne s'agisse d'un article déjà établi par la *coutume* dans une Langue déjà formée; bien entendu encore qu'ici le mot *la Cour* désigne tous ceux que nous avons ci-devant compris dans cette expression. S'il s'agit d'un point qui tienne à la Langue écrite, le parti qui a pour lui les Écrivains & les Grammairiens, est certainement le plus respectable; à moins encore qu'il ne s'agisse de quelque expression usuelle, & de la conversation, ces sortes d'expressions étant du ressort des gens du monde, plutôt que de celui des Écrivains.

Dans ces occasions, c'est-à-dire lorsque l'usage est vraîment partagé, il nous reste encore une grande autorité à laquelle nous devons recourir, la raison & l'analogie. Sans doute celui des deux partis qui se rapproche le plus des autres *usages* de la Langue qui sont *constants*, doit paroître en général préférable à l'autre. Ainsi il n'est pas vrai, pour le répéter ici en passant, que la raison ne doive jamais être consultée quand il s'agit de langage.

Dans toutes les autres hypotheses que l'on peut faire sur l'*usage partagé*, si l'analogie & la raison ne peuvent pas nous donner des lumiéres suffisantes,

il me ſemble que le plus ſage eſt d'en revenir au conſeil du pere Buffier: „trop conteſter ſur des mots pour ſavoir quel eſt le meilleur, dit-il, eſt „ſouvent auſſi vain que de s'amuſer à diſputer en fait d'habits lequel eſt le „plus à la mode. Comme les perſonnes ſenſées, ajoute-t-il, ont coutu-„me de n'avoir rien d'étrange ni d'affecté dans leur maniére de s'habiller, „perſuadés que la bienſéance & la dignité, ou même que le bon air ne con-„ſiſte point dans une recherche de bagatelles à la mode; de même les eſ-„prits judicieux ſe contentent de n'avoir rien d'étrange ni d'affecté dans leur „maniére de s'exprimer, perſuadés, avec autant de raiſon, que la beauté „& le véritable agrément du langage eſt fort indépendant des minuties que „des Grammairiens s'amuſeroient trop à diſcuter."

L'*uſage* eſt *connu* lorsque l'on ſait poſitivement qu'il eſt *conſtant* ou qu'il eſt *partagé*. Nous n'avons aucune obſervation à faire ſur ce ſujet, puiſque tout ce qui peut concerner l'*uſage connu*, rentre dans ce qu'on a dit des deux autres.

Enfin l'*uſage* eſt *douteux* ou *obſcur*, quand on ignore quelle eſt la pratique de ceux à qui il appartient de décider, ou quand cette pratique n'exiſte pas. Nous trouvons ici deux ſuppoſitions à faire; l'une que l'*uſage* exiſte, mais que nous ne le connoiſſons pas; l'autre que cet *uſage* n'a pas une exiſtence réelle & ſuffiſante, c'eſt-à-dire, qu'il s'agit de choſes ſi rares dans le langage de la Cour ou dans les ouvrages des bons Ecrivains, qu'il eſt abſolument impoſſible de recueillir aſſez de voix ou des voix aſſez reſpectables pour y trouver l'autorité d'un *uſage* réel. Mais ces deux ſuppoſitions nous conduiſent également à notre derniére Queſtion, à laquelle elles appartiennent.

5^me^ Queſtion. Quels ſont les moyens de conſtater le *bon uſage* ou d'y ſuppléer?

Une pluralité très conſidérable de voix parmi les gens d'élite de la Cour & de la Littérature conſtitue le *bon uſage*. Mais faut-il, pour chaque point mis en conteſtation, aller recueillir les voix de perſonne en perſonne, de maiſon en maiſon, de cotterie en cotterie, &c.? On ſent que ce ſeroit une choſe ridicule & abſolument impraticable.

Digitized by Google

La difficulté sera bien plus grande encore si celui qui a des doutes, se trouve éloigné de la Cour & de la capitale: il faudra qu'il écrive; & il ne pourra s'adresser qu'à un petit nombre de personnes. D'ailleurs le voilà livré à la discrétion de ses correspondants; & quelque confiance qu'il ait en eux, leur réponse ne pourra jamais produire une entiére certitude: car saura-t-il s'il ont été exempts de partialité, & s'ils ont fait les diligences requises? Ces correspondants enfin sont dans le même embarras que celui qui étant sur les lieux voudroit faire ces sortes de recherches pour lui-même. On s'en tient pour l'ordinaire à son propre *usage*, que l'on prend modestement pour l'*usage général;* ou bien l'on consulte deux ou trois personnes de sa cotterie, que l'on regarde, toujours très modestement, comme *la plus saine partie du public.* Or cela se réduit précisément à ne consulter que ceux qui à coup sûr parlent comme nous.

Les Grammairiens que nous avons déjà tant cités, ont bien senti tout ce qu'il y a d'embarrassant dans ce nœud, dans ces difficultés qu'il est effectivement impossible de se dissimuler. Voilà pourquoi ils se sont demandé quels sont les véritables témoins du *bon usage.* Ces témoins n'existent pas, ou bien ce sont des hommes qui par état sont obligés d'étudier l'*usage*, d'en recueillir les décisions, de les confronter, & de les faire connoître. Si ces hommes s'égarent, s'ils sont négligents, ou ineptes, ou prévenus, s'ils trompent en un mot, ils se rendent coupables envers le public, & ne manquent pas d'en être punis d'une maniére toujours cruelle pour l'amour-propre. D'ailleurs plusieurs d'entr'eux sont obligés de motiver leurs dépositions; & nous pouvons juger de la solidité & de l'harmonie de leurs preuves. Enfin nous ne sommes pas pour l'ordinaire réduits à cet égard au malheur de n'avoir qu'un ou deux témoins à entendre; nous en avons presque toujours un grand nombre, & l'on sent combien l'autorité des uns gagne à être fortifiée par l'autorité des autres. Si au contraire ces témoins n'existent pas encore ou n'existent plus, c'est une raison de présumer que la Langue ne vaut gueres la peine que l'on s'informe quels sont ses usages.

Au reste, les témoins dont il s'agit, sont 1°. les Écrivains estimés pour leur style; & c'est la voix publique, la renommée qui nous fait connoître

Digitized by Google

avec certitude quels ſont les auteurs les plus célebres par leur exactitude dans le langage: 2°. ces témoins ſont plus particuliérement encore ceux qui ont acquis le plus de réputation parmi les auteurs qui ont traité de la Langue même, de ſes regles, principes, ou uſages; 3°. enfin ces témoins ſont les Académies principalement conſacrées à cet objet, s'il en exiſte de pareilles dans la capitale. A ce ſujet, que l'on me permette encore un mot du pere Buffier: „J'ai vu, dit-il, des Académiciens (de l'Académie françoiſe) ſe „récrier contre des mots qu'ils ne croyoient pas avoir paſſé dans leur „Dictionnaire, & qui ne laiſſent pas de s'y rencontrer." Cette déclaration ne peut que faire ſentir la néceſſité de confronter, dans tous les cas douteux, les déciſions de l'Académie avec les avis ou la pratique des Écrivains les plus eſtimés. En effet, de quarante Académiciens qui compoſent l'Académie françoiſe, on ſait qu'il n'y en a pour l'ordinaire que le plus petit nombre, (dix, douze &c.) qui aſſiſtent aux aſſemblées ordinaires; & c'eſt à la pluralité des voix entre les ſeuls Académiciens préſents que les déciſions ſe forment; d'où il ſuit qu'une déciſion de l'Académie françoiſe ne prouve gueres que l'opinion de ſix ou ſept Académiciens ſur quarante. Ce nombre diminue encore lorſque l'Académie ſe partage en bureaux, comme cela s'eſt pratiqué pour ſon Dictionnaire, quoiqu'enſuite le travail de chaque bureau fût rapporté à l'Académie réunie; car ces ſortes de lectures de déciſions rapportées obtiennent pour l'ordinaire fort peu d'attention, & ſe font moins pour délibérer de nouveau, que pour rendre compte de ce qui a été fait. J'ajoûterai que les changements très conſidérables qui ont été faits dans les derniéres éditions de ce Dictionnaire, ſont en bonne partie de M. Duclos. C'en eſt aſſez pour prouver que l'autorité de l'Académie françoiſe ne devroit pas être déciſive s'il arrivoit qu'elle fût en oppoſition avec celle du plus grand nombre des Grammairiens les plus eſtimés de la nation.

Dans un temps où la Langue ſe corrompt, rien n'eſt plus aiſé à un homme inſtruit, à un eſprit attentif, que de reconnoître les *abus* qui s'introduiſent: ils portent avec eux un caractere de réprobation qui eſt frappant; ils ſont toujours en contradiction avec ce que les témoins du *bon uſage* ont dépoſé, avec les principes qui décident des beautés, des perfections,

Digitized by Google

des agréments, & de l'analogie ſenſible de la Langue. On doit ſe roidir contre ces *abus*, autant qu'on peut le faire ſans courir le riſque de n'être plus entendu, ou de n'être plus ſeul contre tous. Mais enfin je conçois qu'il faut bien finir par céder au torrent; & ſe contenter de convenir, de ſoûtenir que l'*abus* eſt un *abus*, & que pour être dominant il n'en eſt qu'un vice plus pernicieux; l'unanimité, ou ſi l'on veut, la pluralité des voix ne changeant pas la nature des choſes au point de faire un bien de ce qui eſt eſſentiellement un mal.

L'*uſage douteux*, dit le pere Buffier, n'eſt point proprement un *uſage*, puiſque trop peu de perſonnes le ſuivent. Le plus ſûr eſt d'éviter les expreſſions *douteuſes*. M. Beauzée trouve que ſi la prononciation d'un mot eſt douteuſe, c'eſt que la façon de l'écrire l'eſt également. Il eſt poſſible, à ce qu'il me ſemble, que cette conſéquence ne ſoit pas auſſi néceſſaire qu'elle le paroît à ce digne Grammairien. Mais il a évidemment raiſon quand il nous renvoie à l'*analogie* pour décider les cas *obſcurs* & *douteux* qui ne ſont tels que parce que l'*uſage* n'exiſte pas; l'*analogie* n'étant autre choſe qu'une extenſion de l'*uſage* à des cas ſemblables à ceux que cet *uſage* a déjà décidés par le fait. Cette *analogie* bien ſaiſie, bien ſuivie, eſt le ſeul bon moyen que l'on puiſſe indiquer pour ſuppléer au défaut d'*uſage*, quoique ſon autorité ſoit nulle lorſqu'on l'oppoſe à un *uſage connu & conſtant*.

Mais ſi l'analogie elle-même eſt douteuſe, partagée, équivoque, ou peu ſenſible? L'homme prudent élude la difficulté en prenant un détour, en évitant l'expreſſion dont il s'agit; tandis que l'homme de génie, que l'obſtacle irrite & enhardit, ſe permet des licences qui ſouvent deviennent des licences heureuſes, & entraînent le reſte de la nation.

Digitized by Google

SUR la richesse de Sparte.

Par M. Bitaubé (*).

Plus on réfléchit sur l'entreprise qui termina la carriere de Lycurgue, plus on admire le génie de ce législateur. Il parvint à obtenir de ses concitoyens les sacrifices qui coûtent le plus à la cupidité, & maintint parmi eux, du moins pour plusieurs siécles, une égalité qui n'est point l'ouvrage de la nature. La pauvreté sembla avoir établi son empire à Sparte, quoique ce soit assez improprement que l'on donne ce nom à l'absence des biens qui ne sont point l'objet de nos désirs.

Mais, encore que la loi qui régloit les successions, fût constamment observée, on conçoit que l'égalité entiere des biens ne put s'y maintenir longtems, non plus que la pauvreté, qui, pour les uns, étoit un sujet d'éloges, &, pour les autres, de railleries. Cependant on se figureroit bien moins encore que cette ville, dont les loix n'avoient d'autre but que d'y fermer l'entrée aux richesses, fût devenue la plus riche de la Grece, environ au quatriéme siécle de sa réforme, tems où ses institutions avoient encore assez de vigueur. Platon (**) nous le dit en propres termes, & il ajoute, *tout l'or & l'argent y sont portés, & ils n'en sortent point.* Lysandre avoit envoyé à Sparte les dépouilles d'Athenes: mais il est sûr que ce n'est pas le seul canal par où les richesses y fussent entrées. Ce passage de Platon nous a engagés dans quelques recherches pour expliquer ce qu'il semble avoir de paradoxe. Ces recherches, faute de monumens, seront mêlées de conjectures. Sparte nous offrira le tableau singulier d'une Répu-

(*) Lu à la fin de Septembre 1781.

(**) Le premier Alcibiade.

Digitized by Google

blique, qui conſerve une bonne partie des inſtitutions de ſon législateur, malgré des cauſes qui paroiſſoient devoir accélérer leur ruine entiere. S'il eſt poſſible d'améliorer l'art de gouverner les hommes, il n'eſt pas inutile d'examiner ſous différentes faces quelques branches d'un gouvernement établi par l'un des plus grands législateurs de l'antiquité.

Il paroît que Lacédémone, par la bonté de ſon terroir, ainſi que par d'autres circonſtances, jouiſſoit anciennement de richeſſes conſidérables. Homere nous peint avec beaucoup de naïveté comment le jeune Télémaque, en viſitant Ménélas, fut frapé de la pompe du palais de ce Roi, & comment le fils de Neſtor, qui n'avoit rien vu de ſemblable dans la *ſablonneuſe Pylos*, partagea l'étonnement du fils d'Ulyſſe.

Lorsque Lycurgue établit ſes loix, les richeſſes avoient entierement corrompu les mœurs de cette ville; la grandeur du remede fait juger de la grandeur du mal. On ſait qu'il partagea les terres en portions égales, ſubſtitua la monnoie de fer à l'or, & ferma l'entrée aux richeſſes étrangeres. Dans des circonſtances à peu près ſemblables, Agis, qui avoit les mêmes vertus, mais non le même génie, fut la victime des vices qu'il vouloit proſcrire. Lycurgue, dans un tems où la ſuperſtition avoit plus de crédit, eut ſoin de s'étayer de l'oracle de Delphes, & parut à Sparte en homme nommé par les Dieux pour en changer la conſtitution. Mais, malgré cet appui, après avoir eu le courage de dépouiller les riches de leurs terres, il n'eut pas celui, ainſi que l'obſerve Plutarque (*), de les dépouiller de leurs meubles & de leur or. Il ſe contenta de le rendre inutile. La hardieſſe & le génie de ce législateur, & le danger imminent qu'il courut pour avoir porté la loi du partage des terres, font croire qu'il ne pouvoit aller au delà. On ne ſauroit donc lui faire un reproche d'avoir laiſſé l'or entre les mains des citoyens; il les en avoit comme dépouillés en le dépouillant de ſa valeur; mais il n'en eſt pas moins vrai que, ſelon le récit de Plutarque, les richeſſes n'étoient pas entierement détruites, qu'on les cachoit avec ſoin, tant pour les conſerver, que pour échaper aux peines, & qu'elles ſembloient attendre que la cupidité ſe réveillât, & voulût les remettre en honneur.

La

(*) Lycurgue.

Digitized by Google

La vue de Lycurgue en portant la peine de mort contre les citoyens qui posséderoient de l'or, étoit de les obliger à s'en dessaisir eux-mêmes. Entrerent-ils dans cette vue? Athénée (*) semble l'affirmer lorsqu'il dit que l'or & l'argent qui étoit à Sparte, fut déposé à Delphes, & consacré à Apollon. On peut s'étonner que Plutarque, qui paroît avoir recueilli avec beaucoup de soin ce qui regarde les Spartiates & leur législateur, ni aucun autre historien, ne parlent d'un évenement si remarquable. L'histoire fait une mention détaillée d'un grand nombre de consécrations & de présens faits à Delphes: & le seul Athénée, que je sache, conserve la mémoire de l'offrande considérable des richesses de Sparte. Je ne prétends pas néanmoins infirmer ce fait. Le silence des autres historiens feroit seulement croire que tout l'or & l'argent de cette ville ne fut pas envoyé dans le temple d'Apollon. Il est impossible qu'un tel sacrifice fût demeuré obscur, & qu'on ne l'eût pas raconté dans toutes ses circonstances, ainsi qu'on l'a fait au sujet du partage des terres établi par Lycurgue. Ce sacrifice, s'il a eu lieu, étoit volontaire. Il est donc permis de supposer que ceux qui se révolterent contre ce législateur, & qui allerent jusqu'à l'insulter, pour s'être vus forcés de souscrire à la loi du partage des terres, ne furent pas trop disposés à faire le sacrifice entier de leur or. La peine de mort qu'il porta contre ceux qui en posséderoient, en empêchoit la circulation, & obligeoit les citoyens de le tenir enfermé. Il leur étoit défendu de voyager; mais cette loi recevant beaucoup de limitations, l'or n'étoit pas sans valeur à leurs yeux. Le prix des denrées devoit être fort bas à Sparte; sa monnoie l'indique. On ne conçoit pas que ses habitans eussent pu sortir de leur ville sans se ruiner entierement, s'ils n'avoient eu d'autres richesses que les revenus de leurs terres. Cependant ils voyageoient, ne fût-ce que pour se rendre aux jeux si célebres de la Grece. On peut donc soupçonner avec quelque fondement que Sparte, malgré la sévérité de ses loix, avoit en son sein beaucoup de richesses cachées. Ce qui le confirme, c'est que l'histoire parle de plusieurs citoyens punis à ce sujet. L'or, signe si commode de nos biens, ne perd pas entierement son attrait, s'il a été en vogue. Sparte étoit à cet égard semblable à un pays

(*) L. *6.*

qui posséderoit de riches mines, sans oser les ouvrir, ou sans en connoître l'existence: toutefois, quand on marche sur l'or, il se trouve enfin des hommes assez hardis pour l'aller tirer des entrailles de la terre.

Mais quand même Sparte se fût dépouillée de tout son or, l'on conçoit qu'elle ne tarda pas à sortir de sa pauvreté. Il est vrai que Lycurgue avoit pris les plus fortes précautions pour fermer l'accès de sa ville aux richesses étrangeres. Voyons jusqu'à quel point il obtint ce but.

Une de ses principales institutions fut de couper en quelque sorte toute communication de Sparte avec le reste de la Grece, & d'en faire comme une île d'un difficile abord, dont il ne fût point permis de sortir pour voyager, & où les étrangers ne fussent point admis, à moins d'un objet utile & nécessaire. Il est manifeste qu'il étoit impossible de veiller scrupuleusement au maintien de cette loi. Dira-t-on que la sévere Sparte devoit attirer peu d'étrangers? Je croirois, au contraire, qu'indépendamment de la célébrité à laquelle elle ne tarda pas à parvenir, elle devoit présenter un objet très piquant à leur curiosité par le spectacle seul d'elle-même. Le Spartiate Lycas, observe Plutarque (*), n'acquit de la gloire qu'en traitant tous les étrangers qu'attiroient les jeux de Lacédémone. Toutes les autres villes de la Grece se ressembloient: Sparte, objet d'admiration, pouvoit encore fraper l'attention par le contraste. Si la Grece se relevoit de ses ruines, Athenes pourroit m'engager à séjourner plus longtems chez elle; mais, malgré le charme de ses arts & l'élégance de ses mœurs, c'est à Sparte que je porterois d'abord mes pas. D'ailleurs on se tromperoit si l'on croyoit que le séjour de cette ville effarouchât les étrangers. On connoît le mot de celui qui n'étoit pas surpris que les Spartiates bravassent la mort, vû qu'ils menoient une vie si dure & si triste; c'est-là une plaisanterie, ou l'exagération d'un homme voluptueux. Les Spartiates n'étoient pas si austeres que plusieurs se le représentent. Ils s'apliquoient tous à la Musique, selon Athénée (**). La gayeté, compagne ordinaire de la santé, présidoit à ces repas, assaisonnés par la fatigue; elle animoit les discours les plus graves. Lycur-

(*) Cimon.
(**) L. 4.

Digitized by Google

gue avoit érigé une ſtatue aux ris. Plutarque dit que ceux qui recevoient des étrangers, pouvoient prendre leurs repas dans leurs propres demeures, & s'écarter en ces occaſions de la frugalité Lacédémonienne. Athénée parle d'un uſage de Sparte, qui devoit y attirer la jeuneſſe la plus voluptueuſe de la Grece. Lycurgue n'avoit pas interdit aux étrangers l'accès de ſa ville; il avoit ſeulement limité les occaſions où ils pouvoient y être reçus, & leur avoit défendu de s'y fixer. Il eſt certain que leur concours y fut conſidérable. Leur arrivée devoit, malgré toutes les précautions, aporter un changement inſenſible dans les mœurs & même, par le moyen des préſens, qui, dans ces occaſions, étoient en uſage, favoriſer l'entrée des richeſſes, ſans qu'il ſoit néceſſaire d'imaginer le prodige au moyen duquel Jupiter enrichit Danaé.

L'amour des richeſſes pouvoit au moins s'introduire, avec les étrangers, dans la ville. Nous avons vu qu'on pouvoit s'écarter en leur faveur de la frugalité. Tous n'imiterent pas Alcibiade, qui ſe fit admirer en ſe conformant aux mœurs de Sparte. Encore l'hiſtoire ne nous parle-t-elle peut-être que de ſes actions publiques, & nous ne ſavons pas ſi, en ſecret, l'on ne vit pas, de tems en tems, reparoître Alcibiade, & ſi, pour s'être changé quelquefois en Spartiate, il ne changea pas auſſi pluſieurs Spartiates en Athéniens.

Je conçois que les citoyens de Sparte voyageoient moins qu'ils ne recevoient d'étrangers: mais, à cet égard même, la loi, ſans qu'on s'en aperçût, étoit violée, & cela par une ſuite de leurs inſtitutions. S'ils ne ſortoient pas de leurs foyers pour des voyages proprement dits, ils en ſortoient pour aller combattre. Il eſt vrai que le but de Lycurgue avoit été de les circonſcrire dans la Laconie, & il crut peut-être que la pauvreté où il les réduiſoit, étoufferoit en eux le déſir des conquêtes; mais leur éducation toute militaire, leur éloignement pour tout autre art que celui des combats, & cette pauvreté même en firent des conquérans, d'abord capables de braver toutes les fatigues & tous les périls, & bientôt avides de s'enrichir. Ici nous ne ſommes embarraſſés que du grand nombre des faits qui atteſtent que les richeſſes, malgré les loix ſéveres de Lycurgue, ne tarderent pas à pénétrer dans Sparte.

Digitized by Google

Peu de tems après sa fondation, la capitulation qu'elle fait avec les Messéniens est remarquable. Ils sont obligés à cultiver leurs terres, & à envoyer à Sparte la moitié des fruits qu'elles produiront. Il faut se rapeller que Sparte avoit été dépeuplée par la guerre: il semble donc, vu sa frugalité & la culture des terres abandonnée aux Ilotes, qu'elle n'avoit pas besoin d'un surcroît de vivres. L'exportation, selon les loix de Lycurgue, étoit défendue: ne furent-ils pas obligés, en cette occasion, de violer cette loi?

Mais il n'est pas nécessaire de rechercher comment, dès le berceau de la République, l'or y pénétra. Il est manifeste qu'elle en possédoit, soit qu'elle ne s'en fût pas entierement dépouillée, soit qu'il eût été d'abord le fruit de ses conquêtes. L'histoire lui fait même le reproche d'avoir la premiere donné l'exemple de corrompre par argent les chefs ennemis. Selon Pausanias (*), elle gagna ainsi, peu de tems après sa fondation, son allié Aristocrate, roi d'Arcadie, & ensuite à Ægospotamos, dans la guerre du Péloponnese, les préteurs des ennemis, & en particulier Adimante (**). On voit, aux premiers siécles de la République, Sparte placer une statue colossale d'airain à Olympie avec une inscription qui marque qu'elle fut faite des décimes des dépouilles ennemies. Que devinrent donc le reste de ces dépouilles? n'entrerent-elles pas dans le trésor public? L'histoire parle d'autres statues érigées de la même maniere & dans des circonstances semblables, par l'ancienne Sparte, qui nous semble avoir été si pauvre.

Il est vrai qu'Athénée (***) rapporte que Sparte voulant dorer une statue d'Apollon, demanda à l'oracle de Delphes où elle devoit acheter de l'or, & que l'oracle répondit, de Crésus. Mais un passage de Pausanias (****) pourroit bien jetter quelque lumiere sur ce récit; il dit que les Lacédémoniens furent gagnés par les présens de Crésus, & qu'ils firent les premiers alliance avec les Barbares. Seroit-il impossible que les chefs de cette République eussent, en cette occasion, voulu ménager leur honneur, en s'autorisant

(*) Messenica.
(**) Pausanias. Eliaca.
(***) L. 4.
(****) Messenica.

Digitized by Google

d'un oracle qui leur permît de recevoir l'or de Crésus en faveur d'une consécration religieuse?

Jusqu'à présent il semble que les richesses de Sparte n'étoient renfermées que dans le trésor public. Mais d'autres faits témoignent que les citoyens n'en étoient par dénués. Les Lacédémoniens, dit Athénée (*), auxquels on interdit l'or & l'argent, ne laissent pas d'en acquérir, & le déposent chez les Arcadiens, ce qui même alluma entr'eux la guerre. Il paroît que ce fut au commencement de la République. (**) Après l'irruption des Perses dans la Grece, les Spartiates s'apliquerent plus qu'aucun autre peuple aux courses de chevaux, & nous voyons Licinus placer à Olympie deux statues faites par le fameux Myron. Cette consécration n'indique pas la pauvreté. A la bataille de Platée, on trouva dans le camp des Perses des richesses immenses, dont le partage, dit Justin, commença à corrompre les mœurs. Les Spartiates eurent sans doute part à ces dépouilles, eux qui eurent la principale part au gain de la bataille.

Ces faits suffisent pour montrer que, dès l'origine de leur République, les richesses y entrerent sourdement. L'histoire ne nous en donne que des indices, dont plusieurs montrent les précautions que l'on prit pour les cacher. On les y vit ensuite couler plus ouvertement. Quand Sparte fut l'alliée du roi de Perse, quand elle conquit Athenes, & qu'elle eut le commandement de la Grece, elle hâta la subversion totale de ses loix. C'est en ce tems qu'elle avoit, ainsi que le dit Xénophon (***), des agens ou des émissaires dans les principales villes de la Grece, pour y gagner les suffrages par des flateries. Ces agens n'étoient plus des Spartiates. Les partis qu'ils favorisoient leur donnoient sans doute de l'or en échange de leurs flateries, & ils retournoient dans leur patrie plus riches & plus vils qu'ils n'en étoient sortis. Quand les rois de Sparte, ses sénateurs & ses éphores, ainsi que nous l'aprend Pausanias (****), participerent publiquement au pillage du temple de Delphes, dont les Phocéens se rendirent coupables, une des princi-

(*) L. 6.
(**) Pausanias. Eliaca.
(***) Sur le gouvernement des Lacédémoniens, Ch. 14.
(****) Messenica.

pales loix de Lycurgue étoit anéantie. Remarquons en paſſant que ſi, comme nous l'avons raporté d'après Athénée, l'or de Sparte fut dépoſé à Delphes, ce ne fut en effet qu'un dépôt; puiſqu'au moyen de ce pillage, elle rentra en poſſeſſion de ſes richeſſes.

Les Spartiates ne devoient pas voyager; mais leurs guerres étoient des voyages, les armes à la main. Avant même d'entrer dans la voluptueuſe Aſie, ils n'eurent que trop d'occaſions de ſe familiariſer avec la vue d'autres mœurs, & de les imiter, malgré la vie dure & laborieuſe des camps. Si les chefs & les ſoldats firent ſouvent l'admiration de leurs ennemis & de leurs alliés par la frugalité & le déſintéreſſement qu'ils avoient aportés de Sparte, les premiers ne furent pas toujours incorruptibles, & l'on peut croire que leur exemple trouva, parmi les derniers, des imitateurs. Sans doute ils emporterent ſecrettement à Sparte beaucoup de dépouilles de leurs ennemis, avant d'y amener, dans un triomphe public, celles de leur rivale, la fameuſe Athenes. Voilà donc une porte conſidérable par où entroient ſouvent le luxe & les richeſſes, & que, contre ſon intention, Lycurgue, loin de la fermer, avoit lui-même ouverte, en formant des Spartiates un peuple de combattans. Il y avoit parfaitement réuſſi. Les autres nations demandoient à la République, non des orateurs ni des poëtes, mais des Capitaines. L'orgueil de Sparte en étoit flaté: mais ſi Lycurgue avoit pu revivre, il eût dit à ſes concitoyens: N'envoyez point ces Capitaines à ceux qui les déſirent: que la gloire ne vous éblouiſſe pas au point de vous faire violer en même tems pluſieurs de vos loix. Ces chefs quitteront leur patrie ſévere, pour aller reſpirer, quoique dans les camps, l'air contagieux d'une vie plus douce & plus efféminée. Si vous ne devez pas être longtems en guerre avec le même ennemi, pour qu'il n'aprenne pas de vous-même votre art & le ſecret de vous vaincre, devez-vous, par vos chefs les plus habiles, dreſſer vous-mêmes d'autres peuples aux combats? Craignez les récompenſes dont on les comblera, & plus encore l'orgueil dont les enivrera la louange.

Pluſieurs des faits que nous avons raportés, atteſtent qu'il y avoit à Sparte un tréſor public, &, vu la nature de la monnoie de cette ville, on ne conçoit pas que ce tréſor, pour peu qu'il fût conſidérable, n'eût point

Digitized by Google

d'or. Cependant on est surpris de lire dans Plutarque (*) la rumeur qu'y causa l'arrivée des dépouilles d'Athenes. On délibéra si l'on ne banniroit pas de la ville tout cet or. Il semble que si le trésor public en possédoit, il falloit uniquement délibérer ou si l'or auroit cours, ou s'il seroit enfermé dans le trésor pour les besoins de l'État. Est-ce la premiere fois qu'il y entroit? On seroit presque tenté de le croire, quoiqu'il soit difficile de concevoir comment Sparte put soutenir tant de guerres sans ce secours. Les chefs auroient-ils fait un mystere des richesses de l'État? N'auroit-il rien acquis des dépouilles de tant d'ennemis? Je sais que Sparte consacroit une partie de ces dépouilles à élever des édifices publics, qui faisoient l'ornement de la ville. Mais l'État étoit donc possesseur, du moins pour quelque tems, de grandes richesses. N'en restoit-il pas une partie dans le trésor? Celle qui étoit destinée au payement de ceux qui travailloient à l'érection de ces monumens, passoient, de quelque maniere que ce fût, entre les mains des particuliers. Pausanias ne nous dit pas clairement si l'or & l'argent, déposés chez les Arcadiens, apartenoient aux particuliers ou au trésor de la nation. Lysandre auroit-il bravé trop ouvertement les loix en faisant entrer publiquement à Sparte l'or d'Athenes? Les autres chefs y faisoient-ils couler les richesses par des routes plus cachées? Craignoit-on de renverser la constitution en remplissant à la fois de tant d'or le trésor de l'État? Ces questions demanderoient à être discutées avec plus d'étendue, & peut-être, faute de monumens, est-il impossible de les bien résoudre. Plutarque attribue aux dépouilles d'Athenes la corruption des mœurs. Il n'est pas douteux qu'elles ne l'ayent augmentée: mais, avant l'entrée de ces richesses, nous avons vu l'or pénétrer dans Sparte. Si nous avions besoin de nouveaux faits, nous dirions que Périclès étoit accusé d'y entretenir des correspondans dont il payoit les avis, & qu'ayant corrompu le jeune Plistoanax, roi de Lacédémone, & raportant les frais d'une expédition devant le peuple, il mit en compte dix talens pour des dépenses nécessaires, & que l'on passa cette somme sans discussion.

Une autre question se présente encore. Sparte, dès les commencemens de la République, étendit son territoire. Nous voyons qu'on lui ajuge la

(*) Lysander.

Digitized by Google

ville de Thirée. La conquête de la Messénie augmenta beaucoup sa puissance. Fit-elle embrasser ses loix & ses mœurs aux premiers peuples conquis? Cela n'est point vraisemblable. Ainsi Sparte étoit entourée de villes de son domaine, qui possédoient de l'or. Elle ne pouvoit point couper la communication de ses citoyens avec ceux de ces villes. Il est donc probable que cette relation eut quelque influence sur les mœurs de Sparte, & même, par divers canaux secrets, fit couler l'or dans le sein de la capitale.

Le Commerce est une des principales causes de l'accroissement des richesses: mais, par les principes de Lycurgue, l'exportation des denrées devoit être interdite, ou du moins soumise à de certaines conditions. Pausanias (*) dit qu'anciennement Sparte négocioit par échange, soit de troupeaux, soit d'autres choses, que les Indiens troquoient leurs marchandises contre les siennes, parce qu'on n'y connoissoit pas l'or monnoyé, quoiqu'elle eût beaucoup d'or, ainsi que de l'airain. Le même auteur nous aprend (**) que la mer de Laconie avoit des coquillages qui renfermoient de la pourpre dont la qualité n'étoit inférieure qu'à celle de la mer rouge. Remarquons en passant que, selon Pausanias, Sparte avoit anciennement *beaucoup d'or & d'airain*. Il semble donc qu'il n'étoit pas défendu d'y avoir de l'or en lingots. Si cela étoit, ceux qui recevoient de l'or en échange de leurs marchandises, pouvoient aisément se soustraire à la poursuite des loix, en le recevant en masse, ou en convertissant ainsi eux-mêmes l'or monnoyé. Il se pourroit qu'à la fondation de la République, tout l'or qu'elle avoit, subit ce changement. Cela serviroit à expliquer la question que nous nous sommes proposée, savoir ce qu'il devint lors de cette révolution, & nous indiqueroit en même tems une des causes des richesses de Sparte.

Nous avons vu que cette ville négocioit par un échange de marchandises. Quoique cette façon de commercer favorise moins l'accroissement des richesses, on conçoit néanmoins, que, dans certaines circonstances, un pays peut s'enrichir par ce moyen, l'or n'étant que le signe de nos possessions. Sparte, par ses coquillages, & par la fertilité de son terroir, semble avoir été

(*) Laconica. (**) Ibid.

Digitized by Google

été placée dans ces circonstances. Elle avoit peu de moyens de fournir au luxe des autres peuples: mais l'on s'y apliquoit à former avec beaucoup d'art les meubles & les ustenciles nécessaires. Il est vraisemblable que ces ouvrages, par leur élégance, étoient recherchés des autres villes de la Grece.

Mais sait-on si les Lacédémoniens se sont longtems bornés au commerce d'échange? Les Ilotes faisoient le trafic en payant certaines redevances aux possesseurs des terres. On n'ignore pas que leur puissance devint plus d'une fois redoutable à leurs maîtres. Qui nous assurera si, tandis que ceux-ci combattoient loin de leurs foyers, ces esclaves trafiquans, que l'on nous peint comme très corrompus, ne mettoient pas en œuvre toutes les menées propres à s'enrichir, & si, lorsque leurs maîtres se débarrassoient d'eux par une boucherie, dont l'histoire ne parle point sans horreur, ils ne s'emparoient pas de leurs biens, ainsi qu'ils les dépouilloient de leurs vies? Sparte n'étoit point entourée de murailles. Tant qu'elle conserva ses mœurs, il étoit plus facile à la vigilance de ses surveillans de prévenir l'entrée des richesses. Dès que celles-là commencerent à perdre de leur énergie, cette ville, ouverte de toutes-parts, reçut d'un grand nombre d'endroits les ruisseaux des richesses, qui ne pouvoient plus être contenus par d'assez fortes digues.

Nous avons indiqué les différentes causes qui, indépendamment de la prise d'Athenes, & des fortes contributions que Sparte, après cette conquête, tira de toutes les villes de sa dépendance, concoururent à faire d'elle, comme le dit Platon, la ville la plus riche de la Grece. Il nous reste à indiquer une cause qui n'agit pas avec moins d'efficace, ce fut la crainte des loix & sa frugalité. Elle fut longtems contrainte de cacher avec un soin extrême l'or que l'avidité lui faisoit acquérir. Ne connoissant pas le luxe, elle pouvoit se passer de la plupart des productions des autres pays, & cependant, par les circonstances où elle étoit placée, les richesses de ces pays n'en devenoient pas moins les siennes. A cet égard les institutions de Lycurgue concoururent, sans doute contre son intention, à augmenter considérablement les richesses de Sparte, richesses dont l'influence, pour être retardée, devoit se faire sentir avec d'autant plus de force. Aussi Pla-

Digitized by Google

ton (*) dit *que tout l'or & l'argent y étoient portés, & qu'ils n'en sortoient point.* Les loix qui interdisoient le luxe, furent plus longtems observées que celles qui interdisoient l'entrée de l'or. Il pénétroit dans la ville par des canaux obscurs; on le déroboit à l'œil des surveillans; le luxe ne pouvoit exister sans se montrer à découvert. Sparte étoit déjà très riche, & la frugalité, ainsi que la communauté des repas, n'y étoit pas encore entierement abolie. L'habitude pouvoit, en cette occasion, exercer son empire, aussi bien que la crainte des loix. Plutarque (**) datte la corruption de cette république du moment qu'elle s'enrichit des dépouilles d'Athenes; il confirme cependant nos réflexions en ajoutant que l'observation des loix de Lycurgue sur l'égalité des terres & sur les successions, maintinrent longtems l'ordre dans les mœurs. Pourquoi donc entassoit-elle des richesses? c'est qu'elle n'attendoit que le moment d'en jouir. Elle fut, durant un grand nombre d'années, dans le cas d'un avare qui accumule pour des héritiers prodigues.

Je ne dissimulerai pas que Xénophon, dont la véracité est connue, dit qu'on n'observoit plus à Sparte les institutions de Lycurgue (***). Il n'est pas difficile néanmoins de le concilier avec Plutarque. Celui-ci, postérieur à Xénophon, nous peint cette ville telle qu'elle fut après la réforme établie par Cléomene. Toujours notre assertion est-elle vraie, savoir que la décadence des mœurs ne s'y fit pas d'abord en proportion de l'accroissement des richesses. Nous avons vu que Sparte contenoit bien des richesses cachées, sans violer encore ses autres loix. Xénophon pouvoit être frapé de voir couler l'or ouvertement dans Sparte, & naître le relâchement des mœurs; il pouvoit en prévoir aisément les progrès. Platon, en disant que l'or entroit dans cette ville & n'en sortoit point, prouve qu'elle songeoit alors, moins à jouir de ses richesses, qu'à les augmenter.

Dacier (****), en raportant cette assertion du philosophe Athénien, dit qu'elle exprimoit l'avarice des citoyens de Sparte. C'étoit ou la suite de

(*) Le premier Alcibiade.
(**) Agis.
(***) Sur le gouvernement de Lacédémone.
(****) Trad. des vies des hommes illustres. T. I. p. 197, en note.

Digitized by Google

ſes inſtitutions, ou au-moins en partie, une avarice forcée. Les loix étoient ſi ſéveres à l'égard du luxe, que lors-même qu'on en eut l'inſtrument entre les mains, on n'oſa pas d'abord l'employer. Lorsqu'Agis voulut ramener les anciennes mœurs, on n'accuſoit plus les Spartiates d'avarice, au moins de celle qui redoute la dépenſe; car on peut être à la fois avare & prodigue, extorquer l'or, & le répandre à grands flots.

Platon, dans le dialogue que nous avons cité, dit que *les rois ſurtout étoient très riches à Sparte, & que ſes ſujets lui payoient de grands tributs.* Ce paſſage montre d'un côté, que les Spartiates s'étoient bien éloignés de l'ancienne pauvreté, qui caractériſoit leur ville, &, de l'autre, que la royauté y fut une des ſources de l'inégalité des biens, quoique Lycurgue eût ſtatué que les revenus de ces rois devoient être ſuffiſans pour leur entretien, mais n'aller point jusqu'à l'opulence.

Xénophon ſemble être ici en contradiction avec ce philoſophe? car, en parlant des rois de Sparte, il dit qu'à leur égard la conſtitution n'avoit pas changé, tandis que les autres loix de Lycurgue étoient altérées. Il eſt aparent qu'il n'enviſageoit cet objet qu'en général, & qu'il comparoit ce gouvernement aux révolutions arrivées dans les autres républiques. Car ſi les rois avoient des moyens de s'enrichir, la royauté que Lycurgue avoit établie, n'étoit plus la même.

La diſcuſſion où nous nous ſommes engagés ſert à prouver que Platon, qui ſe montre ſouvent poëte, quoiqu'il eût brûlé ſes vers, ne paroît pas cependant avoir exagéré, lorsqu'il dit que Sparte étoit la ville la plus riche de la Grece, & cela dans un tems où l'or n'y étoit encore employé qu'aux beſoins de l'État, & n'avoit pas cours entre les citoyens. Indépendamment des richeſſes cachées des particuliers, le tréſor public étoit très conſidérable, puisqu'il étoit formé des dépouilles d'Athenes, & qu'il s'accroiſſoit chaque année du tribut que Sparte exigeoit de toutes les villes de ſa dépendance, & qui, ſelon Diodore de Sicile, montoit à mille talens, ſomme bien grande en ces tems-là. Cette diſcuſſion montre encore la force des loix de Lycurgue, & le génie de ce légiſlateur. C'eſt par les richeſſes que commence à ſe diſſoudre la forme de ſa république. Il lui étoit impoſſible,

Digitized by Google

& bien moins encore si l'on en considere la constitution, de maintenir l'égalité des biens. Mais les mœurs qu'il avoit établies à Sparte, y étoient tellement enracinées, qu'elles s'y maintinrent assez longtems, malgré les richesses qui croissoient & qui fermentoient au dedans d'elle. Elle présenta quelque tems le spectacle singulier d'une ville tout à la fois riche & frugale. Lycurgue étoit parvenu, avec plus de succès, à détruire les vices qui sont la suite des richesses, qu'à extirper entierement les richesses elles-mêmes. Cependant le voile qui couvroit l'opulence, se levoit. *Autrefois*, dit Xénophon, *les Spartiates craignoient qu'on ne s'aperçût qu'ils eussent de l'or; aujourd'hui plusieurs s'en glorifient.* On voit donc que depuis longtems l'or avoit coulé dans Sparte.

Fautes à corriger.

Pag. 429. §. 4. l. 2. ou plus petit, ou inégalement dense, *lisez* ou plus petit & l'autre d'une densité non uniforme.

— 432. §. 14. l. 6. le grand corps n'auroit pas de rotation: mais, *lisez* le grand corps n'auroit de rotation que celle qui résulte de l'obliquité du choc: mais de plus &c.

— 533. l. 11. d'en bas, ou de *lisez* ou avec

— — l. 9. — versans, *lisez* versat.

Prix 2 Risd. 16 Gr. d'Allemagne, ou 10 Livres de France.

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google